



Universidad de Oviedo

Facultad de Ciencias

**Modelización matemática de la
fiabilidad humana**

por

Raúl Pérez Fernández

Trabajo Fin de Máster
bajo la dirección de los profesores
Pedro Alonso Velázquez,
Irene Díaz Rodríguez y
Susana Montes Rodríguez.

Julio de 2013

Índice general

Prólogo	5
1. Matriz de evaluación de riesgos	9
2. Evaluación de la probabilidad de fallo	17
2.1. HEART	18
2.2. Árboles de probabilidad	25
2.3. Árboles de fallos	29
3. Propuestas de mejora	35
3.1. Rankings deterministas	37
3.1.1. Ranking Goldberg	38
3.1.2. Ranking de Fonseca y Fleming	41
3.1.3. Ranking de Zitler, Laumanns y Thiele	43
3.1.4. Asignación de rankings en el caso de las matrices de evaluación de riesgos	46
3.2. Rankings heurísticos	54
3.3. Métodos basados en operadores	59

3.3.1. Media aritmética	62
3.3.2. Media geométrica	64
3.3.3. Máximo	65
3.3.4. Mínimo	67
3.3.5. Máximo y mínimo	69
3.3.6. Mediana	70
3.3.7. Media aritmética y máximo	71
3.3.8. Media ponderada	72
3.4. Análisis de la estrategia de mejora	75
4. Conclusiones y líneas abiertas	83
Índice de tablas	86
Índice de figuras	88
Bibliografía	92

Prólogo

A lo largo de la historia han tenido lugar numerosos accidentes de todo tipo: explosiones de reactores nucleares (*Chernobyl 1986, Fukushima 2011*), vertidos de petróleo al mar (*Prestige 2002, Deepwater Horizon 2010*), graves colisiones de vehículos de transporte (*Titanic 1912, Vuelo 123 de Japan Airlines 1985, Vuelo 5022 de Spanair 2008, Costa Concordia 2012*), etc. Es por esto que gobiernos y empresas invierten miles de millones de euros anualmente en desarrollar sistemas que contribuyan a evitar el gran número de desastres que tienen lugar por todo el mundo y se llevan por delante miles de vidas al año.

Se estima que entre el 70 % y el 90 % de estos percances se derivan, en mayor o menor grado, de un fallo humano que podría haber sido evitado. Con la intención de disminuir la frecuencia de los sucesos y sus terribles consecuencias surge en torno a 1958 la idea de *Fiabilidad Humana*, disciplina que estudia la influencia del *Error Humano* en los diversos accidentes.

El objeto de estudio en este trabajo se enmarca precisamente en dicha área. Dos referencias interesantes, casi obligadas, sobre los métodos de fiabilidad humana son *Human reliability and error in transportation systems* de B.S. Dhillon (ver [7]) y *Human factors design methods review* de P.M. Salmon, N.A. Stanton y G.Walker (ver [31]). Como puede verse en dichos textos, los métodos usados en el entorno de la fiabilidad humana difieren claramente de los usados en la fiabilidad clásica. Dicha fiabilidad clásica, ya había sido estudiada en profundidad antes del año 1958, siendo un tema de investigación ampliamente tratado (ver, por ejemplo, [13], [14], [23], [26]). Sin embargo, esta rama no analiza el error humano, sino que se centra en el

estudio de los errores cometidos por máquinas que automatizan ciertos procedimientos. El manejo de variables relativas a decisiones y/o acciones de personas conlleva un alto grado de imprecisión (variables cualitativas, información ambigua o insuficiente, etc.), lo que implica el desarrollo de técnicas de análisis de la fiabilidad humana diferentes de las técnicas clásicas.

Nuestro acercamiento a la fiabilidad humana llega de la mano de la empresa ESM, Instituto de Investigación en Seguridad y Factores Humanos. ESM es un centro privado de investigación de ámbito internacional, cuya sede central está ubicada en Oviedo. Dicha empresa tiene una dilatada experiencia en el conocimiento de los Factores Humanos para el control de los riesgos en el transporte y la industria. Su liderazgo en el mercado viene asegurado por una apuesta decidida por la mejora continua y la innovación. El control del riesgo y la reducción de accidentes constituyen el eje central de su actividad. De la relación existente con esta empresa y los problemas abiertos que ellos tenían, surge la idea de este Trabajo Fin de Máster, que es afrontado, de forma conjunta por dicha institución privada y la Universidad de Oviedo.

Después de varias reuniones con miembros de la empresa descubrimos cómo funcionaban internamente y qué pasos seguían a la hora de hacer una evaluación de riesgos. A grandes rasgos, se podrían distinguir las siguientes cinco fases en las que dividen el estudio:

- Fase 1:** La empresa y un grupo de expertos establecen, mediante la técnica de *brainstorming* o tormenta de ideas, todos los posibles errores que pueden ocurrir durante la actividad en estudio. A continuación, se valoran sus riesgos y consecuencias mediante técnicas clásicas, como bien podrían ser *Hazard and Operability study* (ver [22], [33]), también conocido como HAZOP, o *Failures Modes and Effects and Criticality Analysis* (ver [27], [29]), también denominado FMECA.
- Fase 2:** Un grupo de inspectores revisa la actividad en estudio profundamente y registra el número de veces que se comete cada error a lo largo del periodo de estudio.
- Fase 3:** Se estudia la frecuencia de cada error frente a su importancia y se decide mediante diversas técnicas cuáles son los errores en los que hay

que centrarse. Para esta fase se utilizará, principalmente, la matriz de evaluación de riesgos.

Fase 4: Se buscan las principales causas de cada uno de los errores (o sólo de los más importantes según la fase 3) mediante técnicas de análisis de la probabilidad de fallo como son: el HEART (ver [19], [20], [21], [35]) o los árboles de probabilidad y fallo (ver [19], [22]).

Fase 5: Se determina qué medidas hay que tomar para tratar de solucionar, en la medida de lo posible, los errores más importantes. Otra vez se recurre a un grupo de expertos que, basándose en los resultados de la fase 4, buscan soluciones para evitar o disminuir el fallo humano en los errores más importantes.

Tras comprender cómo funcionaba la empresa y comparar los objetivos que teníamos las dos partes, concluimos que el camino a seguir en este Trabajo Fin de Máster se centraría en analizar y comprender los métodos empleados por la empresa en la tercera y la cuarta fase del estudio, puesto que es en ellas en las que se usan métodos matemáticos. La prioridad era realizar una revisión detallada de los métodos utilizados con el fin de intentar presentar propuestas de mejora, sencillas, pero significativas. Dichas mejoras parecían imprescindibles ya que, a pesar de ser las dos fases más técnicas, los métodos utilizados en ellas resultaban demasiado simples e incluso podrían considerarse, en algunos casos, desfasados. La subsanación de estas carencias permitiría a la empresa el estudio, entre otras cuestiones, de consecuencias secundarias como, por ejemplo, la influencia de cada accidente al medio ambiente o a la reputación de la compañía accidentada.

Una de las mayores dificultades que nos hemos encontrado a lo largo de este trabajo ha sido modelizar el problema y adaptar los conocimientos adquiridos en el *Máster en Modelización Matemática, Estadística y Computación* a las necesidades de la empresa. Como hemos dicho anteriormente, se trata de un campo en el que hay mucho por hacer y en el que es necesario mejorar los métodos usados por la empresa sin complicar demasiado el esquema ya utilizado, pues esto supondría una gran inversión en adaptar toda la infraestructura de ESM a unos nuevos métodos. Esto ha supuesto un Trabajo Fin de Máster más centrado en abrir frentes de actuación que

en cerrarlos.

El trabajo está estructurado en cuatro capítulos claramente diferenciados. En el primero hablaremos del método más extendido de evaluación de riesgos: la matriz de evaluación de riesgos, mientras que en el segundo veremos los tres métodos de evaluación de la probabilidad de fallo más clásicos: HEART, los árboles de probabilidad y los árboles de fallos. En el tercer capítulo, analizaremos distintas estrategias cuyo objetivo es mejorar los métodos utilizados hasta ahora por la empresa. Finalmente, el trabajo termina con un capítulo de conclusiones en el que, además de resumir en lo que ha consistido el trabajo, se presentan numerosos puntos abiertos que se podrían afrontar en un futuro.

Capítulo 1

Matriz de evaluación de riesgos

La matriz de evaluación de riesgos nace con el objetivo de establecer una serie de normas que permitan clasificar la importancia de distintos tipos de errores para decidir sobre cuáles es necesario actuar con mayor urgencia. Podemos encontrar referencias sobre estos métodos en diversos textos del departamento de defensa estadounidense, que fundó este método (ver [28]). Otra posible referencia bastante reciente es el libro de L.A. Cox (ver [5]).

La utilización de la matriz es sencilla, se estudia primero por separado la frecuencia con la que tiene lugar cada uno de los errores y la gravedad de las consecuencias que tendría cada error en caso de producirse. Una vez analizadas la frecuencia y las consecuencias de los fallos, se consulta la matriz de evaluación de riesgos para ver qué valor de riesgo y qué nivel de importancia le corresponden.

En la literatura se encuentran numerosas matrices de evaluación de riesgo, con distinto número de niveles de clasificación de la frecuencia o de las consecuencias o con diferentes valores de riesgo asignados. Sin embargo, la empresa ESM utiliza un estándar creado por la empresa FASyS que es, probablemente, el de uso más habitual hoy en día; por lo tanto, será la considerada y analizada en este trabajo.

Para crear esta matriz estándar partimos de los cuatro elementos de la esquina inferior derecha y calculamos los nuevos valores de riesgo como la

suma de los dos elementos anteriores de la fila/columna. Siguiendo el protocolo habitual, de ahora en adelante, representaremos en rojo los sucesos de mayor importancia, estos son aquellos que necesitan una inmediata intervención; en amarillo aquellos de relevancia media y, por último, en verde los menos graves. Por otro lado introduciremos el concepto de valor de riesgo, una medida cuantitativa que nos permite clasificar los errores dentro de cada nivel de importancia. Podemos observar la matriz de riesgo resultante en la Figura 1.1.

F/C	NINGUNA	MÍNIMA	MENOR	MODERADA	ELEVADA	EXTREMA
FRECUENTE	8	16	24	40	64	104
PROBABLE	5	10	15	25	40	65
OCASIONAL	3	6	9	15	24	39
POCO HABITUAL	2	4	6	10	16	26
IMPROBABLE	1	2	3	5	8	13

Figura 1.1: Matriz de evaluación de riesgos.

En la figura observamos que la frecuencia está dividida en cinco rangos diferentes mientras que el grado de consecuencias lo está en seis. Este hecho, junto con el método utilizado en la asignación de valores a cada celda, hacen que la matriz de riesgo sea rectangular y que, si nos quedamos con el menor formado por las cinco primeras columnas, nos encontremos ante una matriz simétrica respecto a la contradiagonal.

La manera en la que organizamos estos rangos depende del problema que estemos analizando pues, por ejemplo, no se pueden tratar de la misma forma los riesgos de una central nuclear y los riesgos de una empresa de transporte público. Por lo tanto, para cada problema será necesario definir las particiones en función del objetivo de estudio. Este paso será funda-

mental en la obtención de la matriz de evaluación de riesgos. Para ver cómo realizar estas particiones, podemos considerar un ejemplo de distribución en rangos de frecuencia para el estudio de errores en una compañía de transportes.

■ **Ejemplo 1** *Reunidos varios expertos en seguridad pertenecientes a una compañía de transportes nacional y los directivos de la empresa ESM, se acuerda realizar la siguiente clasificación respecto a la frecuencia con la que ocurren los diferentes sucesos:*

- **Improbable:** *Menos de 2 fallos semanales.*
- **Poco habitual:** *Entre 2 y 6 fallos semanales.*
- **Ocasional:** *Entre 7 y 11 fallos semanales.*
- **Probable:** *Entre 12 y 24 fallos semanales.*
- **Frecuente:** *Más de 24 fallos semanales.*

La distribución en rangos de los distintos niveles de consecuencia es más complicada, pues diversos tipos de consecuencias pueden ser tenidos en cuenta: daños a la reputación de la empresa, daños a los bienes inmuebles, daños sobre las personas o incluso daños sobre el medio ambiente. El método de la matriz de evaluación de riesgos sólo puede estudiar estos distintos niveles de consecuencia por separado y es común, por mayor comodidad, tener en cuenta solamente una de estas consecuencias (generalmente daños económicos o daños sobre las personas). Como en el caso de las frecuencias, se deben definir unas particiones distintas para cada problema, y es necesario un grupo de expertos para diseñarlas. Podemos observar, a continuación, un ejemplo de distribución en rangos de las consecuencias para los daños económicos sobre los bienes inmuebles de la empresa de transporte del Ejemplo 1.

■ **Ejemplo 2** *Considerando de nuevo la empresa del ejemplo anterior y reunidos el mismo grupo de expertos, se acuerda la siguiente clasificación de las consecuencias económicas del suceso:*

- *Ninguna: 0€.*
- *Mínima: Menos de 50.000€.*
- *Menor: Entre 50.000€ y 150.000€.*
- *Moderada: Entre 150.000€ y 300.000€.*
- *Elevada: Entre 300.000€ y 2.000.000€.*
- *Extrema: Más de 2.000.000€.*

Una vez definidos los rangos de consecuencias y frecuencias, se pasaría a realizar la clasificación de los riesgos de los distintos errores observados durante la fase de inspección. Para esto se buscaría en la tabla de la Figura 1.1 el valor de riesgo de cada uno de los distintos errores y se ordenarían de manera decreciente, prestando especial atención a los que quedaron englobados en la zona roja de la tabla. Vamos a presentar a continuación un ejemplo de uso de la matriz de evolución de riesgos, teniendo en cuenta la clasificación de frecuencias dada en el Ejemplo 1. No usaremos la clasificación de consecuencias del Ejemplo 2 debido a que no se adapta muy bien a los objetivos del ejemplo.

■ **Ejemplo 3** *Supongamos que vamos a realizar un estudio de los fallos que comete un determinado conductor de autobús a lo largo de la semana. Utilizaremos la misma división de rangos de frecuencia que pusimos en el Ejemplo 1 en la explicación de la matriz de evaluación de riesgos, sin embargo, los niveles de consecuencias serán determinados por un grupo de expertos.*

- *Error 1: Saltarse un semáforo en ambar.*
 - *Frecuencia: 17 veces (Probable).*
 - *Rango de consecuencias: Moderada.*
- *Error 2: Saltarse un semáforo en rojo.*
 - *Frecuencia: 1 vez (Improbable).*

- *Rango de consecuencias: Elevada.*
- *Error 3: Saltarse una señal de ceda el paso o de STOP.*
 - *Frecuencia: 7 veces (Ocasional).*
 - *Rango de consecuencias: Extrema.*
- *Error 4: No parar en una de las paradas designadas habiendo gente esperando.*
 - *Frecuencia: 2 veces (Poco habitual).*
 - *Rango de consecuencias: Extrema.*
- *Error 5: Cometer un error menor de 50 céntimos al dar las vueltas durante el pago del billete.*
 - *Frecuencia: 6 veces (Poco habitual).*
 - *Rango de consecuencias: Mínima.*
- *Error 6: Cometer un error mayor de 50 céntimos al dar las vueltas durante el pago del billete.*
 - *Frecuencia: 2 veces (Poco habitual).*
 - *Rango de consecuencias: Menor.*
- *Error 7: Saludar a un compañero al cruzarse con otro autobús.*
 - *Frecuencia: 57 veces (Frecuente).*
 - *Rango de consecuencias: Ninguna.*

Ahora habría que calcular el valor de riesgo de cada uno de los errores y ordenarlos de manera decreciente según su nivel de importancia:

1. *Saltarse una señal de ceda el paso o de STOP: 39.*
2. *No parar en una de las paradas designadas habiendo gente esperando: 26.*

3. Saltarse un semáforo en ambar: 25.
4. Saltarse un semáforo en rojo: 8.
5. Saludar a un compañero al cruzarse con otro autobús: 8.
6. Cometer un error mayor de 50 céntimos al dar las vueltas durante el pago del billete: 6.
7. Cometer un error menor de 50 céntimos al dar las vueltas durante el pago del billete: 4.

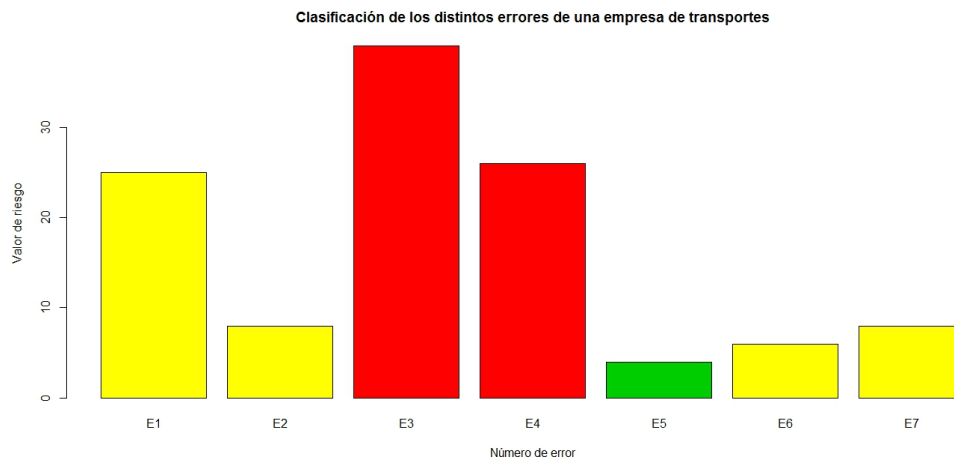


Figura 1.2: Diagrama de los valores de riesgo de cada uno de los errores observados en la empresa de transportes.

Podemos ver representados con un diagrama de barras en la Figura 1.2 los valores de riesgo de cada uno de los errores, así como su nivel de importancia. Recordemos que en rojo se representan los errores que necesitan una solución inmediata, en amarillo los de importancia media y, por último, en verde los menos graves.

Basándonos en los resultados obtenidos al utilizar la matriz de riesgos vemos que entre estos errores que hemos estudiado el más grave y en el que

tendría que centrarse la empresa de transportes en solucionar es 'Saltarse una señal de ceda el paso o de STOP'. Después vendrían otros errores también importantes como 'No parar en una de las paradas designadas' y 'Saltarse un semáforo en ambar'.

Una vez decidido cuáles son los errores más graves, sería necesario pasar a la cuarta fase del estudio de la evaluación de riesgos, el estudio de las causas del problema. Los métodos habitualmente utilizados para llevar a cabo esta tarea serán analizados en el siguiente capítulo.

Capítulo 2

Evaluación de la probabilidad de fallo

Reconocer los errores más peligrosos al realizar una tarea es necesario en cualquier estudio sobre la fiabilidad humana, sin embargo, esto no tendría la más mínima utilidad si no fuéramos capaces de solucionarlos o, al menos, disminuir su gravedad. Para ello, necesitaremos estudiar en profundidad todas las pequeñas acciones en las que se puede producir un fallo humano y que causen en mayor o menor medida esos errores. Nace entonces la evaluación de la probabilidad de fallo, que estudia la probabilidad de que se cometa un error por culpa de un fallo humano e indica cuáles son sus posibles causas.

La cantidad de métodos existentes en este área es enorme como puede observarse en el libro de P.M. Salmon, N.A. Stanton y G. Walker (ver [31]), aunque nosotros nos centraremos en los tres más clásicos: HEART, árbol de probabilidad y árbol de fallos. Dichos métodos son los más habituales, pero no los únicos, como ya hemos comentado. Otros métodos que han sido también utilizados con cierta frecuencia son el SHERPA (ver [1], [8]), el HAZOP (ver [16], [22]) y los diagramas de Murphy (ver [17], [18], [22]). No obstante, al ser menos clásicos y no ser utilizados por la empresa ESM, no han sido tenidos en cuenta en este trabajo.

2.1. HEART

Este método se crea para estudiar la probabilidad de fallo en el campo de la energía nuclear y la industria química en torno a 1986 (ver [35]) y nos permite evaluar la probabilidad del error humano al ejecutar cualquier tarea. En la literatura hay multitud de documentos relativos a este método. Para ampliar conocimientos sobre dicho método, además de consultar la referencia original de J.C. Williams citada anteriormente, pueden ser interesantes los trabajos de B. Kirwan (ver [19], [20], [21]) y el libro de P.M. Salmon, N.A. Stanton y G. Walker (ver [31]).

El objetivo principal de este método es estudiar todos los factores que tienen efecto sobre la ejecución de la actividad y calcular sus probabilidades de fallo humano (PFH), para poder decidir cuáles son los factores más influyentes a la hora de causar un accidente. Es importante notar que aunque esta medida ha demostrado ser bastante eficaz para cuantificar el fallo humano, no es, en realidad, una probabilidad al poder tomar valores mayores que uno, como comentaremos en detalle más adelante.

Este método, aunque es rápido, sencillo y útil para estudiar la importancia de los distintos factores que forman una actividad, tiene el problema fundamental de ser muy subjetivo y de no terminar de adaptarse a todas las situaciones de la vida real. Esto se debe a que se creó inicialmente para ser aplicado en el campo de la energía nuclear y de la industria química; por ello no siempre es posible encontrar una tarea genérica adecuada o conseguir que todas las condiciones de producción del error sean tenidas en cuenta.

Para implementar este método es necesario seguir los siguientes pasos:

Paso 1. Definir la actividad a analizar.

Paso 2. Asignar una probabilidad nominal de error humano ($PNEH$) de la tarea a analizar, según la Tabla 2.1. Esta probabilidad es, en realidad, una probabilidad a priori de ocurrencia del error humano que será 'modificada' en función de unos efectos incrementadores de los que hablaremos más adelante.

La probabilidad nominal de error humano ($PNEH$) mide el riesgo

Tareas genéricas	PNEH
A) Totalmente desconocida, ejecutada a velocidad sin una idea real de las consecuencias probables.	0,55 (0,35 – 0,97)
B) Cambio o restablecer el sistema a uno nuevo o al estado original en sólo un intento sin supervisión.	0,26 (0,14 – 0,42)
C) Tareas complejas que requieren un alto nivel de comprensión y habilidad.	0,16 (0,12 – 0,28)
D) Tarea bastante simple realizada rápidamente o prestada escasa atención.	0,09 (0,06 – 0,13)
E) Rutina, altamente practicada, tareas rápidas que implican relativamente bajo nivel de habilidad.	0,02 (0,007 – 0,045)
F) Restablecer o cambiar un sistema al original o siguiendo un estado nuevo de procedimientos, con cierta comprobación.	0,003 (0,0008 – 0,007)
G) Completamente familiar, tarea bien diseñada, altamente practicada, con el tiempo para corregir el error potencial.	0,0004 (0,00008 – 0,009)
H) Responde correctamente al sistema de comando incluso cuando es aumentado o automatizado el sistema de supervisión.	0,00002 (0,000006 – 0,0009)

Tabla 2.1: Tabla de Probabilidades Nominales del Error Humano (*PNEH*).

de cometer un error humano en función del conocimiento que tiene el ejecutor sobre la tarea en estudio. A la hora de asignar a la tarea a analizar una probabilidad de error humano, es necesario decidir en qué tarea genérica de las de la Tabla 2.1 nos encontramos. Los intervalos que se muestran en la columna *PNEH* son los márgenes entre los que podríamos variar dichas probabilidades, si un grupo de expertos lo determinara necesario.

Paso 3. Identificar las posibles condiciones de producción del error (EPC_i) que pueden afectar a la actividad a ser ejecutada y determinar el co-

respondiente valor del efecto incrementador (E_i) según las Tablas 2.2 y 2.3. Contamos con 27 condiciones de producción del error diferentes y cada una de ellas lleva asociada un efecto incrementador, de ahí el subíndice.

EPC_i	E_i
1. Una situación desconocida la cual es potencialmente importante pero que sólo ocurre raramente o que es nueva.	×17
2. Escasez de tiempo disponible para la detección y la corrección del error.	×11
3. Una señal baja - proporcional al ruido.	×10
4. Ninguna manera de esconder o sobrescribir información fácilmente accesible.	×9
5. Ninguna forma clara de expresar información de una forma que puedan entender los operadores.	×8
6. Desacople entre el modelo del mundo del operador y el imaginado por el diseñador.	×8
7. Ningún medio obvio de invertir una acción involuntaria.	×8
8. Una sobrecarga de la capacidad del medio particularmente causada por la presentación simultánea de información no redundante.	×6
9. Una necesidad de desacostumbrar una técnica aprendida y aplicar una que requiera el uso de una filosofía opuesta.	×6
10. La necesidad de transferir conocimiento específico de tarea a tarea sin pérdida.	×5,5
11. Ambigüedad en los estándares de funcionamiento requeridos.	×5
12. Confusión entre el riesgo percibido y el verdadero.	×4
13. Pobre, ambiguo o feedback del sistema mal engranado.	×4
14. Ninguna confirmación directa y clara de una acción prevista del sistema sobre el cual el control está siendo ejercido.	×4
15. Inexperiencia del operador.	×3

Tabla 2.2: Tabla de efectos incrementadores del error humano(E_i). Parte 1.

Paso 4. Asignar la proporción de importancia (P_i) a cada EPC_i . Este valor debe ser un número entre 0 y 1 fijado por un grupo de expertos.

EPC_i	E_i
16. Calidad empobrecida de comunicar la información por procedimientos e interacción de persona-persona.	×3
17. Poca o ninguna comprobación o prueba independiente de la salida.	×3
18. Conflicto entre periodos de objetivos de inmediato y largo plazo.	×2,5
19. Ninguna diversidad de entrada de información para comprobar la veracidad.	×2,5
20. Desacoplamiento entre el nivel de realización educativo de un individuo y los requerimientos de la tarea.	×2
21. Incentivo para utilizar otros procedimientos más peligrosos.	×2
22. Poca oportunidad de ejercitar la mente y el cuerpo fuera de los límites inmediatos de un trabajo.	×1,8
23. Instrumentación poco fiable o nada fiable.	×1,6
24. Necesidad de juicios absolutos que están más allá de la capacidades o de la experiencia de un operador.	×1,6
25. Asignación confusa de la función y de la responsabilidad.	×1,6
26. Ninguna manera obvia de no perder de vista el progreso durante una actividad.	×1,4
27. Moral baja.	×1,2

Tabla 2.3: Tabla de efectos incrementadores del error humano(E_i). Parte 2.

Es importante notar que si consideramos que una condición de producción del error (EPC_i) no afecta a la actividad a ser ejecutada, entonces le asignaremos una proporción de importancia (P_i) de 0.

Paso 5. Calcular el valor del efecto total (ET_i) para cada EPC_i a partir de la siguiente expresión:

$$ET_i = (E_i - 1) \cdot P_i + 1.$$

Dichos valores pueden ser considerados como pesos que miden la importancia de cada una de las condiciones de producción del error.

Paso 6. Calcular la probabilidad de fallo humano (PFH) a partir de la

fórmula:

$$PFH = PNEH \times \prod_{i=1}^{27} ET_i.$$

Esta expresión recibe el nombre de probabilidad, porque se obtiene ponderando la probabilidad a priori ($PNEH$), pero es evidente, a la vista de los valores de los efectos totales (ET_i) que puede tomar valores mayores de uno y, por tanto, que no es una verdadera medida de probabilidad.

Para ilustrar la aplicación de este método, vamos a ver a continuación su funcionamiento, a través de un ejemplo.

■ **Ejemplo 4** *Supongamos que queremos estudiar los factores más influyentes en un accidente de tráfico. En concreto, queremos saber quién es más propenso a sufrir un accidente durante un viaje de 500 km: un conductor con menos de un año de carnet o un conductor experimentado que sólo ha dormido tres horas la noche anterior al viaje.*

Lo primero a la hora de aplicar el método HEART es definir la actividad a ser realizada: realizar un viaje de 500 km en coche (ya sea por el conductor novato o por el fatigado). Según la Tabla 2.1 decidimos que la tarea genérica que mejor se identifica con nuestra tarea a analizar es la 'E': 'Tareas que implican relativamente bajo nivel de habilidad', que tiene una probabilidad nominal de error humano de 0,02:

$$PNEH = 0,02.$$

A continuación, se analizará cuáles son las distintas condiciones de producción del error (EPC_i 's) que afectan a cada uno de los conductores y se hará un resumen de los efectos incrementadores en la Tabla 2.4:

- *Conductor novato:*
 - EPC_1 : *Una situación desconocida la cual es potencialmente importante pero que sólo ocurre raramente o que es nueva.*

- EPC_{15} : *Inexperiencia del operador.*
- EPC_{25} : *Asignación confusa de la función y de la responsabilidad.*
- *Conductor fatigado:*
 - EPC_2 : *Escasez de tiempo disponible para la detección y la corrección del error.*
 - EPC_{12} : *Confusión entre el riesgo percibido y el verdadero.*
 - EPC_{21} : *Incentivo para utilizar otros procedimientos más peligrosos.*
 - EPC_{25} : *Asignación confusa de la función y de la responsabilidad.*
 - EPC_{27} : *Moral baja.*

Conductor novato	Conductor fatigado
1 ($\times 17$)	2 ($\times 11$)
15 ($\times 3$)	12 ($\times 4$)
25 ($\times 1.6$)	21 ($\times 2$)
	25 ($\times 1.6$)
	27 ($\times 1.2$)

Tabla 2.4: Condiciones de producción del error que afectan a cada conductor.

En este momento es necesario determinar la proporción de importancia (P_i) para cada condición de producción del error (EPC_i) y calcular después su valor de efecto total (ET_i) mediante la fórmula:

$$ET_i = (E_i - 1) \cdot P_i + 1.$$

A partir de ahora, denotaremos por P_i^N y ET_i^N a las proporciones de importancia y a los efectos totales del conductor novato, respectivamente. Por otro lado, denotaremos por P_i^F y ET_i^F a los del conductor fatigado. Observemos además que para los efectos incrementadores E_i 's no hace falta hacer esta distinción pues el valor es común a ambos conductores.

Con estas notaciones, vamos a calcular a continuación las condiciones de producción del error para ambos conductores:

- *Condiciones de producción del error (EPC_i 's) que influyen en el conductor novato:*
 - **1.** *Una situación desconocida la cual es potencialmente importante pero que sólo ocurre raramente o que es nueva.*
 - $E_1 = 17$.
 - $P_1^N = 0,8$.
 - $ET_1^N = (17 - 1) \cdot 0,8 + 1 = 13,8$.
 - **15.** *Inexperiencia del operador.*
 - $E_{15} = 3$.
 - $P_{15}^N = 1$.
 - $ET_{15}^N = (3 - 1) \cdot 1 + 1 = 3$.
 - **25.** *Asignación confusa de la función de la responsabilidad.*
 - $E_{25} = 1,6$.
 - $P_{25}^N = 0,7$.
 - $ET_{25}^N = (1,6 - 1) \cdot 0,7 + 1 = 1,42$.
 - $ET_i^N = 1 \quad \forall i \in ([1, 27] \cap \mathbb{N}) \setminus \{1, 15, 25\}$
- *Condiciones de producción del error (EPC_i 's) que influyen en el conductor fatigado:*
 - **2.** *Escasez de tiempo disponible para la detección y la corrección de error.*
 - $E_2 = 11$.
 - $P_2^F = 1$.
 - $ET_2^F = (11 - 1) \cdot 1 + 1 = 11$.
 - **12.** *Confusión entre el riesgo percibido y el verdadero.*
 - $E_{12} = 4$.
 - $P_{12}^F = 0,9$.
 - $ET_{12}^F = (4 - 1) \cdot 0,9 + 1 = 3,7$.
 - **21.** *Incentivo para utilizar otros procedimientos más peligrosos.*
 - $E_{21} = 2$.

- $P_{21}^F = 0,95$.
- $ET_{21}^F = (2 - 1) \cdot 0,95 + 1 = 1,95$.
- **25.** *Asignación confusa de la función y de la responsabilidad.*
 - $E_{25} = 1,6$.
 - $P_{25}^F = 0,5$.
 - $ET_{25}^F = (1,6 - 1) \cdot 0,5 + 1 = 1,3$.
- **27.** *Moral baja.*
 - $E_{27} = 1,2$.
 - $P_{27}^F = 0,3$.
 - $ET_{27}^F = (1,2 - 1) \cdot 0,3 + 1 = 1,06$.
- $ET_i^F = 1 \quad \forall i \in ([1, 27] \cap \mathbb{N}) \setminus \{2, 12, 25, 27\}$.

Finalmente sería el momento de calcular las probabilidades de fallo humano (PFH) para los dos conductores, transformando la probabilidad nominal del error humano (PNEH), con los correspondientes pesos de los efectos totales (ET_i):

$$PFH = PNEH \times \prod_{i=1}^{27} ET_i.$$

$$PFH^N = 0,02 \cdot 13,8 \cdot 3 \cdot 1,42 = 1,17576.$$

$$PFH^F = 0,02 \cdot 11 \cdot 3,7 \cdot 1,95 \cdot 1,3 \cdot 1,06 = 2,1872994.$$

Así vemos que, según el método HEART, un conductor fatigado es más propenso a cometer errores que un conductor novato, con lo cual la experiencia parece un factor menos importante que el nivel de descanso.

2.2. Árboles de probabilidad

Los árboles de probabilidad son un método de análisis creado en la década de los 50 para el estudio de la fiabilidad de máquinas, sin embargo,

también son usados habitualmente en el mundo de la fiabilidad humana desde el nacimiento de ésta, en torno a 1958. Algunas referencias obligadas sobre el tema serían [7], [22] o [31].

El método consiste en enumerar todas las posibles tareas que influyen en la correcta realización de una labor principal y una vez dada la probabilidad de éxito de cada una de estas tareas por separado calcular la probabilidad de fracaso en la labor principal. Para ello es necesario estimar la probabilidad de error de cada una de las diversas tareas por separado. Esto se puede hacer de manera empírica, basándose en una base de datos de fallos y éxitos en ejecutar estas tareas. Una vez conocidas estas probabilidades simplemente habrá que calcular la probabilidad de fallo final, suponiendo que todas estas tareas son independientes entre ellas. Obviamente esta suposición no siempre es cierta, sin embargo es una suposición habitual en fiabilidad para simplificar los modelos.

Las operaciones matemáticas que vamos a utilizar en este método se limitan a cuestiones básicas de probabilidad: Si tenemos un espacio probabilístico (Ω, \mathcal{A}, P) , las propiedades que utilizaremos son:

- $P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad \forall A \in \mathcal{A}.$
- $\bigcup_{i=1}^n A_i = \overline{\bigcap_{i=1}^n \overline{A_i}} \quad \forall A_i \in \mathcal{A} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$
- $P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i) \quad \forall A_i \in \mathcal{A} \quad \forall n \in \mathbb{N},$ si los A_i son independientes.

Matemáticamente, el método consiste simplemente en obtener la probabilidad de la intersección de sucesos que se suponen independientes, en aplicar las leyes de De Morgan y en representar gráficamente en forma de árbol dichos sucesos. Por lo tanto no es necesaria ninguna explicación previa y podemos ilustrar directamente la aplicación del método mediante un ejemplo que, aunque sea demasiado sencillo y subjetivo, cumple una labor didáctica y probablemente haga el método más comprensible que un ejemplo más complejo.

■ **Ejemplo 5** *Supongamos que queremos tomarnos una infusión antes de dormir y vamos a estudiar la probabilidad de que, por un fallo humano, nos quedemos sin tomarla. Consideramos, en un primer momento, que las tres tareas que influyen en que nos podamos tomar nuestra taza de té son:*

1. *Acordarse de comprar té verde.*
2. *Poner el lavavajillas a funcionar para tener lista tu taza favorita.*
3. *Llevar la infusión ya realizada a la mesita de noche sin derramarla.*

De ahora en adelante denotaremos por A al éxito a la hora de realizar la tarea número 1 y por \bar{A} al fracaso. También denotaremos B , \bar{B} , C y \bar{C} al éxito y fracaso en las tareas 2 y 3 respectivamente.

Estimamos por otro lado que las probabilidades de que erremos en cada una de las tareas son las siguientes:

$$P(\bar{A}) = 0,2. \quad P(\bar{B}) = 0,1. \quad P(\bar{C}) = 0,05.$$

Habitualmente este paso se realiza acudiendo a un grupo de expertos en la materia que discutirán sobre cuáles son las probabilidades más adecuadas para las distintas tareas, pero en nuestro caso, puesto que se trata de un ejemplo, hemos tomado unos valores que nos parecieron más o menos razonables a primera vista.

En la Figura 2.1 podemos ver el árbol de probabilidad asociado a nuestro ejemplo. Observamos que siete ramas implican un fallo en la consecución del objetivo deseado, mientras que sólo una nos devuelve un resultado satisfactorio.

Finalmente calculamos la probabilidad de error en la tarea final (ETF):

$$\begin{aligned} P_{ETF} &= P(\overline{A \cap B \cap C}) = 1 - P(A \cap B \cap C) = 1 - P(A)P(B)P(C) = \\ &= 1 - 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,95 = 1 - 0,684 = 0,316. \end{aligned}$$

Esto quiere decir que la probabilidad de que nos quedemos sin tomar la infusión por un error humano es de 0,316.

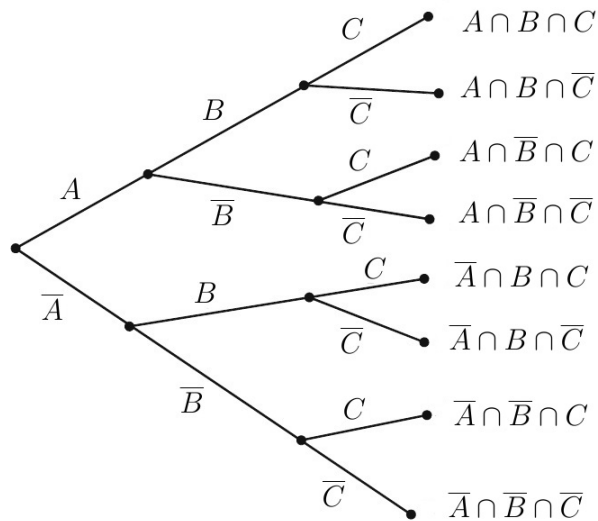


Figura 2.1: Ejemplo de árbol de probabilidad.

Este método posee numerosas ventajas, como son:

- Fácil de implementar y comprender.
- Herramienta visual muy efectiva.
- Cálculos matemáticos muy sencillos.
- Herramienta eficiente para predecir las principales consecuencias de los errores.

Sin embargo, tiene numerosos inconvenientes como:

- Es necesario que todas las tareas impliquen directamente un fallo en la labor final.
- En ocasiones puede resultar un modelo demasiado sencillo, que no representa correctamente el modelo real.
- No siempre son conocidas todas las tareas que conllevan el fallo en la labor final.

Con el objetivo de subsanar los inconvenientes que se presentan en esta estrategia, nacen los árboles de fallo que, sin complicar mucho el modelo de los árboles de probabilidad disminuyen en gran medida sus dos primeros inconvenientes.

2.3. Árboles de fallos

Los árboles de fallos (conocidos habitualmente como FTA, *Fault Tree Analysis*) nacen en la década de los 60 con la idea de mejorar los árboles de probabilidad, los cuales no eran capaces de modelizar conjuntos de tareas que por separado no influyeran en la correcta realización del evento principal, pero que todas juntas causaran un fallo en la labor de estudio. Una revisión más detallada del método se puede ver, por ejemplo, en [7], [19], [22] o [31].

La diferencia principal con su predecesor es que ahora disponemos de puertas lógicas que nos permiten decidir si es necesario que se cometan errores en todas las tareas o si es suficiente que se cometa en al menos una para que el evento principal sea un fracaso. Esto quiere decir, en lenguaje matemático, que el suceso de estudio se puede expresar, no sólo mediante intersecciones de sucesos como en los árboles de probabilidad, sino que pueden intervenir tanto uniones como intersecciones.

Como en el caso de los árboles de probabilidad suponemos en todo momento independencia para facilitar el modelo, aunque como ya explicamos antes, esto no siempre es cierto. La representación gráfica en este método consta de cuatro símbolos que podremos observar en la Figura 2.2 y que aparecen descritos a continuación:

- **Puerta OR:** Este tipo de puerta representa que el fallo en el evento de entrada ocurrirá si tiene lugar un fallo en al menos uno de los eventos de salida.
- **Puerta AND:** Este tipo de puerta representa que el fallo en el evento de entrada ocurrirá si tiene lugar un fallo en todos los eventos de salida.

- **Rectángulos:** Este símbolo denota eventos que pueden ser estudiados por el éxito o fracaso de otros eventos más específicos. Estos símbolos son conocidos como sucesos no básicos o compuestos.
- **Círculos:** Este símbolo denota eventos terminales que no pueden ser explicados por eventos más específicos. Nunca serán entrada de una puerta lógica. Estos símbolos son conocidos como sucesos básicos o elementales.

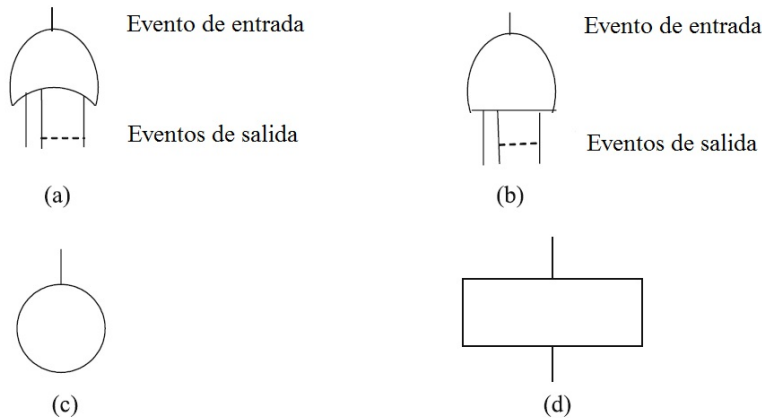


Figura 2.2: Símbolos básicos de la representación gráfica de los árboles de fallos: (a) Puerta OR, (b) Puerta AND, (c) Suceso elemental, (d) Suceso compuesto.

El cálculo de probabilidades del error en el evento principal se hará de forma ascendente partiendo de los eventos terminales. A la hora de calcular la probabilidad de un evento de entrada, dados los eventos de salida, hay que diferenciar ante que puerta lógica nos encontramos:

- **Puerta AND:** Consiste en estudiar la probabilidad de la intersección de sucesos, suponiendo que son independientes entre ellos, es decir,

$$P(A_0) = P\left(\bigcap_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i).$$

- **Puerta OR:** Consiste en estudiar la probabilidad de la unión de sucesos, suponiendo que son independientes entre ellos. Para calcular esta probabilidad utilizaremos intersecciones mediante el paso a complementarios:

$$P(A_0) = P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = P\left(\overline{\bigcap_{i=1}^n \overline{A_i}}\right) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(A_i)).$$

En lo anterior, como es evidente, hemos denotado por A_0 al evento de entrada y A_i a los diferentes eventos de salida. Vamos a explicar la aplicación de este método considerando de nuevo el problema de la taza de té del Ejemplo 5.

■ **Ejemplo 6** *Consideremos de nuevo el árbol de probabilidad de la infusión nocturna del Ejemplo 5. La acción de no derramar la taza al llevarla a la mesita de noche se podría separar en otros dos casos: no tropezar con la taza en la mano y no derramar el agua debido a nuestro mal pulso. Por otro lado la acción de no comprar té podría haber sido subsanada si hubiéramos pedido a alguien que nos lo comprara. En la Figura 2.3 podemos ver como quedaría el árbol de análisis del error para este caso.*

Estimamos que las probabilidades de los 5 eventos elementales son:

- *Probabilidad de tropezar con la taza en la mano:*

$$P(E_1) = 0,02.$$

- *Probabilidad de derramar el té por mal pulso:*

$$P(E_2) = 0,025.$$

- *Probabilidad de olvidar comprar el té:*

$$P(E_3) = 0,2.$$

- *Probabilidad de olvidar avisar a alguien para que nos compre el té:*

$$P(E_4) = 0,95.$$

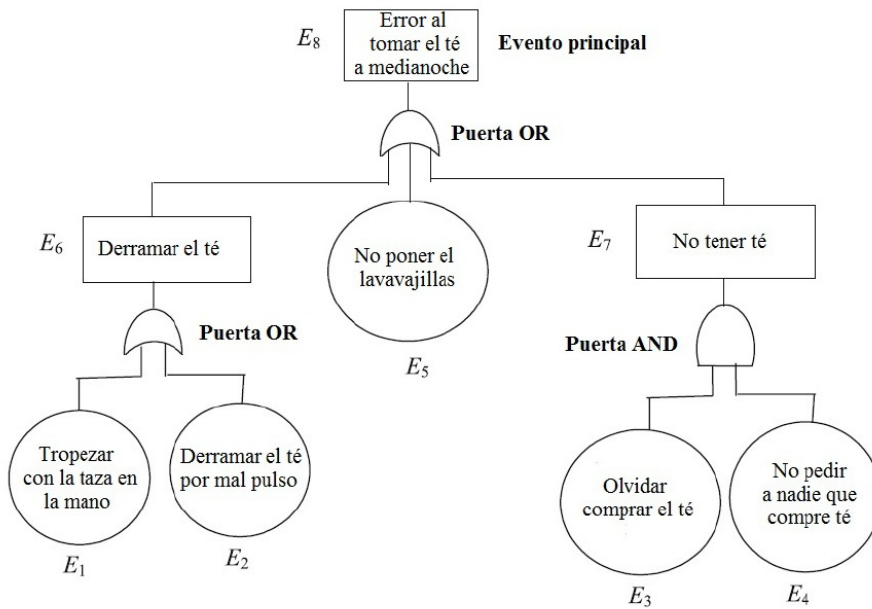


Figura 2.3: Ejemplo de árbol de análisis del error.

- *Probabilidad de olvidar poner el lavavajillas:*

$$P(E_5) = 0,1.$$

Calculamos entonces, a partir de dichos valores, la probabilidad de no poder tomar el té a medianoche debido a nuestro error humano.

$$\begin{aligned} P(E_6) &= P(E_1 \cup E_2) = 1 - P(\overline{E_1} \cup \overline{E_2}) = 1 - P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) = \\ &= 1 - P(\overline{E_1})P(\overline{E_2}) = 1 - (1 - P(E_1))(1 - P(E_2)) = \\ &= 1 - (1 - 0,02)(1 - 0,025) = 1 - 0,98 \cdot 0,975 = 0,9555 = 0,0445. \end{aligned}$$

$$P(E_7) = P(E_3 \cap E_4) = P(E_3)P(E_4) = 0,2 \cdot 0,95 = 0,19.$$

$$\begin{aligned}
 P(E_8) &= P(E_5 \cup E_6 \cup E_7) = 1 - P(\overline{E_5 \cup E_6 \cup E_7}) = \\
 &= 1 - P(\overline{E_5} \cap \overline{E_6} \cap \overline{E_7}) = 1 - P(\overline{E_5})P(\overline{E_6})P(\overline{E_7}) = \\
 &= 1 - (1 - P(E_5))(1 - P(E_6))(1 - P(E_7)) = \\
 &= 1 - (1 - 0,1)(1 - 0,0445)(1 - 0,19) = 1 - 0,9 \cdot 0,9555 \cdot 0,81 = \\
 &= 1 - 0,6966 = 0,3034.
 \end{aligned}$$

Esto quiere decir que la probabilidad de que nos quedemos sin tomar nuestra infusión por un error humano es de 0,3034.

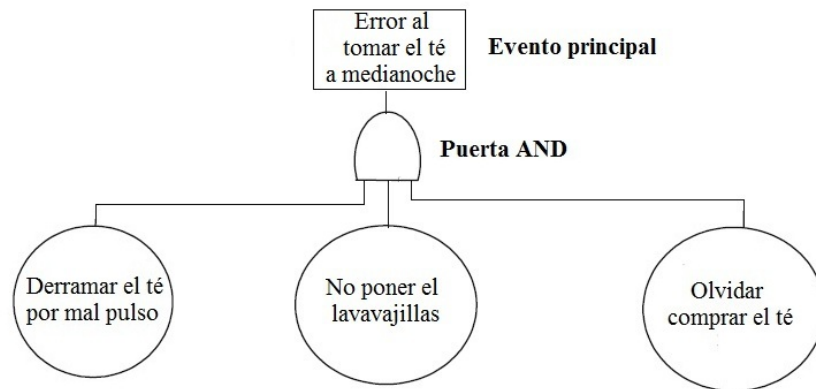


Figura 2.4: Árbol de análisis de error asociado a los datos del Ejemplo 5.

Podemos observar que la única diferencia entre el método de los árboles de fallos en el Ejemplo 6 y el de los árboles de probabilidad en el Ejemplo 5 es la inclusión en el método de los árboles de fallos de la operación 'OR' que nos permite utilizar las uniones de sucesos. Esto resulta muy útil para representar situaciones de la vida real como la vista en el ejemplo de la taza de té. De hecho, podemos ver que los árboles de probabilidad son un caso particular de los árboles de fallos en los que no se utilizan las operaciones 'OR', podemos observar en la Figura 2.4 cómo sería el árbol de fallo asociado al Ejemplo 5.

Por otro lado, existe la opinión generalizada de que los *FTA* se adaptan perfectamente tanto a problemas de la vida real como a problemas más complicados. Esto es una verdadera ventaja con respecto al HEART, que tenía muchas dificultades en su aplicación fuera del mundo de la energía nuclear y de la química. Por esta razón los árboles de fallos son el método de evaluación de probabilidad de fallo más utilizado.

Capítulo 3

Propuestas de mejora

Después de analizar las técnicas matemáticas utilizadas por la empresa ESM en las fases 3 y 4 de su estudio sobre la fiabilidad humana, ambas partes nos dimos cuenta de que éstas podían resultar demasiados anticuadas y simples en comparación con los modelos que utilizaban en el resto del estudio. Por eso, una vez analizadas en detalle dichas fases, enfocamos la segunda parte del Trabajo Fin de Máster en tratar de mejorar las técnicas que utiliza la empresa para adaptarlas aún mejor a una problemática real.

Después de un análisis detallado de las técnicas usadas, se le plantearon las siguientes propuestas de mejora a la empresa, las cuales fueron aceptadas por la misma con sumo gusto:

- Mejora de la matriz de evaluación de riesgos introduciendo más de un objetivo de estudio.
- Mejora de la cuantificación de la probabilidad de fallo, utilizando los conjuntos denominados 'fuzzy' o difusos.

Para la primera vía hemos avanzado bastante y hemos obtenidos resultados interesantes que serán mostrados a continuación. La segunda, tras un estudio de algunas de las aproximaciones al problema ya existentes en la literatura (ver [2], [11], [15], [32], [38]), se decide dejarla como un punto

abierto del trabajo, ya que la magnitud de la tarea a realizar se escapa de los objetivos de este Trabajo Fin de Máster.

Así, el principal objetivo que nos marcamos fue ayudar a desarrollar el método de la matriz de evaluación de riesgos implementada por la empresa ESM. El propósito era pasar de la matriz unidimensional en la que sólo podíamos estudiar un nivel de consecuencias, a cuatro matrices de evaluación de riesgos que valoraran los daños que causan los accidentes en cuatro campos diferentes:

- Daños a la reputación de la empresa.
- Daños sobre los bienes inmuebles.
- Daños a las personas.
- Daños al medio ambiente.

El objetivo de este estudio no será calcular los valores de riesgo de las cuatro matrices, de eso se encargará un grupo de expertos. Nuestra meta será buscar algún método que nos permita clasificar los distintos errores basándonos en las cuatro matrices de evaluación de riesgos. A lo largo del trabajo nos hemos centrado en tres tipos de métodos: métodos deterministas basados en un ranking, métodos heurísticos basados también en la elaboración de un ranking y métodos basados en operadores de agregación.

En términos matemáticos, nuestra propuesta de mejora de la matriz de evaluación de riesgos consiste en obtener, a partir de un conjunto parcialmente ordenado o *poset* (del inglés *partially ordered set*), una relación de orden total entre los elementos de nuestro *poset* inicial. A esta nueva relación de orden total creada a partir de una relación de orden parcial la llamaremos extensión lineal.

Recordemos que una relación de orden es una relación binaria R definida sobre un conjunto no vacío A que verifica las siguientes tres propiedades:

1. Reflexiva: $\forall x \in A, xRx$.
2. Transitiva: $\forall x, y, z \in A, xRy, yRz \Rightarrow xRz$.

3. Antisimétrica: $\forall x, y \in A, xRy, yRx \Rightarrow x = y$.

Además, diremos que un conjunto está parcialmente ordenado si, al menos, dos de sus elementos están relacionados entre sí por una relación de orden. Por otro lado, diremos que un conjunto está totalmente ordenado si todos sus elementos están relacionados entre sí.

Para entender un poco mejor el concepto de relación de orden parcial y relación de orden total veamos el siguiente ejemplo. Supongamos que disponemos de una lista de errores con unos valores de riesgo enteros para cada uno de los distintos niveles de consecuencias. Como en \mathbb{R}^4 no hay una relación de orden total, puede ocurrir que no podamos afirmar categóricamente que un error es mejor o peor que otro. Por ejemplo, un error que tiene unos valores de riesgo de la forma $(8, 3, 64, 13)$ es más peligroso y requerirá más atención que uno de la forma $(6, 1, 24, 5)$:

$$(8, 3, 64, 13) > (6, 1, 24, 5).$$

Sin embargo, si el segundo fuera $(6, 40, 24, 5)$ no podríamos decidir cuál de los dos es más peligroso:

$$(8, 3, 64, 13) \text{ ¿} > ? \text{ (6, 40, 24, 5)}.$$

Esto se debe a que en \mathbb{R}^4 disponemos de una relación de orden parcial y no de una relación orden total. Este problema es el que vamos a resolver en las próximas páginas mediante tres métodos distintos.

3.1. Rankings deterministas

Una de las posibles soluciones a este problema de la no existencia de una relación de orden total en \mathbb{R}^4 viene dado por el concepto de ranking. El ranking es una función que asigna a cada error una medida de su importancia, cuánto más pequeño sea el ranking de un elemento más importante será. Esta idea surge en el mundo de los algoritmos evolutivos, en concreto en el de los algoritmos genéticos multiobjetivo (ver [4], [6], [24]).

Antes de empezar a explicar los diversos rankings, es importante definir en un primer momento el concepto de 'dominación': diremos que una 4-upla domina a otra si es igual o mejor que ella en todos los objetivos y mejor estrictamente en al menos uno de ellos. En términos más matemáticos, diremos que $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ domina a $y = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ si:

$$x_i \geq y_i \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{y} \quad \exists i \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ t.q. } x_i > y_i.$$

A partir de ahora, por abuso de notación, diremos que $x > y$ si x domina a y .

Un elemento perteneciente a un conjunto A se llamará óptimo Pareto si no es dominado por ningún otro elemento del conjunto. Formalmente, diremos que $x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in A$ es un óptimo Pareto de A si:

$$\nexists y \in A \text{ tal que } y > x.$$

El conjunto de todos los óptimos Pareto se conoce como frente Pareto.

En este trabajo estudiaremos tres métodos clásicos de construcción de rankings, que han demostrado obtener buenos resultados:

- Ranking Goldberg.
- Ranking de Fonseca y Fleming.
- Ranking de Zitler, Laumanns y Thiele.

3.1.1. Ranking Goldberg

Este método diseñado por David Goldberg en 1989 (ver [12], [24]) fue uno de los primeros rankings que se implementaron en el mundo de los algoritmos evolutivos multiobjetivo. Consiste en asignar 'ranking 1' a todos los óptimos Pareto de nuestro conjunto de errores. A continuación, eliminaremos del conjunto de errores todos aquellos errores a los que ya hayamos asignado ranking y buscaremos los óptimos Pareto de este nuevo conjunto

para asignarles 'ranking 2'. Volveremos a eliminar todos los errores con ranking ya asignado y aplicaremos el mismo método hasta haber asignado un ranking a todos los errores. Ahora vamos a ver un ejemplo para ilustrar el método, pero en lugar de en \mathbb{R}^4 lo haremos en \mathbb{R}^2 para así poder tener una representación gráfica del método.

Notemos que los distintos elementos pueden obtener un ranking perteneciente a $[1, n] \cap \mathbb{N}$ donde n es el número de elementos a ordenar. Además, nunca puede haber un elemento con un ranking m si existe algún entero estrictamente menor que m que no es ranking de otro elemento del conjunto.

■ **Ejemplo 7** *Imaginemos que disponemos de los elementos de \mathbb{R}^2 de la Tabla 3.1 y queremos ordenarlos mediante el ranking Goldberg.*

Elemento	Valor
1	(5,10)
2	(6,5)
3	(9,1)
4	(3,7)
5	(4,4)
6	(3,2)
7	(1,1)

Tabla 3.1: Elementos a ordenar.

En la Figura 3.1, creada con el paquete estadístico 'R', vemos la representación gráfica del método para este ejemplo. Detallemos, paso por paso, cómo se obtendría esta clasificación:

1. *Es fácil ver que los elementos 1, 2 y 3 son óptimos Pareto entre estos 7 elementos (pues no son dominados por ningún otro elemento), por lo que les asignaremos 'ranking 1'.*
2. *Una vez quitados estos tres, son los elementos 4 y 5 los que pasan a ser óptimos Pareto entre estos 4 elementos restantes y les asignaremos, por lo tanto, 'ranking 2'.*
3. *El elemento 6 domina al 7 por lo que le asignaremos 'ranking 3'.*

4. Al séptimo elemento le asignaremos 'ranking 4' al ser dominado por todos los demás.

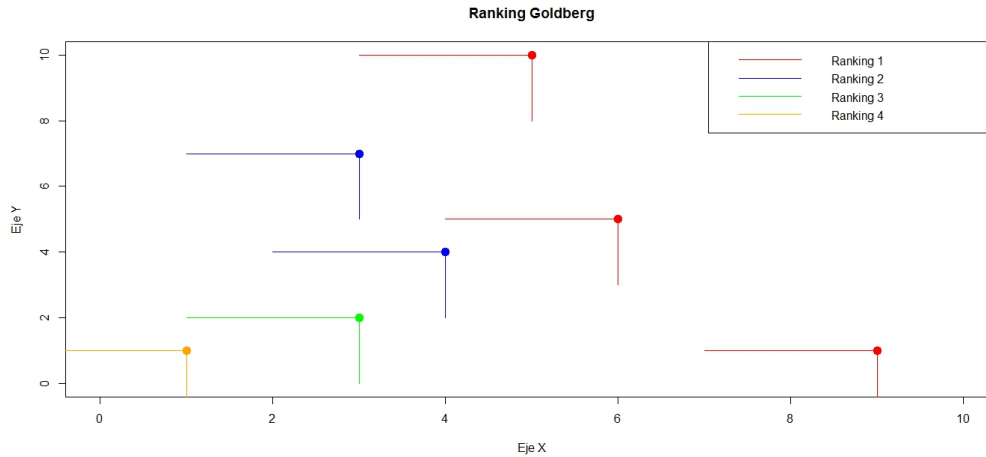


Figura 3.1: Ejemplo de aplicación del ranking Goldberg en \mathbb{R}^2 .

Podemos observar que los elementos 1, 2 y 3 pertenecen al frente Pareto, por lo que son los más importantes y los que se clasifican primero. Notemos que el frente Pareto es el mismo independientemente del ranking utilizado por lo que todos los elementos perteneciente a éste serán clasificados siempre en primera posición por cualquiera de los tres rankings deterministas.

En la Figura 3.2 podemos observar el diagrama de Hasse para los datos de este ejemplo. Recordemos que un diagrama de Hasse es un grafo en el que los nodos son los distintos elementos del conjunto y en el que los arcos que unen dos nodos indican que el nodo situado más arriba en el grafo domina al de más abajo.

Debemos reseñar que hemos mantenido los colores utilizados en la Figura 3.1 en la representación del diagrama de Hasse para indicar que a los elementos representados en un mismo color se les ha asignado un mismo ranking.

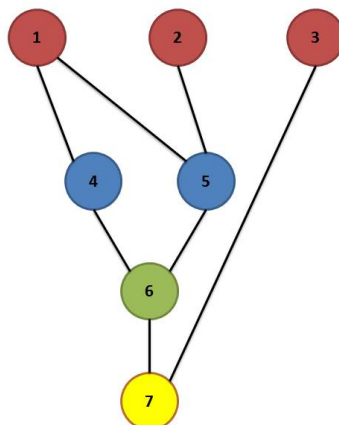


Figura 3.2: Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 7.

3.1.2. Ranking de Fonseca y Fleming

Este método diseñado por C.M. Fonseca y P.J. Fleming entre 1993 y 1995 (ver [9], [10], [24]), asigna como ranking a cada elemento el número de individuos que lo dominan. Es, sin duda, el más sencillo de implementar de los tres rankings que vamos a estudiar.

A diferencia del ranking Goldberg, vemos que los rankings posibles para cada elemento están en $[0, n - 1] \cap \mathbb{N}$ donde n es el número de elementos a ordenar. Sin embargo, en esta ocasión no es necesario que todos los rankings asignados sean enteros consecutivos.

■ **Ejemplo 8** Con el paquete estadístico 'R' hemos creado la Figura 3.3, donde podemos ver un ejemplo de la aplicación de este ranking en \mathbb{R}^2 para los mismos datos usados en el ejemplo del ranking Goldberg (Ejemplo 7).

A continuación, podemos observar como serían los pasos necesarios para asignar el ranking a los distintos elementos de nuestro ejemplo, según el criterio de Fonseca y Fleming.

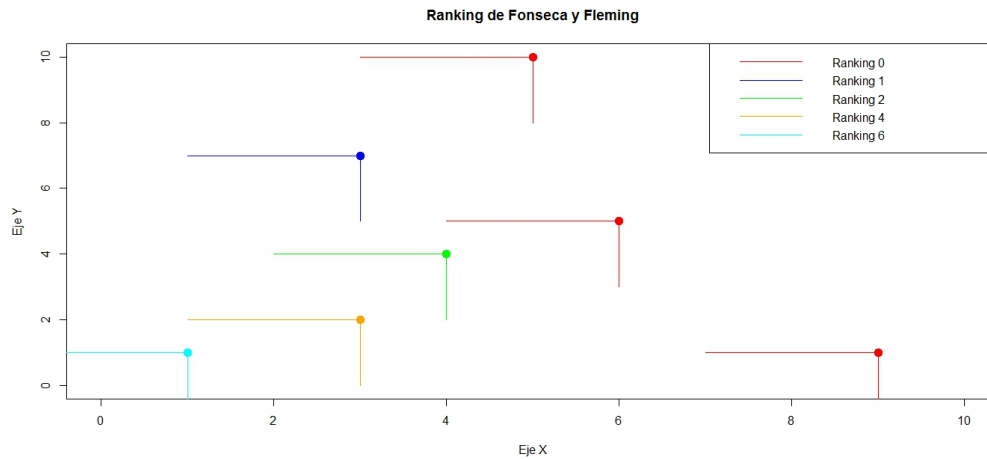


Figura 3.3: Ejemplo de aplicación del ranking de Fonseca y Fleming en \mathbb{R}^2 .

1. Los elementos 1, 2 y 3 (los óptimos Pareto entre estos 7 elementos) se vuelven a clasificar con el mejor ranking ('ranking 0') pues no son dominados por ningún elemento.
2. El elemento 4 es dominado por el elemento 1 por lo que le asignaremos 'ranking 1'.
3. El elemento 5 le asignaremos 'ranking 2', pues es dominado por los elementos 1 y 2.
4. El elemento 6 es dominado por 1, 2, 4 y 5 así que le pondremos 'ranking 4'.
5. El elemento 7 es dominado por todos los otros elementos por lo que le asignaremos 'ranking 6'.

Como hemos dicho con anterioridad, podemos observar que los elementos 1, 2 y 3 pertenecen al frente Pareto, por lo que son los más importantes y los que se clasifican primero. Vemos que, como el frente Pareto es independiente del ranking utilizado, los primeros elementos clasificados por cada método serán siempre los mismos.

En la Figura 3.4 podemos observar el diagrama de Hasse para este ejemplo. Vemos que, a diferencia del ranking anterior, los elementos 4 y 5 se clasifica con distinto ranking. Sin embargo, como es lógico, los arcos del grafo siguen siendo los mismo pues el ranking no altera la relación de orden 'x domina a y'.

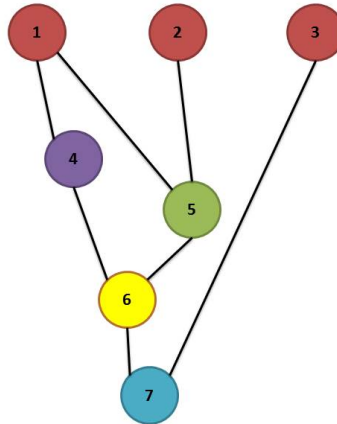


Figura 3.4: Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 8.

3.1.3. Ranking de Zitler, Laumanns y Thiele

Este ranking fue diseñado en 2001 por E. Zitler, M. Laumanns, L. Thiele (ver [24], [39]) y es actualmente uno de los métodos de asignación de ranking más utilizado en los problemas multiobjetivo. En un primer momento calculamos para cada individuo el número de elementos de la población que él domina. Entonces, a cada individuo le asignaremos como ranking la suma de los valores anteriormente calculados de los individuos que lo dominan a él.

En esta ocasión vemos que los rankings posibles están en $[0, \frac{n(n-1)}{2}] \cap \mathbb{N}$ donde n es el número de elementos a ordenar. Esto se debe a que el caso en el que podemos obtener el ranking más alto es el caso en el que tenemos un

conjunto totalmente ordenado y ningún elemento está repetido. En ese caso tenemos un elemento que es dominado por todos, uno que sólo domina a este primero, otro que domina al primero y al segundo y así sucesivamente hasta un último elemento que domina a todos los demás. Vemos que ese elemento que es dominado por todos tendrá asignado 'ranking' $\sum_{i=1}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2}$.

Obviamente, puesto que es posible un conjunto en el que se asignen los rankings 0 y $\frac{n(n-1)}{2}$ a la vez y que el cardinal de $[0, \frac{n(n-1)}{2}] \cap \mathbb{N}$ es estrictamente mayor que n si $n > 1$, no todos los ranking tienen que ser consecutivos como en el caso del ranking Goldberg.

■ **Ejemplo 9** En la Figura 3.5 podemos ver un ejemplo de la aplicación de este ranking en \mathbb{R}^2 utilizando los mismos datos que para los dos métodos anteriores (los de la Tabla 3.1).

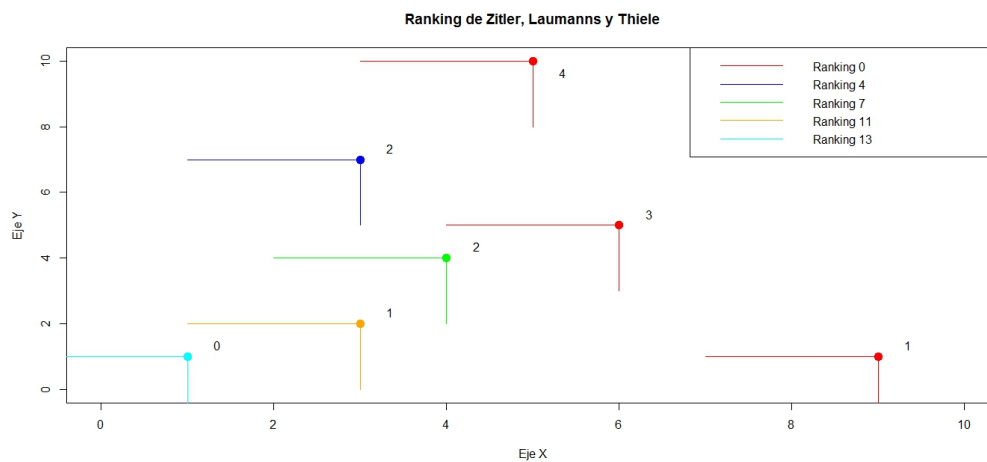


Figura 3.5: Ejemplo de aplicación del ranking de Zitler, Laumanns y Thiele en \mathbb{R}^2 .

Representamos al lado de cada punto el número de elementos a los que domina. Después a cada elemento le asignamos la suma de estos valores de aquellos elementos que lo dominan a él. A continuación podemos ver más detalladamente como obtener el ranking para los elementos de este ejemplo.

En primer lugar debemos asignar el número de elementos a los que domina cada uno de los errores:

1. *El elemento 1 domina a 4 elementos.*
2. *El elemento 2 domina a 3 elementos.*
3. *El elemento 3 domina a 1 elemento.*
4. *El elemento 4 domina a 2 elementos.*
5. *El elemento 5 domina a 2 elementos.*
6. *El elemento 6 domina a 1 elemento.*
7. *El elemento 7 no domina a ningún elemento.*

A continuación asignamos los rankings a cada uno de los elementos haciendo la suma de los valores que acabamos de asignar a todos los elementos que le dominan.

1. *Los elementos 1, 2 y 3 no son dominados por ningún elemento por lo que se les asigna 'ranking 0'.*
2. *El elemento 4 es dominado por el elemento 1 por lo que se le asigna 'ranking 4'.*
3. *El elemento 5 es dominado por los elementos 1 y 2 por lo que se le asigna 'ranking $4+3=7$ '.*
4. *El elemento 6 es dominado por los elementos 1, 2, 4 y 5 por lo que se le asigna 'ranking $4+3+2+2=11$ '.*
5. *El elemento 7 es dominado por todos los demás elementos por lo que se le asigna 'ranking $4+3+1+2+2+1=13$ '.*

Podemos observar que los elementos 1, 2 y 3 pertenecen al frente Pareto, por lo que son los más importantes y los que se clasifican primero. Vemos que ocurre lo mismo que para el Ranking Goldberg y para el de

Fonseca-Flemming. Esto no es casualidad pues, como ya hemos comentado con anterioridad, el frente Pareto es independiente del ranking utilizado.

En la Figura 3.6 podemos observar el diagrama de Hasse para este ejemplo. Notemos que el diagrama de Hasse asociado es el mismo para este ejemplo que para el Ranking de Fonseca y Fleming.

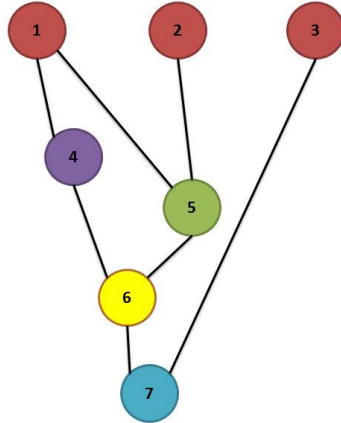


Figura 3.6: Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 9.

3.1.4. Asignación de rankings en el caso de las matrices de evaluación de riesgos

Podemos aplicar los tres criterios de clasificación basados en rankings descritos anteriormente para errores con valores de riesgo en \mathbb{R}^4 sin ningún problema. Sin embargo, con la intención de premiar la importancia de los errores más graves dividiremos los errores en tres conjuntos:

1. Errores que tienen al menos uno de los cuatro valores de riesgo en rojo.

2. Errores que tienen al menos uno de los cuatro valores de riesgo en amarillo y ninguno en rojo.
3. Errores que tienen todos los valores de riesgo en verde.

Después clasificaremos los errores por medio de alguno de los tres rankings vistos anteriormente, pero teniendo en cuenta que vamos a dar preferencia a los elementos del conjunto 1 respecto de los del 2 y el 3 y a los del 2 respecto de los del 3. Por ejemplo, si un elemento del grupo 2 queda clasificado quinto mediante el ranking escogido, pero se encuentra por encima de tres elementos del conjunto 1 lo pasaremos al octavo puesto y ascenderemos una posición a los otros tres elementos.

Esta solución nos permite centrarnos en los errores críticos en alguno de los objetivos sobre otros que clasificaran por encima. Sin embargo, es demasiado estricta pues, por poner un ejemplo extremo, un error que tenga unos valores de riesgo de $(25, 25, 25, 25)$ clasificará con esta corrección por detrás de un error con valores de riesgo $(26, 2, 2, 2)$. Como el salto de una categoría a otra es demasiado brusco, la introducción de lógica *fuzzy* parece una vía interesante para una futura investigación en esta parte del trabajo.

A grandes rasgos, la introducción de valoraciones fuzzy de los riesgos en la matriz de evaluación de riesgos, nos permitiría trabajar con una frontera menos estricta, al considerar valoraciones del tipo 'sobre 25' en lugar de 'exactamente 25' como estamos haciendo ahora. Así, la introducción de números fuzzy en dicha matriz, nos llevaría a trabajar con una partición fuzzy de los sucesos y la diferencia entre relevancia alta y media no sería tan radical como en la matriz que se viene considerando hasta ahora, permitiendo la existencia de sucesos que sean en cierto grado de relevancia alta, pero también en cierto grado de relevancia media.

La introducción de conjuntos difusos o fuzzy puede mejorar notablemente esta corrección por colores, sin embargo, no la hemos empleado en esta Trabajo Fin de Máster porque la generalización de este trabajo en esa dirección supondría un trabajo final de una magnitud que se escapa de los objetivos de este Trabajo Fin de Máster, dejándola como un punto abierto de cara a continuar con esta línea de investigación, en la que además la empresa nos ha hecho notar que se encuentra muy interesada.

Volviendo al método de corrección de colores que hemos utilizado en nuestro trabajo, vemos que la posición en la que un elemento es clasificado por un ranking puede ser otro criterio interesante de clasificación. A continuación, vamos a introducir un ejemplo de un laboratorio farmacéutico para ilustrar el método y ver el comportamiento de los diferentes rankings.

■ **Ejemplo 10** *Un laboratorio farmacéutico quiere realizar un estudio sobre los diversos errores humanos que afectan negativamente a la empresa. El objetivo es ordenar los errores de mayor a menor importancia para saber cuáles son los que requieren prestar más atención. Para realizar este estudio disponen de la Tabla 3.2 cuyos valores ha consensuado un grupo de expertos en fiabilidad humana.*

El significado de las abreviaturas usadas en la Tabla 3.2 es el siguiente:

- **F:** *Frecuencia de los distintos tipos de errores. Los valores posibles, de acuerdo a la forma habitual de aparecer en una matriz de evaluación de riesgo, son denotados de la forma siguiente:*
 - **0:** *Improbable.*
 - **1:** *Poco habitual.*
 - **2:** *Ocasional.*
 - **3:** *Probable.*
 - **4:** *Frecuente.*
- **RC:** *Rango de consecuencias. Dichos valores pueden ser de cuatro tipos:*
 - **R:** *Daño a la reputación de la empresa.*
 - **B:** *Pérdidas económicas en términos de bienes inmuebles.*
 - **P:** *Daños causados a personas.*
 - **M:** *Efectos negativos sobre el medio ambiente.*

En cada uno de ellos se ha usado la siguiente notación numérica para los distintos valores posibles, de acuerdo con el estándar de la matriz de riesgo usada:

Cod. error	Tipos de errores	F	RC			
			R	B	P	M
1	Error de marcaje en la fecha de caducidad.	4	1	1	1	0
2	Error de marcaje en el lote de un producto.	3	0	0	0	0
3	Pesada de componentes errónea (leve).	2	1	1	1	0
4	Pesada de componentes errónea (grave).	1	3	1	4	0
5	Pérdida de producto.	2	1	3	0	2
6	Residuos no reciclados correctamente.	1	5	0	3	5
7	Prospectos no incluidos con el medicamento.	0	2	1	3	0
8	Extravío de un lote de medicamentos.	1	0	3	0	0
9	Medicamentos empaquetados como otros medicamentos.	0	5	1	5	0
10	Mal despeje de línea (máquinas no limpiadas correctamente).	1	1	2	2	1
11	Ruptura del stock de un medicamento.	1	3	5	4	0
12	Explosión en el laboratorio.	0	5	5	4	4
13	Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad.	1	5	3	4	1
14	Envases dañados o no cerrados herméticamente.	4	1	2	2	0
15	Color o forma del medicamento erróneo.	1	4	3	0	0
16	Cápsulas de medicamentos vacías	1	4	2	2	0

Tabla 3.2: Tabla de posibles errores en el laboratorio farmacéutico.

- **0:** *Ninguna.*
- **1:** *Mínima.*
- **2:** *Menor.*
- **3:** *Moderada.*
- **4:** *Elevada.*
- **5:** *Extrema.*

Utilizando la matriz de evaluación de riesgos estándar de la Figura 1.1 obtendríamos los vectores de riesgo que observamos en la Tabla 3.3.

Código de error	Vector de riesgo	Color más importante
1	(16,16,16,8)	Amarillo
2	(5,5,5,5)	Verde
3	(6,6,6,3)	Amarillo
4	(10,4,16,2)	Amarillo
5	(6,15,3,9)	Amarillo
6	(26,2,10,26)	Rojo
7	(3,2,5,1)	Verde
8	(2,10,2,2)	Amarillo
9	(13,2,13,1)	Amarillo
10	(4,6,6,4)	Amarillo
11	(10,26,16,2)	Rojo
12	(13,13,8,8)	Amarillo
13	(26,10,16,4)	Rojo
14	(16,24,24,8)	Amarillo
15	(16,10,2,2)	Amarillo
16	(16,6,6,2)	Amarillo

Tabla 3.3: Vectores de riesgo del problema del laboratorio farmacéutico.

Aplicando los distintos rankings implementados en 'Matlab' obtenemos la clasificación de errores de la Tabla 3.4 y, calculando la posición de cada error y aplicando la corrección de colores, la Tabla 3.5.

Esto nos indica que los errores más importantes y en los que más tiene que centrarse el laboratorio farmacéutico en solucionar son:

- *Residuos no reciclados correctamente.*
- *Ruptura del stock del medicamento.*
- *Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad.*

Es necesario destacar que estos tres errores son los tres elementos del frente Pareto que están clasificados en la zona roja. Los otros dos elementos del frente Pareto que se clasifican en la zona amarilla son clasificados en cuarto lugar por la corrección de colores, pero su importancia según los tres

n° error	Rank. Goldberg	Rank. Fonseca	Rank. Zitler
1	2	1	11
2	4	3	26
3	4	4	34
4	3	4	32
5	1	0	0
6	1	0	0
7	5	12	44
8	4	7	39
9	3	3	29
10	4	4	34
11	1	0	0
12	3	2	21
13	1	0	0
14	1	0	0
15	3	3	29
16	3	3	29

Tabla 3.4: Ranking de los errores según los diferentes métodos.

rankings deterministas sería la misma que los tres anteriores. Estos dos elementos del frente Pareto son:

- *Pérdida de producto.*
- *Envases dañados o no cerrados herméticamente.*

Podemos ver en la Figura 3.7 una representación gráfica de las posiciones para los tres rankings de cada uno de los errores para este ejemplo, lo que nos permite observar que el comportamiento de los tres rankings es parecido con pequeñas discrepancias en algunos errores. De todas formas, los elementos más importantes, los pertenecientes al frente Pareto, se clasifican igual para los tres métodos.

En la Figura 3.8 podemos observar el diagrama de Hasse asociado a los datos de este ejemplo. Notemos que los tres errores que clasifican en la zona roja pertenecen al frente Pareto junto a los errores 5 y 14.

n° error	Rank. Goldberg	Rank. Fonseca	Rank. Zitler	Pos. media
1	6	6	6	6
2	15	15	15	15
3	12	11	12	11,67
4	7	11	11	9,67
5	4	4	4	4
6	1	1	1	1
7	16	16	16	16
8	12	14	14	13,33
9	7	8	8	7,67
10	12	12	12	11,67
11	1	1	1	1
12	7	7	7	7
13	1	1	1	1
14	4	4	4	4
15	7	8	8	7,67
16	7	8	8	7,67

Tabla 3.5: Clasificaciones de los errores según los diferentes rankings después de la corrección por colores.

Durante la implementación en 'Matlab' del método hemos encontrado algunas situaciones que se podrían solucionar fácilmente definiendo una nueva matriz de evaluación de riesgos. Por ejemplo, hemos observado que el objetivo 'daños al medio ambiente' no tiene grandes consecuencias en la mayoría de errores; sin embargo, errores muy frecuentes toman valores relativamente altos en esta categoría y esto evita que sean dominados por otros valores con consecuencias más graves sobre el medio ambiente pero menos frecuentes. Una posible solución a este problema sería añadir una columna de ceros a la matriz de evaluación de riesgos que indicara que el error tiene consecuencia cero sobre ese objetivo como se muestra en la Figura 3.9.

Usemos el Ejemplo 10 para entender por qué podría ser mejor utilizar la matriz de riesgos con una columna de ceros. En este ejemplo el error 2 (marcaje en el lote de un producto) no tiene absolutamente ninguna importancia para el medioambiente, pero el hecho de ser 'frecuente' le hace

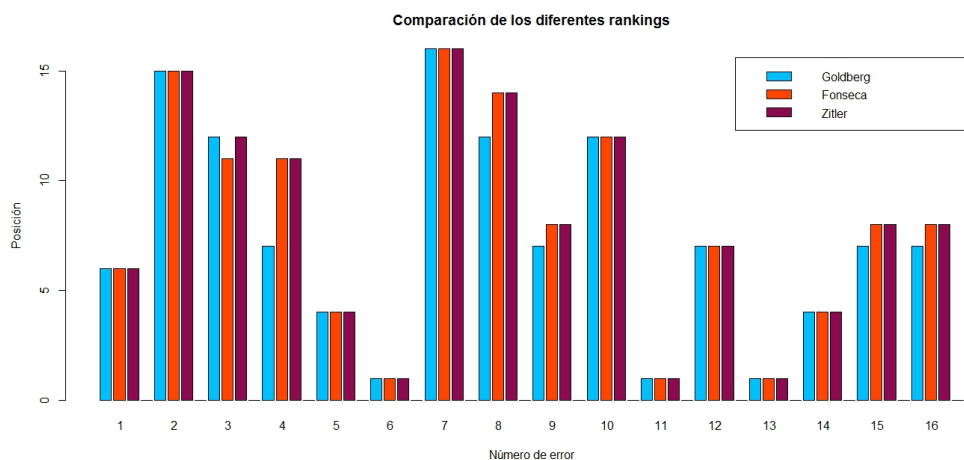


Figura 3.7: Posiciones de los distintos errores según los tres rankings estudiados ya corregidos.

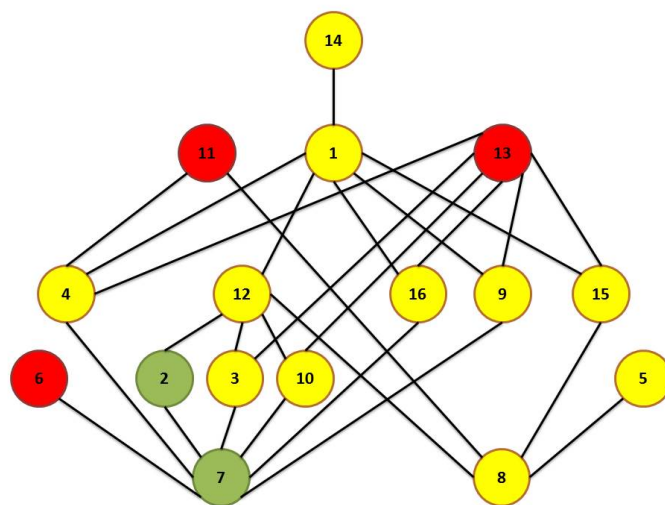


Figura 3.8: Diagrama de Hasse para el Ejemplo 10.

obtener un valor de riesgo de 5, que supone el sexto valor de riesgo más alto en esta categoría por lo que no estará dominado por 10 de los 16 errores.

Con la nueva matriz obtendríamos en todos los casos un valor de riesgo de 0, lo cual no afectaría a las dominaciones.

Es importante notar que no tendría sentido añadir una fila de ceros a la Figura 3.9, puesto que si un error ocurre con frecuencia cero no será necesario su estudio.

F/C	CERO	NINGUNA	MÍNIMA	MEJOR	MODERADA	ELEVADA	EXTREMA
FRECUENTE	0	8	16	24	40	64	104
PROBABLE	0	5	10	15	25	40	65
OCASIONAL	0	3	6	9	15	24	39
POCO HABITUAL	0	2	4	6	10	16	26
IMPROBABLE	0	1	2	3	5	8	13

Figura 3.9: Matriz de evaluación de riesgo alternativa.

Este método supone una línea muy interesante de trabajo en la que seguir investigando en colaboración con ESM, pero se necesitaría una base de datos de gran tamaño que permitiera estudiar más a fondo sus posibles fallos.

3.2. Rankings heurísticos

Cuando la base de datos es muy grande puede resultar más útil recurrir a medios heurísticos que, en determinados puntos del algoritmo, seleccionan aleatoriamente el orden de algunos elementos. Esto supone sacrificar la obtención de una solución determinista a cambio de simplificar el algoritmo. De esta manera obtendremos una extensión lineal de nuestro *poset* por cada vez que ejecutemos nuestro algoritmo.

Al ser un método heurístico tiene la gran ventaja de ser realmente

rápido, sin embargo, es habitual que el azar no nos lleve a la extensión lineal más adecuada. Es por eso que, en la práctica, se ejecuta un número suficiente de veces el algoritmo y se toma como extensión lineal final la formada al ordenar la posición media de cada uno de los elementos en las distintas extensiones lineales creadas. Un ejemplo de este tipo de algoritmo es el conocido como 'Minimales'.

Este procedimiento es un método iterativo en el que se realiza una iteración por cada elemento que tiene el *poset* inicial P . Para empezar se establece, el conjunto de individuos minimales del *poset* (o lo que es lo mismo, el conjunto de elementos que no dominan a ningún otro), en términos matemáticos el conjunto sería:

$$\{x \in P / y \not\leq x, \forall x \in P\},$$

siendo \leq la relación de orden parcial definida sobre el *poset*.

Entonces, se escoge aleatoriamente un elemento minimal para clasificar en última posición. A continuación, se retira este individuo y se procede de la misma forma con los elementos restantes, escogiendo en cada iteración i un elemento al azar del conjunto de elementos minimales del *subposet* P_i formado por los elementos del *poset* P menos los elementos ya clasificados. Este nuevo individuo se clasifica en la $(n-i)$ -ésima posición y se retira para continuar iterando hasta clasificar todos los elementos. De esta forma, se construye una extensión lineal de nuestro conjunto de datos.

Es importante mencionar que la manera en la que elegimos aleatoriamente los elementos del conjunto P_i viene definida por la ley de distribución discreta que asigna a cada uno de los m elementos minimales e_i del *poset* la probabilidad de ser escogido siguiente:

$$\frac{n_i}{\sum_{k=1}^m n_k},$$

donde n_i representa el número de elementos del *poset* que dominan al elemento e_i .

Veamos mediante dos ejemplos, uno sencillo y otro con los mismos datos del Ejemplo 10 cómo aplicar correctamente el método.

■ **Ejemplo 11** Supongamos que tenemos el conjunto de \mathbb{R}^2 siguiente:

$$A = \{(0, 0), (0, 1), (1/2, 0), (1, 0), (1, 1)\}.$$

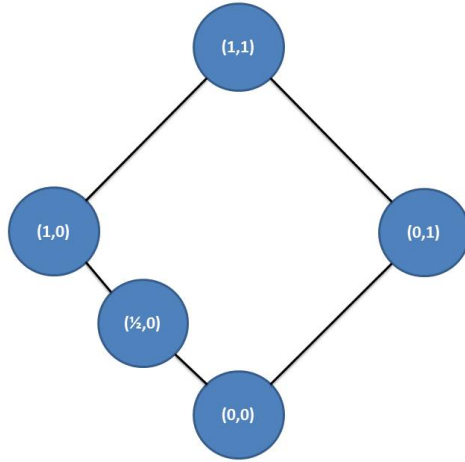


Figura 3.10: Diagrama de Hasse para el Ejemplo 11.

Vemos claramente como el elemento $(0, 0)$ es dominado por los otros cuatro elementos y, en cambio, $(1, 1)$ domina a todos. Sin embargo, entre los otros tres no sabemos establecer una relación de orden total, aunque sabemos que $(1/2, 0)$ es dominado por $(1, 0)$. Esto podemos verlo con más detalle en la Figura 3.10, donde vemos representado el diagrama de Hasse de este ejemplo. El método 'Minimales' actuaría en los siguientes pasos:

Paso 1. El único elemento minimal de A sería $(0, 0)$ al ser el único que no domina a ningún otro por lo que lo clasificaremos en quinta posición y pasaríamos a clasificar el siguiente elemento.

Paso 2. Ahora tenemos dos elementos minimales $(0, 1)$ y $(1/2, 0)$ como el primero sólo es dominado por sí mismo y por $(1, 1)$ y el segundo lo es por el mismo, por $(1, 1)$ y por $(1, 0)$ la probabilidad de clasificar cuarto a $(0, 1)$ es dos quintos y a $(1/2, 0)$ es tres quintos. Hacemos el sorteo y resulta que sale escogido como cuarto clasificado $(1/2, 0)$.

Paso 3. *Esta vez los dos elementos minimales son $(0,1)$ y $(1,0)$ que tienen una probabilidad de un medio de ser clasificados en tercer lugar. Realizamos el sorteo y obtenemos que el tercer clasificado va a ser $(0,1)$.*

Paso 4. *El único elemento minimal en esta iteración es el $(1,0)$ por lo que lo clasificamos en segunda posición.*

Paso 5. *Por último nos quedaría el elemento $(1,1)$ que sería clasificado en primera posición.*

De esta manera nos quedaría la siguiente extensión lineal del poset A :

$$(0,0) < (1/2,0) < (0,1) < (1,0) < (1,1).$$

Como hemos explicado, al tratarse de un método heurístico, el azar puede causar que la extensión lineal obtenida no se ajuste todo lo deseado a los datos por lo que convendría ejecutar el algoritmo una cantidad suficiente de veces que nos permita tener una estabilidad en el método.

En este ejemplo es fácil observar que las tres posibles extensiones lineales que podemos obtener son:

$$E1 : (0,0) < (1/2,0) < (0,1) < (1,0) < (1,1),$$

$$E2 : (0,0) < (1/2,0) < (1,0) < (0,1) < (1,1),$$

$$E3 : (0,0) < (0,1) < (1/2,0) < (1,0) < (1,1).$$

Aplicando nociones de probabilidad básicas vemos que las tres extensiones son equiprobables y tienen una probabilidad de ocurrencia de un tercio. Si ejecutamos el algoritmo un número suficiente de veces, el Teorema Central del Límite nos asegura que obtendremos una proporción de aproximadamente un tercio de cada una de las tres extensiones lineales. Ejecutando un millón de veces el algoritmo obtenemos los resultados recogidos en la Tabla 3.6.

E1	E2	E3
333451	333055	333494

Tabla 3.6: Extensiones obtenidas al ejecutar el algoritmo 'Minimales' un millón de veces.

Por lo que la posición media de cada uno de nuestros elementos es:

$$\begin{aligned}
 (1, 1) &: \frac{1 \cdot 333451 + 1 \cdot 333055 + 1 \cdot 333494}{1000000} = 1. \\
 (1, 0) &: \frac{2 \cdot 333451 + 3 \cdot 333055 + 2 \cdot 333494}{1000000} = 2,3331. \\
 (0, 1) &: \frac{3 \cdot 333451 + 2 \cdot 333055 + 4 \cdot 333494}{1000000} = 3,0004. \\
 (1/2, 0) &: \frac{4 \cdot 333451 + 4 \cdot 333055 + 3 \cdot 333494}{1000000} = 3,6665. \\
 (0, 0) &: \frac{5 \cdot 333451 + 5 \cdot 333055 + 5 \cdot 333494}{1000000} = 5.
 \end{aligned}$$

Esto nos lleva a decidir que la extensión lineal resultante de aplicar el algoritmo 'Minimales' es:

$$(0, 0) < (1/2, 0) < (0, 1) < (1, 0) < (1, 1).$$

■ **Ejemplo 12** *Aplicamos el algoritmo 'Minimales' a los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3 y lo repetimos 1000000 de veces para obtener el ranking que vemos reflejado en la Tabla 3.7. Después usamos la corrección por colores que utilizamos también en el caso de los rankings deterministas para premiar los errores que son muy graves en alguna de las categorías.*

Podemos observar que el método minimales nos clasifica como error más importante 'Envases dañados o no cerrados herméticamente' aunque tras la corrección de color el error más grave pasa a ser la 'Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad'. En la Figura 3.11 podemos observar las diferencias entre el algoritmo 'Minimales' y el método de ranking determinista más moderno: el ranking Zitler. Como dijimos en la introducción de los métodos heurísticos su ventaja frente a los

n° error	Posición	Corrección del ranking
1	3	5
2	12	15
3	14	13
4	11	11
5	6	7
6	7	3
7	16	16
8	15	14
9	9	9
10	13	12
11	4	2
12	5	6
13	2	1
14	1	4
15	8	8
16	10	10

Tabla 3.7: Posiciones de los distintos errores para el algoritmo 'Minimales'.

deterministas, además de una mayor velocidad de ejecución, es que permite obtener clasificaciones más precisas en las que no suele haber empates entre distintos errores.

3.3. Métodos basados en operadores

En lugar de optar por clasificar los errores directamente, podemos asignar un operador que nos relacione los 4 valores de riesgo obtenidos en la matriz de evaluación de riesgos en un solo valor real, donde sí poseemos una relación de orden total que nos permite clasificar directamente los errores. Los primeros operadores que se nos pueden venir a la cabeza son la media aritmética o la media geométrica, pero existen algunos más en la literatura (ver [3]), [37]).

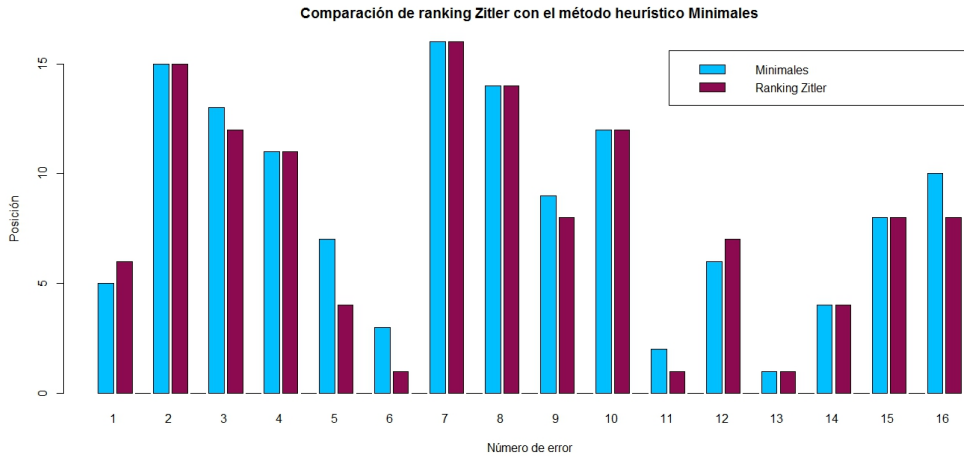


Figura 3.11: Comparación entre el ranking Zitler y el método heurístico 'Minimales'.

En nuestro problema, para cada error tendremos un vector de cuatro valores de riesgos: $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$. El objetivo será entonces clasificar todos los errores mediante un operador G que puede ser elegido de diversas formas. Para clasificar la posición final de cada uno de los errores ordenaremos los errores de mayor a menor valor del operador teniendo en cuenta, como en los métodos basados en rankings, los códigos de colores.

Dicho operador G debe partir de un conjunto de datos (en este caso cuatro) y obtener con ellos un único valor, con lo que estamos considerando un operador o función de agregación. Para ello, definimos una *función de agregación de orden n* como una aplicación $A^{(n)} : I^n \rightarrow I$ creciente en cada componente y que satisface las siguientes condiciones de acotación:

$$\inf_{x \in I^n} A^{(n)}(x) = \inf I \quad \text{y} \quad \sup_{x \in I^n} A^{(n)}(x) = \sup I,$$

donde I representa cualquier intervalo cerrado de la recta real.

En general, una *función de agregación extendida*, en ocasiones simplemente función u operador de agregación, es una función $A : \bigcup_{n \in \mathbb{N}} I^n \rightarrow I$ tal que para todo $n > 1$, la función $A^{(n)} = A|_{I^n}$ es una función de agregación de orden n y $A^{(1)}$ coincide con la identidad en I .

En algunas ocasiones se considera que todas las componentes tienen el mismo peso. Cuando esto no es así, es necesario considerar un caso particular de los operadores anteriores y surgen las funciones de agregación ponderadas, que habitualmente son denotadas como OWA (*ordered weighted averaging operators*).

Así, dada una función de agregación extendida $A : \bigcup_{n \in \mathbb{N}} I^n \rightarrow I$ y un vector de pesos $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ (para algún $n \in \mathbb{N}$), se denomina *función de agregación ponderada* a toda función de agregación de orden n , $A_w : I^n \rightarrow I$ verificando que:

1. Si $w = (1, 1, \dots, 1)$ entonces:

$$A_w(x_1, x_2, \dots, x_n) = A(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

para todo $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in I^n$.

2. Para todo $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in I^n$ y para todo $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$:

$$A_w(x_1, x_2, \dots, x_n) = A_{w^*}(x_{m_1}, x_{m_2}, \dots, x_{m_k}),$$

donde $\{m_1, m_2, \dots, m_k\} = \{i \in \{1, 2, \dots, n\} | w_i > 0\}$, $m_1 < m_2 < \dots < m_k$ y $w^* = (w_{m_1}, w_{m_2}, \dots, w_{m_k})$.

3. Si w es un vector de pesos normal, es decir, si $\sum_{i=1}^n w_i = 1$, entonces

A_w es una función de agregación idempotente:

$$A_w(x, x, \dots, x) = x, \forall x \in I.$$

Para más detalles sobre operadores de agregación podemos consultar el libro de Radko Mesiar, Tomasa Calvo y Gaspar Mayor *Aggregation operators: New trends and applications* (ver [25]) o el de Ronald R. Yager y de J. Kacprzyk *The ordered weighted averaging operators: Theory and Applications* (ver [36]).

A lo largo de este trabajo, nosotros vamos a agregar las distintas matrices de evaluación de riesgo con los siguientes operadores:

- Media aritmética.
- Media geométrica.
- Máximo.
- Mínimo.
- Máximo y mínimo.
- Mediana
- Media aritmética y máximo.
- Media ponderada.

Todos ellos son funciones de agregación, siendo la última una función de agregación ponderada.

En este trabajo nos limitaremos a mostrar la utilización de cada una de estas funciones, así como a comentar ciertas características de las mismas. La elección de una u otra será una decisión que deberá ser tomada por un experto en el tema en estudio, en función de sus preferencias.

3.3.1. Media aritmética

Este operador $G(\cdot)$ es el que surge de forma más natural y posee buenas propiedades, sin embargo, se puede correr el riesgo de premiar excesivamente a valores que, sin ser excepcionales en ninguna característica, tienen valores aceptables en todos los objetivos. En nuestro caso el operador vendría definido de la siguiente forma:

$$G(x) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i.$$

■ **Ejemplo 13** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.8.*

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	14	3	5
2	5	13	15
3	5,25	12	12
4	8	8	8
5	8,25	7	7
6	16	2	1
7	2,75	16	16
8	4	15	14
9	7,25	11	11
10	5	13	13
11	13,5	5	3
12	10,5	6	6
13	14	3	2
14	18	1	4
15	7,5	9	9
16	7,5	9	9

Tabla 3.8: Valores de la media aritmética para los distintos errores.

Podemos observar que, a diferencia de los métodos basados en rankings, ahora la mayoría de los elementos están clasificados en una posición distinta. Esto puede ser una ventaja respecto a los métodos multiobjetivo deterministas pues puede permitir ordenar los elementos del frente Pareto entre ellos.

En la Figura 3.12 podemos comparar el método de ranking determinista más moderno, el ranking Zitler, y el método de ranking heurístico, algoritmo 'Minimales', con el operador 'media aritmética' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10 para ver las diferencias más significativas entre estos métodos. Vemos que ahora el error más importante es el 6: Residuos no reciclados correctamente.

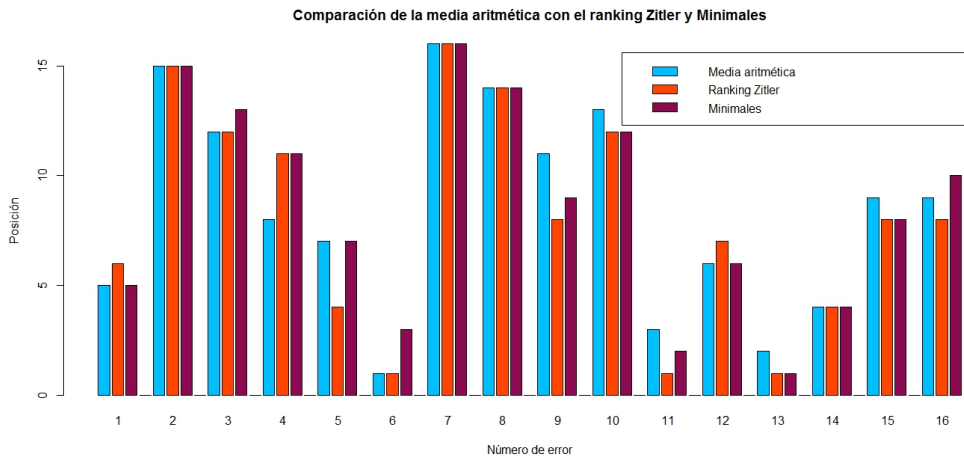


Figura 3.12: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media aritmética'.

3.3.2. Media geométrica

Este operador $G(\cdot)$ es también una solución bastante lógica a nuestro problema que surge de forma natural, sin embargo, tampoco ofrece buenos resultados al premiar excesivamente los elementos con los 4 objetivos iguales y castigar duramente a aquellos que tienen valores bajos en alguno de los objetivos. En nuestro caso el operador vendría definido de la siguiente forma:

$$G(x) = \sqrt[4]{\prod_{i=1}^4 x_i}.$$

■ **Ejemplo 14** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.9.*

En la Figura 3.13 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'media geométrica' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 13: 'Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad'.

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	13,45	2	5
2	5	12	15
3	5,04	10	10
4	5,98	8	8
5	7,02	7	7
6	10,78	4	2
7	2,34	16	16
8	2,99	15	14
9	4,29	14	13
10	4,9	13	12
11	9,55	6	3
12	10,2	5	6
13	11,36	3	1
14	16,48	1	4
15	5,03	11	11
16	5,83	9	9

Tabla 3.9: Valores de la media geométrica para los distintos errores.

3.3.3. Máximo

Este operador $G(\cdot)$ es otra solución típica para este tipo de problemas. El problema de este operador es que, aunque clasifica aceptablemente los errores más importantes, ofrece resultados muy malos para errores con máximos medios o bajos. En nuestro caso el operador vendría definido de la siguiente forma:

$$G(x) = \max_{i \in \{1,2,3,4\}} x_i.$$

■ **Ejemplo 15** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.10. Cabe destacar que al aplicar el criterio de corrección de ranking en esta ocasión no se varía la posición en la que se clasifica el elemento. Esto se debe a que la zona de color a la que pertenece cada elemento está definida según el valor de riesgo máximo de cada elemento.*

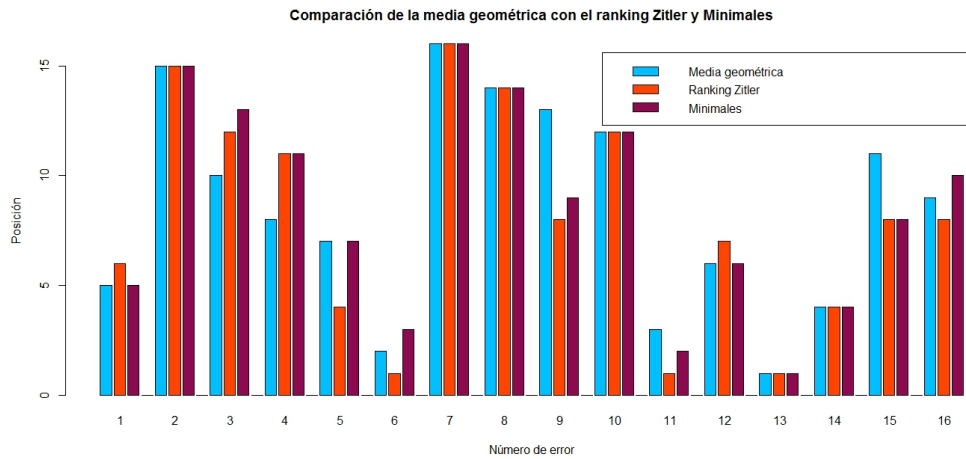


Figura 3.13: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media geométrica'.

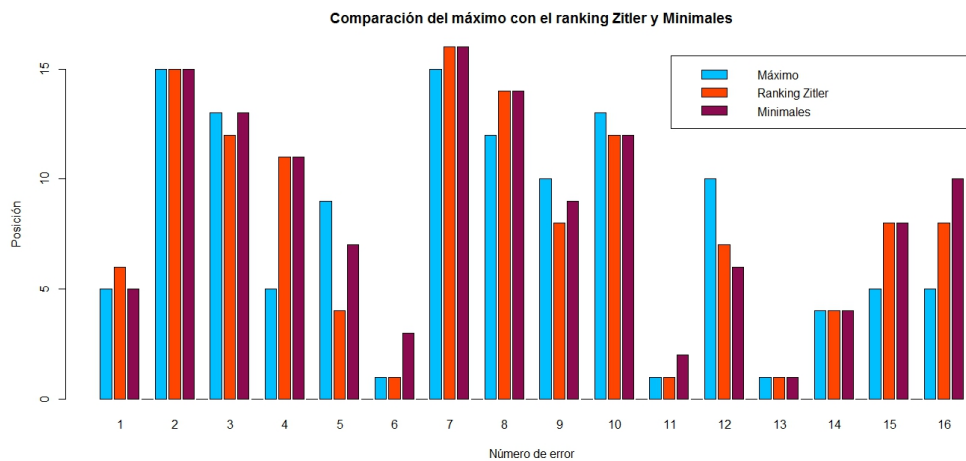


Figura 3.14: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'máximo'.

En la Figura 3.14 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'máximo' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora los errores más

importantes son el 6 (*Residuos no reciclados correctamente*), el 11 (*Ruptura del stock de un medicamento*) y el 13 (*Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad*).

nº error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	16	5	5
2	5	15	15
3	6	13	13
4	16	5	5
5	15	9	9
6	26	1	1
7	5	15	15
8	10	12	12
9	13	10	10
10	6	13	13
11	26	1	1
12	13	10	10
13	26	1	1
14	24	4	4
15	16	5	5
16	16	5	5

Tabla 3.10: Valores del máximo para los distintos errores.

3.3.4. Mínimo

Análogamente al operador del máximo, se podría pensar en definir también su operador dual, el mínimo. Sin embargo, resulta poco eficiente pues, por ejemplo, un error con un objetivo bajo y los otros tres máximos sería clasificado sólo en función del objetivo bajo sin importar lo importantes que son los otros tres. En nuestro caso el operador vendría definido de la siguiente forma:

$$G(x) = \min_{i \in \{1,2,3,4\}} x_i.$$

■ **Ejemplo 16** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.11.*

nº error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	8	1	4
2	5	4	15
3	3	7	8
4	2	9	10
5	3	7	8
6	2	9	2
7	1	15	16
8	2	9	10
9	1	15	14
10	4	5	7
11	2	9	2
12	8	1	4
13	4	5	1
14	8	1	4
15	2	9	10
16	2	9	10

Tabla 3.11: Valores del mínimo para los distintos errores.

En la Figura 3.15 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'mínimo' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 13: Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad. Notemos que el error clasificado como más importante es un error que otros operadores 'mejores' también clasifican como el más importante. Sin embargo, observando la clasificación completa vemos que ésta no se parece a la ofrecida por el resto de operadores.

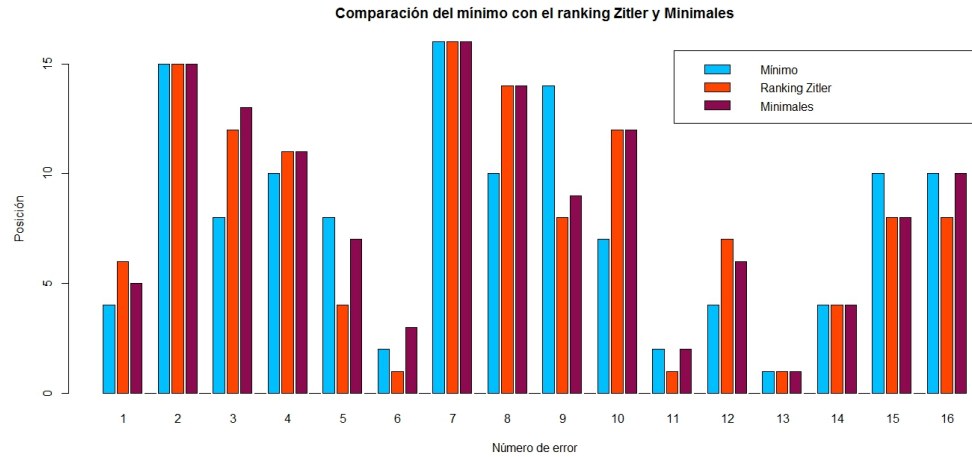


Figura 3.15: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'mínimo'.

3.3.5. Máximo y mínimo

De los dos operadores anteriores surge este nuevo operador $G(\cdot)$, que obtiene resultados aceptables gracias a usar el máximo como valor principal y a usar el mínimo como elemento corrector. Dicho operador vendría dado por:

$$G(x) = \frac{\text{máx}_{i \in \{1,2,3,4\}} x_i + \text{mín}_{i \in \{1,2,3,4\}} x_i}{2}.$$

■ **Ejemplo 17** Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.12.

En la Figura 3.16 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'suma del máximo y del mínimo' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 13: Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad.

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	12	5	5
2	5	13	15
3	4,5	15	14
4	9	7	7
5	9	7	7
6	14	3	2
7	3	16	16
8	6	12	12
9	7	11	11
10	5	13	13
11	14	3	2
12	10,5	6	6
13	15	2	1
14	16	1	4
15	9	7	7
16	9	7	7

Tabla 3.12: Valores del operador del máximo y el mínimo para los distintos errores.

3.3.6. Mediana

La mediana es otro operador utilizado habitualmente en estadística. No tiene muy buenas propiedades en nuestro problema pues, por ejemplo, elementos con un valor muy alto en una cualidad y los otros tres muy bajos serán clasificados muy abajo. En general, con la mediana no tenemos en cuenta los extremos, que para nuestro problema son fundamentales. Si denotamos $x_{(i)}$ como el i -ésimo elemento, si éstos han sido ordenados de menor a mayor; el operador vendría definido de la siguiente forma:

$$G(x) = \frac{x_{(2)} + x_{(3)}}{2}.$$

■ **Ejemplo 18** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.13.*

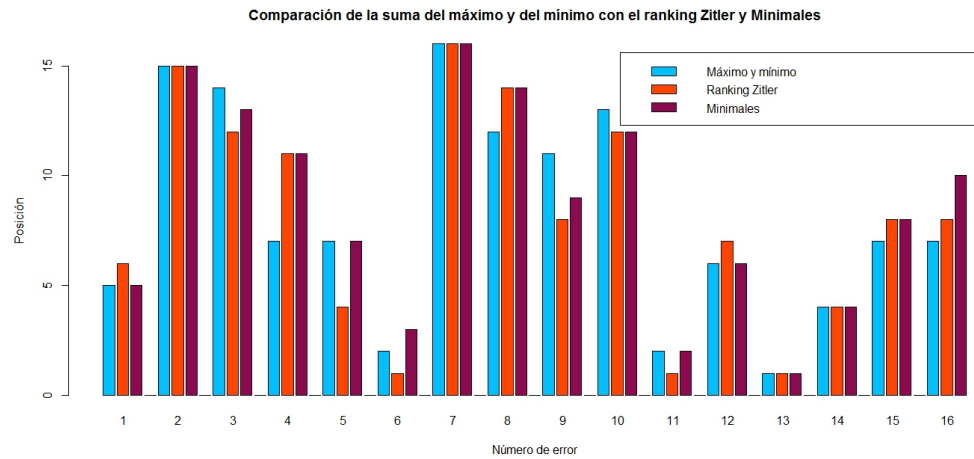


Figura 3.16: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'máximo y el mínimo'.

En la Figura 3.17 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'mediana' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 6: Residuos no reciclados correctamente.

3.3.7. Media aritmética y máximo

Este operador $G(\cdot)$ nace de ver las debilidades de los operadores media aritmética y máximo por separado. El primero premiaba a los elementos que no tuvieran objetivos con valores muy bajos y el segundo no entraba a valorar los objetivos que no fueran el máximo. El comportamiento del operador es bueno y después de los OWA's (que veremos a continuación) es el más útil para nuestro problema. Este operador vendría definido así:

$$G(x) = \frac{\max_{i \in \{1,2,3,4\}} x_i + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 x_i}{2}.$$

■ **Ejemplo 19** Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador y obtenemos la Tabla 3.14.

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	16	3	5
2	5	13	15
3	6	10	10
4	7	9	9
5	7,5	7	7
6	18	2	1
7	2,5	15	16
8	2	16	14
9	7,5	7	7
10	5	13	13
11	13	4	2
12	10,5	6	6
13	13	4	2
14	20	1	4
15	6	10	10
16	6	10	10

Tabla 3.13: Valores de la mediana para los distintos errores.

En la Figura 3.18 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'media aritmética y máximo' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 6: Residuos no reciclados correctamente.

3.3.8. Media ponderada

Este operador se adaptaría realmente bien al modelo pues nos permitiría dar una mayor o menor importancia a los distintos objetivos. Sin embargo, para aplicar este método tenemos que solucionar antes un pequeño problema: la asignación de los pesos.

Una posible solución sería convocar un grupo de expertos que decidieran qué valores son los más adecuados al modelo. En nuestro problema, por ejemplo, resulta evidente que los daños económicos se podrían considerar

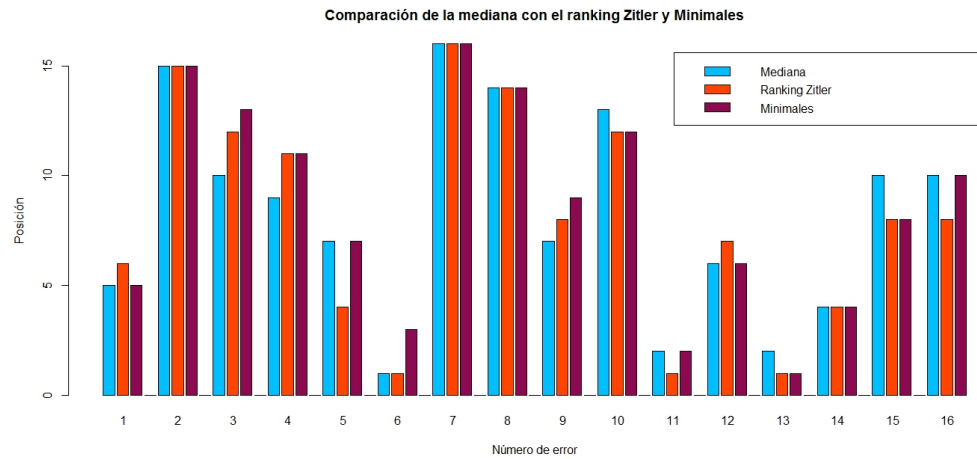


Figura 3.17: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'mediana'.

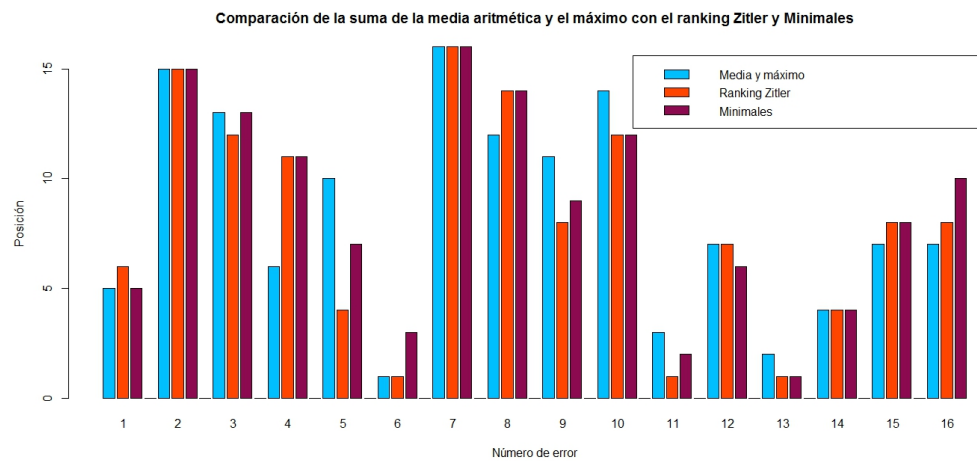


Figura 3.18: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media aritmética y máximo'.

menos importantes que los daños a las vidas de las personas.

Otra solución sería disponer de un conjunto grande de errores ya cla-

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	15	5	5
2	5	15	15
3	5,63	13	13
4	12	6	6
5	11,63	10	10
6	21	1	1
7	3,88	16	16
8	7	12	12
9	10,13	11	11
10	5,5	14	14
11	19,75	4	3
12	11,75	7	7
13	20	3	2
14	21	1	4
15	11,75	7	7
16	11,75	7	7

Tabla 3.14: Valores del operador de la media aritmética y el máximo para los distintos errores.

sificados y mediante técnicas de minería de datos ver qué pesos se ajustan mejor a la clasificación ya dada.

La definición formal del operador sería:

$$G(x.w) = \sum_{i=1}^4 w_i x_i \quad \text{con } w_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, 3, 4\}.$$

Suele ser habitual tomar los pesos de manera que $\sum_{i=1}^4 w_i = 1$, aunque no sea una condición obligatoria.

■ **Ejemplo 20** *Utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico de la Tabla 3.3, aplicamos este operador con el vector de pesos $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ y obtenemos la Tabla 3.15.*

n° error	Valor del operador	Posición	Corrección del ranking
1	14,67	3	5
2	5	14	15
3	5,5	12	12
4	9,17	7	7
5	7,75	10	10
6	14,67	3	2
7	3,08	16	16
8	4	15	14
9	8,25	8	8
10	5,17	13	13
11	14,67	3	2
12	10,5	6	6
13	15	2	1
14	19,33	1	4
15	7,5	11	11
16	7,83	9	9

Tabla 3.15: Valores de la media ponderada para los distintos errores.

La asignación de estos pesos no es, ni mucho menos, fruto de un estudio riguroso del problema sino una primera aproximación para poder ilustrar nuestro ejemplo.

En la Figura 3.19 podemos comparar el ranking Zitler y el algoritmo 'Minimales' con el operador 'media ponderada' utilizando los mismos datos del laboratorio farmacéutico del Ejemplo 10. Vemos que ahora el error más importante es el 13: Venta de un producto al que no se le ha realizado un control de calidad.

3.4. Análisis de la estrategia de mejora

El gran problema que se nos planteó, a la hora de presentarle a la empresa un método de ordenación de los errores, fue decidir cuál de las

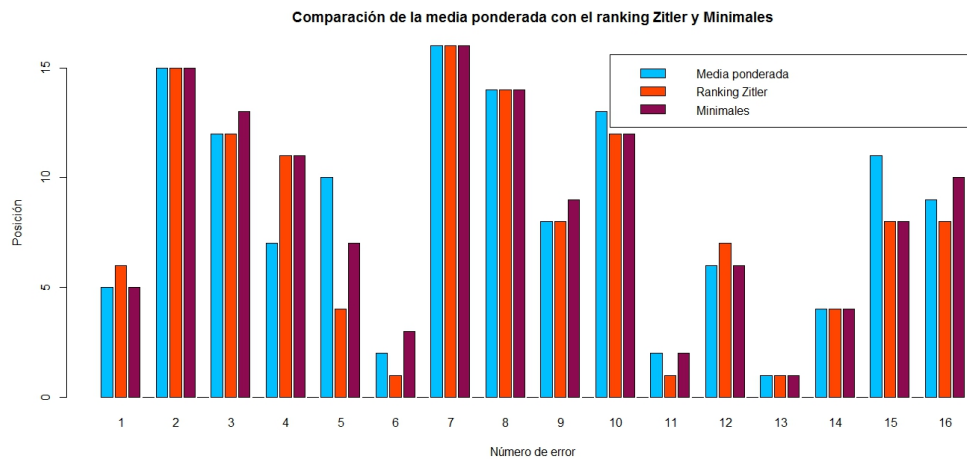


Figura 3.19: Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media ponderada'.

distintas clasificaciones era la 'mejor' puesto que no existe una medida que cuantifique este concepto. Algunos de los operadores ya hemos visto que no son nada prácticos como, por ejemplo, el mínimo o la mediana; sin embargo, no es fácil decidir cuál de los operadores elegir (e incluso cómo combinarlos) pues para cada tipo de problema puede ser más interesante escoger un determinado tipo de clasificación.

De todas formas, es conveniente estudiar lo relacionados que están los distintos métodos de clasificación entre ellos para ver cuáles ofrecen diferentes puntos de vista o cuáles están demasiado relacionados y no aportan diferencias significativas. Este análisis lo haremos mediante los índices de correlación de Spearman y de Kendall (para más información sobre estos índices ver, por ejemplo, [30]). Estos dos métodos, a diferencia de otros índices de correlación como el de Pearson, miden la relación existente entre dos variables X e Y que son ordinales, es decir, cuando tenemos clasificaciones dentro de una serie de elementos.

El índice de correlación de Spearman, que denotaremos por ρ , viene

definido por:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N d_i^2}{N(N^2 - 1)},$$

donde N es el número de pares (x_i, y_i) y d_i es la diferencia entre los distintos valores de orden de X y de Y , o lo que es lo mismo $d_i = |x_i - y_i|$.

A continuación veremos un ejemplo para ilustrar cómo obtener este índice de Spearman en un caso sencillo, de pequeña dimensión.

■ **Ejemplo 21** *Se quiere saber si las tareas domésticas que prefiere hacer un adolescente en casa coinciden con las que quieren que haga sus padres. Las 5 tareas a analizar son:*

T1. Hacer la compra.

T2. Poner la mesa.

T3. Preparar la comida.

T4. Recoger el correo.

T5. Recoger la habitación.

Realizando un estudio a diversas familias, se obtiene que los padres tienen la siguiente lista de preferencias: T3, T1, T5, T2, T4. Sin embargo, se nota una tendencia generalizada entre los jóvenes a los que no les gusta ni cocinar ni recoger la habitación, por lo que prefieren hacerlos en el orden siguiente: T1, T2, T4, T3, T5. Veamos, utilizando el índice de correlación de Spearman, si las preferencias de padres e hijos son las mismas.

Lo primero que tenemos que hacer es calcular las distancias entre el orden de las distintas tareas. Veamos los resultados en la Tabla 3.16.

De donde obtenemos el coeficiente de correlación de Spearman:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^5 d_i^2}{5(5^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2)}{120} = -0,1.$$

Tarea (i)	Padres (X_i)	Hijos (Y_i)	Distancia ($ (X_i - Y_i) $)
T1	2	1	1
T2	4	2	2
T3	1	4	3
T4	5	3	2
T5	3	5	2

Tabla 3.16: Distancias entre las distintas tareas para los padres y los hijos.

Como ρ es cercano a cero diremos que los dos índices no están muy relacionados entre sí por lo que los padres y los hijos no tienen unas preferencias parecidas a la hora de decidir qué tareas del hogar realizar.

Para calcular el índice de correlación de Kendall, que denotaremos por τ , debemos primero ordenar de manera ascendente la variable X , es decir, ordenando los pares (x_i, y_i) de tal manera que los x_i estén en orden ascendente. Después compararemos cada uno de los valores y_i de la variable Y con todos los siguientes y_j con $j > i$. Mientras comparamos los valores de la variable Y contaremos una permanencia si $y_i < y_j$ y una inversión si $y_i > y_j$. Entonces el índice de correlación de Kendall τ viene definido por:

$$\tau = \frac{N_p - N_i}{\frac{N(N-1)}{2}},$$

donde N es el número de pares (x_i, y_i) , N_p es el número total de permanencias y N_i es el número total de inversiones.

A continuación ilustraremos el método mediante el mismo ejemplo que utilizamos para explicar el coeficiente de correlación de Kendall.

■ **Ejemplo 22** *Utilizando las mismas dos clasificaciones del Ejemplo 21 podemos aplicar el coeficiente de correlación de Kendall como método alternativo y deberíamos obtener un resultado parecido: que los dos índices no están muy correlados. Lo primero que debemos hacer es ordenar nuestras tareas de tal manera que la variable X , la preferencia de tareas de los padres esté en orden ascendente y después debemos contar las permanencias y las inversiones de cada una de las distintas tareas para la variables Y :*

Tarea (i)	Padres (X_i)	Hijos (Y_i)	Permanencias (N_p)	Inversiones (N_i)
T3	1	4	1	3
T1	2	1	3	0
T5	3	5	0	2
T2	4	2	1	0
T4	5	3	0	0

Tabla 3.17: Permanencias e inversiones entre las distintas tareas para los padres y los hijos.

Como vemos en la Tabla 3.17, el número total de permanencias es $N_p = 5$, el número total de inversiones es $N_i = 5$ y el número de pares es $N = 5$. Por lo que el índice de correlación de Kendall τ vale:

$$\tau = \frac{5 - 5}{\frac{5(5-1)}{2}} = 0.$$

Como el coeficiente vale cero diremos que los dos índices no están muy relacionados entre sí por lo que los padres y los hijos no tienen unas preferencias parecidas a la hora de decidir qué tareas del hogar realizar, como nos había dicho también el coeficiente de Spearman.

Como en los casos de correlación para variables continuas no ordinales, tanto ρ como τ están comprendidos entre -1 y 1 , donde valores cercanos a cero implican falta de relación entre las variables. En las Tablas 3.18 y 3.19 podemos observar la matriz con los índices de correlación entre los distintos rankings/operadores utilizados a lo largo del trabajo para el Ejemplo 10, el del laboratorio farmacéutico.

Para simplificar notaciones hemos denominado los métodos según la siguiente numeración:

- M1. Ranking Goldberg.
- M2. Ranking de Fonseca y Fleming.
- M3. Ranking de Zitler, Laumanns y Thiele.

- M4. Algoritmo 'Minimales'.
- M5. Operador media aritmética.
- M6. Operador media geométrica.
- M7. Operador máximo.
- M8. Operador mínimo.
- M9. Operador máximo y mínimo.
- M10. Operador mediana.
- M11. Operador máximo y media aritmética.
- M12. Operador media ponderada.

Además hemos marcado en **rojo** los métodos deterministas basados en rankings, en **amarillo** los métodos heurísticos y en **verde** los métodos basados en operadores.

Método	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12
M1	1.00	0.98	0.99	0.96	0.96	0.92	0.93	0.79	0.95	0.95	0.92	0.92
M2	0.98	1.00	1.00	0.98	0.96	0.93	0.88	0.83	0.94	0.96	0.88	0.91
M3	0.99	1.00	1.00	0.98	0.96	0.93	0.89	0.83	0.94	0.96	0.89	0.92
M4	0.96	0.98	0.98	1.00	0.97	0.93	0.89	0.86	0.97	0.96	0.91	0.94
M5	0.96	0.96	0.96	0.97	1.00	0.98	0.92	0.86	0.98	0.97	0.96	0.96
M6	0.92	0.93	0.93	0.93	0.98	1.00	0.88	0.91	0.95	0.94	0.93	0.94
M7	0.93	0.88	0.89	0.89	0.92	0.88	1.00	0.71	0.94	0.86	0.97	0.90
M8	0.79	0.83	0.83	0.86	0.86	0.91	0.71	1.00	0.84	0.84	0.78	0.82
M9	0.95	0.94	0.94	0.97	0.98	0.95	0.94	0.84	1.00	0.94	0.97	0.96
M10	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97	0.94	0.86	0.84	0.94	1.00	0.91	0.97
M11	0.92	0.88	0.89	0.91	0.96	0.93	0.97	0.78	0.97	0.91	1.00	0.95
M12	0.92	0.91	0.92	0.94	0.96	0.94	0.90	0.82	0.96	0.97	0.95	1.00

Tabla 3.18: Índices de correlación de Spearman entre nuestras 12 clasificaciones.

Método	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12
M1	1.00	0.95	0.96	0.89	0.89	0.84	0.86	0.68	0.89	0.88	0.85	0.84
M2	0.95	1.00	0.99	0.91	0.88	0.83	0.76	0.70	0.84	0.89	0.77	0.83
M3	0.96	0.99	1.00	0.93	0.88	0.83	0.77	0.70	0.86	0.89	0.77	0.83
M4	0.89	0.91	0.93	1.00	0.88	0.83	0.76	0.74	0.90	0.88	0.77	0.85
M5	0.89	0.88	0.88	0.88	1.00	0.93	0.79	0.75	0.91	0.93	0.89	0.89
M6	0.84	0.83	0.83	0.83	0.93	1.00	0.74	0.81	0.87	0.88	0.82	0.86
M7	0.86	0.76	0.77	0.76	0.79	0.74	1.00	0.58	0.88	0.73	0.93	0.78
M8	0.68	0.70	0.70	0.74	0.75	0.81	0.58	1.00	0.74	0.71	0.63	0.68
M9	0.89	0.84	0.86	0.90	0.91	0.87	0.88	0.74	1.00	0.83	0.91	0.87
M10	0.88	0.89	0.89	0.88	0.93	0.88	0.73	0.71	0.83	1.00	0.82	0.91
M11	0.85	0.77	0.77	0.77	0.89	0.82	0.93	0.63	0.91	0.82	1.00	0.85
M12	0.84	0.83	0.83	0.85	0.89	0.86	0.78	0.68	0.87	0.91	0.85	1.00

Tabla 3.19: Índices de correlación de Kendall entre nuestras 11 clasificaciones.

Analizando las tablas de correlaciones entre los distintos métodos de clasificación, observamos que todos ofrecen unos órdenes muy parecidos y que no habría grandes diferencias entre aplicar unos métodos u otros, a excepción quizás del *M8*. Esta octava clasificación viene dada por el operador 'Mínimo' que, como comentamos en su descripción, no es muy recomendable pues desprecia totalmente lo más importante en nuestro problema: los errores más graves. Si no tenemos en cuenta este operador más problemático el coeficiente de Spearman más bajo es de 0,86 y el de Kendall de 0,73, ambos claramente significativos. Esto nos indica que todos los métodos empleados en este trabajo están muy correlados.

Uno de los grandes objetivos que ha quedado abierto en este Trabajo Fin de Máster ha sido estudiar el comportamiento de estos rankings y operadores en una gran base de datos real. Esto nos permitiría observar con más precisión los métodos planteados a lo largo del trabajo y analizar en detalle qué premia y qué castiga cada uno de estos procedimientos. Sin embargo, esto no ha sido posible debido a que la empresa ESM no contaba con tal base de datos. El hecho de que la empresa se encuentra en este momento desarrollando la situación que nos ocupa, hace que, al menos de momento, aún no se hubiera realizado la valoración de la influencia de los distintos accidentes en los cuatro objetivos planteados; en particular, a la reputación

de la empresa o al medio ambiente.

Capítulo 4

Conclusiones y líneas abiertas

Al comenzar este trabajo hemos explicado cómo funciona el proceso de la disminución del error humano en una determinada tarea. Recordemos que el estudio estaba dividido en cinco partes:

1. *Brainstorming* de errores y análisis de consecuencias por un grupo de expertos.
2. Análisis de frecuencia de los distintos errores.
3. Clasificación de los errores según su importancia.
4. Análisis de las causas de los errores más importantes.
5. Búsqueda de medidas para solucionar los errores más importantes.

Al profundizar en la tercera y cuarta fase, mediante una lectura detallada de la principal literatura existente relativa a este tema, hemos visto sus debilidades y limitaciones, por lo que hemos tratado de mejorar los métodos utilizados.

El principal objetivo en el que nos hemos centrado ha sido mejorar el método de la matriz de evaluación de riesgos. La necesidad de medir las consecuencias de un accidente en distintos escenarios, es una cuestión de

gran importancia en el estudio de la fiabilidad humana, en general, y en el trabajo que viene desarrollando la empresa ESM, en particular.

Los resultados alcanzados presentan alentadores avances en este campo, existiendo distintos aspectos en los que entendemos se debe seguir avanzando:

- Evitar los problemas de dominación que se dan entre objetivos con valores muy bajos para los métodos multiobjetivo. Una posible solución sería el diseño de una matriz de evaluación de riesgos con una columna de ceros a la izquierda para que los errores con ninguna consecuencia tuvieran un valor de riesgo de 0 independientemente de su frecuencia.
- Solucionar de alguna manera el exceso de importancia que tiene el ajuste de clasificación en función del color máximo que tienen sus objetivos. Esto se podría solucionar introduciendo lógica fuzzy en los grupos de color máximo. En tales casos habría que introducir métodos de ordenación borrosos, a la hora de clasificar los distintos errores que se pueden producir.
- Conseguir una buena distribución de pesos en el operador de la media ponderada. Posibles vías de trabajo en este problema emplearían técnicas de minería de datos o incluso técnicas evolutivas de algoritmos genéticos.
- Considerar medidas alternativas a la medida de probabilidad utilizada en la descripción de los árboles de la fase cuatro. Dichas medidas de probabilidad solo tendrían sentido si los sucesos vienen definidos con total precisión y si existe una gran colección de datos que nos permiten estimar dichas probabilidades. Sin embargo, alguno de estos dos supuestos, o incluso los dos, no son verificados en muchas ocasiones prácticas. En estos casos, parece más adecuado la utilización de medidas de posibilidad, en lugar de medidas de probabilidad, tal como ya han venido investigando algunos autores (ver [15], [2], [11], [32], [34]). Nos gustaría profundizar más en la literatura existente en dicho contexto, e intentar aplicarla a bases de datos reales, lo que supondría una notable mejoría en la modelización matemática de la fase 4 en un estudio de la fiabilidad humana.

Índice de tablas

2.1. Tabla de Probabilidades Nominales del Error Humano (<i>PNEH</i>). 19	19
2.2. Tabla de efectos incrementadores del error humano(E_i). Parte 1.	20
2.3. Tabla de efectos incrementadores del error humano(E_i). Parte 2.	21
2.4. Condiciones de producción del error que afectan a cada conductor.	23
3.1. Elementos a ordenar.	39
3.2. Tabla de posibles errores en el laboratorio farmacéutico. . . .	49
3.3. Vectores de riesgo del problema del laboratorio farmacéutico.	50
3.4. Ranking de los errores según los diferentes métodos.	51
3.5. Clasificaciones de los errores según los diferentes rankings después de la corrección por colores.	52
3.6. Extensiones obtenidas al ejecutar el algoritmo 'Minimales' un millón de veces.	58
3.7. Posiciones de los distintos errores para el algoritmo 'Minimales'.	59
3.8. Valores de la media aritmética para los distintos errores. . .	63

3.9. Valores de la media geométrica para los distintos errores.	65
3.10. Valores del máximo para los distintos errores.	67
3.11. Valores del mínimo para los distintos errores.	68
3.12. Valores del operador del máximo y el mínimo para los distintos errores.	70
3.13. Valores de la mediana para los distintos errores.	72
3.14. Valores del operador de la media aritmética y el máximo para los distintos errores.	74
3.15. Valores de la media ponderada para los distintos errores.	75
3.16. Distancias entre las distintas tareas para los padres y los hijos.	78
3.17. Permanencias e inversiones entre las distintas tareas para los padres y los hijos.	79
3.18. Índices de correlación de Spearman entre nuestras 12 clasificaciones.	80
3.19. Índices de correlación de Kendall entre nuestras 11 clasificaciones.	81

Índice de figuras

1.1. Matriz de evaluación de riesgos.	10
1.2. Diagrama de los valores de riesgo de cada uno de los errores observados en la empresa de transportes.	14
2.1. Ejemplo de árbol de probabilidad.	28
2.2. Símbolos básicos de la representación gráfica de los árboles de fallos: (a) Puerta OR, (b) Puerta AND, (c) Suceso elemental, (d) Suceso compuesto.	30
2.3. Ejemplo de árbol de análisis del error.	32
2.4. Árbol de análisis de error asociado a los datos del Ejemplo 5.	33
3.1. Ejemplo de aplicación del ranking Goldberg en \mathbb{R}^2	40
3.2. Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 7.	41
3.3. Ejemplo de aplicación del ranking de Fonseca y Fleming en \mathbb{R}^2	42
3.4. Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 8.	43
3.5. Ejemplo de aplicación del ranking de Zitler, Laumanns y Thiele en \mathbb{R}^2	44
3.6. Diagrama de Hasse asociado al Ejemplo 9.	46

3.7. Posiciones de los distintos errores según los tres rankings estudiados ya corregidos.	53
3.8. Diagrama de Hasse para el Ejemplo 10.	53
3.9. Matriz de evaluación de riesgo alternativa.	54
3.10. Diagrama de Hasse para el Ejemplo 11.	56
3.11. Comparación entre el ranking Zitler y el método heurístico 'Minimales'.	60
3.12. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media aritmética'.	64
3.13. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media geométrica'.	66
3.14. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'máximo'.	66
3.15. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'mínimo'.	69
3.16. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'máximo y el mínimo'.	71
3.17. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'mediana'.	73
3.18. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media aritmética y máximo'.	73
3.19. Comparación entre el ranking Zitler, el algoritmo 'Minimales' y el operador de agregación 'media ponderada'.	76

Bibliografía

- [1] C. Baber and N.A. Stanton. Human error identification techniques applied to public technology: predictions compared with observed use. *Appl. Ergonomics*, 27:119–131, 1996.
- [2] K.Y. Cai, C.Y. Wen, and M.L. Zhang. Fuzzy variables as a basis for a theory of fuzzy reliability in the possibility context. *Fuzzy Sets and Systems*, 42:145–172, 1991.
- [3] T. Calvo, A. Kolesárová, M. Komorníková, and R. Mesiar. *A review of aggregation operators*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Alcalá de Henares, Alcalá de Henares, España, 2001.
- [4] C. A. Coello, G. B. Lamont, and D. A. Van Veldhuizen. *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems*. Springer, Berlín, Alemania, 2007.
- [5] L.A. Cox. What’s wrong with risk matrices? *Risk Analysis*, 28(2):497–512, 2008.
- [6] K. Deb. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley and Sons, Chichester, Reino Unido, 2001.
- [7] B.S. Dhillon. *Human reliability and error in transportation systems*. Springer, Ottawa, Canadá, 2005.
- [8] D.E. Embrey. Sherpa: A systematic human error reduction and prediction approach. In *International Meeting on Advances in Nuclear Power Systems*, Knoxville, Tennessee, EEUU, 1986.

- [9] C.M. Fonseca and P.J. Fleming. *Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization*. Morgan Kaufmann, 1993.
- [10] C.M. Fonseca and P.J. Fleming. An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *evolutionary computation. Evolutionary Computation*, 3(1):1–16, 1995.
- [11] H. Furuta and N. Shiraishi. Fuzzy importance in fault tree analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 12:205–213, 1984.
- [12] D.E. Goldberg. *Genetic algorithms in search, oprimization, and machine learning*. Addison-Wesley, Massachusetts, EEUU, 1989.
- [13] S. Graves and T. Menten. *Designing experiments to measure and improve reliability*. McGraw Hill, Nueva York, EEUU, 1996.
- [14] G.J. Hahn and S.S. Shapiro. *Statistical models in engineering*. John Wiley and Sons, Nueva York, EEUU, 1967.
- [15] Li-Ping He, Hong-Zhong Huang, and Ming J. Zuo. Fault tree analysis based on fuzzy logic. In *Reliability and Maintainability Symposium*, pages 77–82, Orlando, EEUU, 2007.
- [16] R. Kennedy and B. Kirwan. Development of a hazard and operability-based method for identifying safety management vulnerabilities in high risk systems. *Safety Science*, 30:249–274, 1998.
- [17] B. Kirwan. Human error identification in human reliability assessment. part 1: Overview of approaches. *Applied Ergonomics*, 23(5):299–318, 1992.
- [18] B. Kirwan. Human error identification in human reliability assessment. part 2: Detailed comparison of techniques. *Applied Ergonomics*, 23(6):371–381, 1992.
- [19] B. Kirwan. *A guide to practical human reliability assessment*. Taylor and Francis, Londres, Reino Unido, 1994.

- [20] B. Kirwan. The validation of three human reliability quantification techniques: Therp, heart and jhedi. part 1: Technique descriptions and validation issues. *Applied Ergonomics*, 27(6):359–373, 1996.
- [21] B. Kirwan. The validation of three human reliability quantification techniques: Therp, heart and jhedi. part 2: Results of validation exercise. *Applied Ergonomics*, 28(1):17–25, 1997.
- [22] B. Kirwan and L.K. Ainsworth. *A guide to task analysis*. Taylor and Francis, Londres, Reino Unido, 1992.
- [23] E.E. Lewis. *Introduction to reliability engineering*. Wiley, 1996.
- [24] P. Mateo. *Apuntes del curso Algoritmos Evolutivos y Redes Neuronales del Máster en Modelización Matemática, Estadística y Computacional. Algoritmos genéticos y programación multiobjetivo*. Zaragoza, España, 2013.
- [25] R. Mesiar, Calvo T., and G. Mayor. *Aggregation operators: New trends and applications*. Physica-Verlag, 2002.
- [26] J.D. Musa, A. Iannino, and K. Okumoto. *Software reliability: measurement, prediction, application*. McGraw Hill, 1987.
- [27] United States Department of Defense. *Procedures for performing a failure mode, effects and criticality analysis*. 1949.
- [28] United States Department of Defense. *Risk Management Guide for DoD Acquisition*. Defense Systems Management College Press, 2006.
- [29] C. Parra. *Apuntes del curso M11. Técnicas de ingeniería de fiabilidad y riesgo aplicadas en el proceso de análisis de fallos humanos (Human Reliability Analysis/ HRA)*. Sevilla, España, Noviembre de 2010.
- [30] Vijay K. Rohatgi and A.K. Md. Ehsanes Saleh. *An introduction to Probability and Statistics*. John Wiley and Sons, 2001.
- [31] P. M. Salmon, N.A. Stanton, and G. Walker. *Human factors design methods review*. 2003.

- [32] P. V. Suresh, A.K. Babar, and V.V. Raj. Uncertainty in fault tree analysis: A fuzzy approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 83:135–141, 1996.
- [33] C.D. Swann and M.L. Preston. Twenty-five years of hazops. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 8(6):349–353, 1995.
- [34] Onisawa T. An approach to human reliability in man-machine systems using error possibility, 1988.
- [35] J.C. Williams. Heart - a proposed method for assessing and reducing human error. In *Ninth Symposium on Advances in Reliability Technology*, Bradford, Reino Unido, 1986.
- [36] R.R. Yager and J. Kacprzyk. *The ordered weighted averaging operators: Theory and Applications*. Springer, Norwell, Massachusetts, EEUU, 1997.
- [37] R.R. Yager, J. Kacprzyk, and G. Beliakov. *Recent Developments in the Ordered Weighted Averaging operators: theory and practice*. Springer, 2011.
- [38] L.A. Zadeh. Fuzzy logic. *IEEE Trans. Computer*, 21(4):83–93, 1988.
- [39] E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization. *Evolutionary Methods for Design, Optimisation and Control with Application to Industrial Problems*, pages 95–100, 2001.