

INSTITUTO DE INGENIEROS CIVILES

---

# Fotogrametría

Nuevos procedimientos

de Fototopografía

explicados en la

CONFERENCIA

dada por

Ramón José Izquierdo.

8 de Mayo de 1913

IMPRESA DE J. LAYUNTA,--ABADA, 22, TELÉFONO 231.--MADRID

**NUEVOS PROCEDIMIENTOS DE FOTOTOPOGRAFÍA**

INSTITUTO DE INGENIEROS CIVILES

---

# Fotogrametría

---

## NUEVOS PROCEDIMIENTOS DE FOTOTOPOGRAFÍA

explicados en la

CONFERENCIA

DADA POR

Ramón José Izquierdo

---

8 de Mayo de 1913.



MADRID

Imprenta J. Layunta, Abada, 22

1914

Señores:

Los procedimientos ordinarios de Topografía que nos llevan á la representación de un trozo de terreno por planos acotados adolecen todos de un defecto inherente al modo de obtener estos planos, por un número, necesariamente limitado, de puntos, quedando entre estos puntos lagunas que salva la imaginación del operador con más ó menos habilidad, pero siempre de un modo caprichoso y falso.

Si la aproximación quiere llevarse algo adelante, las operaciones de campo y de gabinete se multiplican de un modo asombroso, y no obstante el adelanto que ha experimentado la Topografía en nuestros tiempos, estas operaciones, como todos sabemos, se hacen dispendiosas en tiempo y dinero. De aquí que desde hace tiempo se haya tratado de simplificar estas operaciones por medio de la Fotografía, que nos da superficies y no puntos, y hace desaparecer aquellas lagunas, dándonos una imagen real del terreno.

No hablaremos de todos los procedimientos que hasta ahora se han empleado, aunque bien merecían hacer un juicio crítico de ellos; pero lo limitado del tiempo no nos lo permite, si he de desarrollar el procedimiento que he de tener el honor de someter á vuestro examen.

1. DEFINICIÓN DE LA ESCALA.—La escala es, como sabemos, la relación lineal entre los elementos de un objeto y sus imágenes. Si el objeto es homotético de su imagen, la escala es constante; si ésta y aquél son homológicos, la escala es variable, es una función de las distancias de los elementos de ambos al centro de homología.

Supongamos, para fijar las ideas, una extensión plana de terreno: si obtenemos una fotografía de él, el terreno y la imagen de la placa serán generalmente homológicos, y decimos generalmente porque únicamente en el caso rarísimo de que los planos de ambos sean paralelos, serán homotéticos.

La escala á que queda representado el terreno es variable y distinta para cada elemento de éste; la imagen obtenida es una perspectiva.

Si ahora transformamos esta perspectiva en una homológica, y si esta homológica tiene por condición ser homotética del terreno, habremos conseguido representar éste á escala constante, es decir, tendremos su plano topográfico.

Las fecundas propiedades de las figuras homológicas nos van á permitir realizar esto.

Continuando en la hipótesis de una extensión de terreno que podemos suponer plana y horizontal, distingamos dos casos: 1.º, la fotografía nos da la línea horizonte; 2.º, la fotografía no nos da la línea horizonte.

En el primer caso para resolver el problema tenemos como datos uno de los sistemas homólogos: la fotografía; la situación del centro de homología: distancia focal de la máquina; la recta límite del primer sistema: la línea horizonte y la recta del infinito del segundo sistema, homóloga de la anterior. Aun podemos poner como dato el eje de homología cuya dirección conocemos, por conocer una de las rectas límites, y cuya posición es arbitraria, dependiendo únicamente de la escala á que queramos construir el plano.

Sea (fig. 1)  $HI$  la línea horizonte de la fotografía,  $Ma$  una recta representada en ésta; para hallar la homóloga tracemos por el centro de la placa (centro óptico, que habremos determinado de antemano) que se proyecta en  $S$  la perpendicular  $SH$  á la línea horizonte, y sobre ella tomemos  $HS$ , igual á la distancia focal; el punto  $S$  será el centro de homología.

Por  $S$  tracemos un radio  $Sa$  al punto en que  $Ma$  corta á la recta horizonte, recta límite homóloga de la del infinito del otro sistema, y la paralela  $MQ$  á este radio será la homóloga de  $Ma$ , pues corta á dicho radio en el punto del infinito.

Los radios  $S n$ ,  $S P$ , nos determinarán los puntos homólogos de  $n$  y  $P$ ,  $n'$  y  $P'$ .

Una construcción análoga nos determinaría la homóloga de la  $N a$ , paralela á la anterior, y así todas las que nos convenga transformar.

3. El eje de homología  $I$  lo hemos trazado arbitrariamente

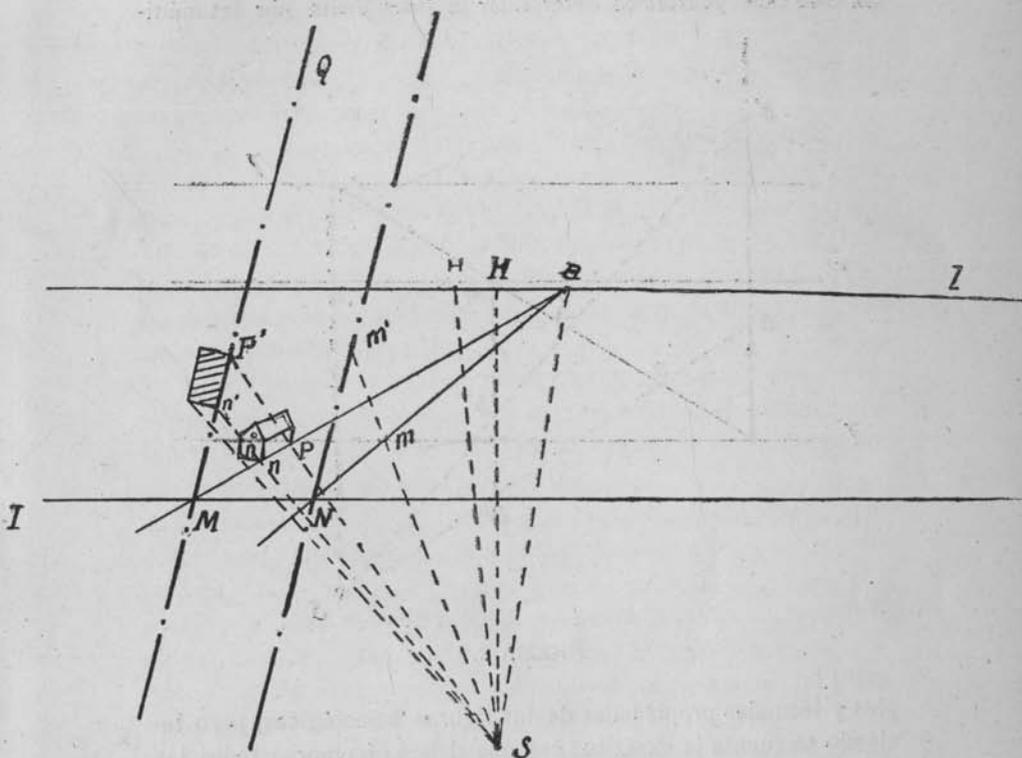


FIGURA 1.<sup>a</sup>

con una recta paralela á  $H I$ , situada á cualquier distancia de ésta; disminuyendo esta distancia aumentaremos la escala.

Es bien fácil trazar el dibujo á una escala determinada. Para ello con un eje arbitrario  $I$  (fig. 2) hallaremos la homóloga de la  $a b$ , en la que conocemos la magnitud real del segmento  $a b$ , y por los procedimientos ordinarios de geometría trazaremos la paralela

á  $a'b'$ ,  $a''b''$ , tal que el segmento  $a''b''$  tenga la magnitud correspondiente á la escala pedida.

Para que  $a''b''$  pertenezca á un sistema homólogo al de la fotografía bastará trazar el eje de homología de este sistema, pasando por el punto  $M$  en que  $a''b''$  corta á  $a'b'$ .

4. Segundo caso. La fotografía no nos da línea horizonte. En este caso podríamos determinar la línea límite por las múlti-

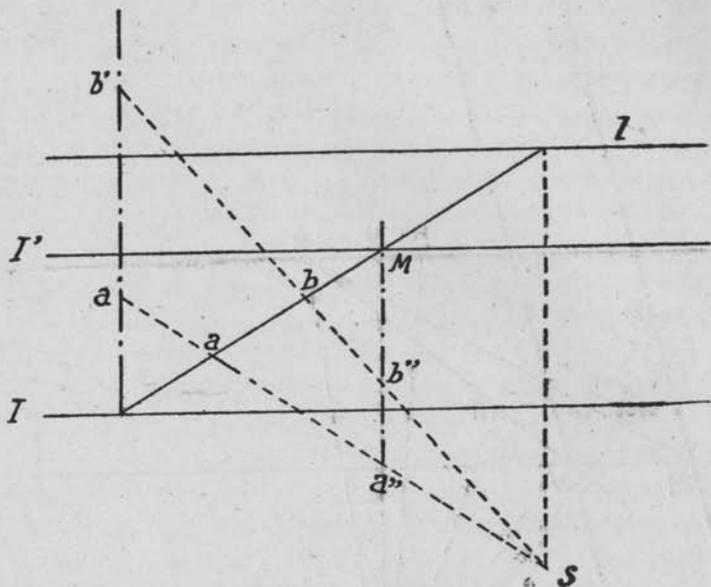


FIGURA 2.<sup>a</sup>

ples y fecundas propiedades de las figuras homológicas; pero teniendo en cuenta la exactitud con que deben efectuarse todas las operaciones encaminadas á su determinación, pues de su posición depende la de todo el dibujo, es preferible hallarla valiéndonos de los medios que explicaremos al tratar de la determinación analítica de los puntos.

5. Este método es aplicable siempre que el campo á representar pueda considerarse sin error como situado en un plano, ó al menos que estén sobre un plano los puntos cuya situación relativa nos interesa.

Entonces no necesitaremos más aparatos que una cámara fotográfica ordinaria, cuya distancia focal y centro óptico determinaremos lo más aproximadamente posible, valiéndonos de procedimientos conocidos de la Física.

Este caso es más frecuente de lo que pudiéramos creer, atendiendo sólo á las operaciones de la Topografía ordinaria, cuya misión es solamente representar trozos de terreno natural, que en general no satisface á esta condición; pero en la fotogrametría entran otras operaciones que, aunque esencialmente no difieren de las topográficas, no se las conoce por ese nombre.

Así, por ejemplo, si queremos obtener la reproducción de la fachada de un edificio, hacemos una fotografía de ella, y los procedimientos descritos nos permitirán obtener el plano exacto á escala de dicha fachada. El procedimiento directo de medir cada una de sus partes para luego reproducirlas, si es que era practicable, no se diferenciaría esencialmente en nada de un prolijo y laborioso levantamiento topográfico.

6. La telemetría también encuentra poderosos recursos en la Fotogrametría, sobre todo cuando sus problemas caen dentro de la práctica de la ingeniería civil, como cuando se trata de medir partes inaccesibles de una construcción.

No es necesario insistir sobre la importancia de este punto, que ofrece nuevos recursos al Ingeniero en el difícil camino de su profesión.

7. Cuando las fotografías son obtenidas desde considerable altura, si los accidentes del terreno no son muy pronunciados, sin gran error pueden considerarse todos los puntos de aquél situados en un plano.

Para esto pueden utilizarse y se utilizan los globos, los aeroplanos y las cometas.

Los dos primeros sirven para levantamientos rápidos de los llamados irregulares, cuya aplicación inmediata es el reconocimiento de grandes extensiones de terreno; el tercero, ó sea el de las cometas, puede utilizarse en la ingeniería civil, con el procedimiento que tengo el honor de exponer á vuestra ilustrada opinión.

La práctica es bien sencilla: se eleva la máquina fotográfica de modo que el eje óptico forme con la vertical un ángulo tal, que

nos de la imagen de la línea horizonte, y se colocan en el suelo dos banderolas á una distancia mútua conocida. Cuando la cámara ha llegado á la altura que nos convenga, se dispara el obturador por un procedimiento que puede ser automático ó mandado desde tierra.

Entre los automáticos el más seguro á mi juicio es la mecha de tiempo. Una mecha encendida comunica con un hilo cuya tensión

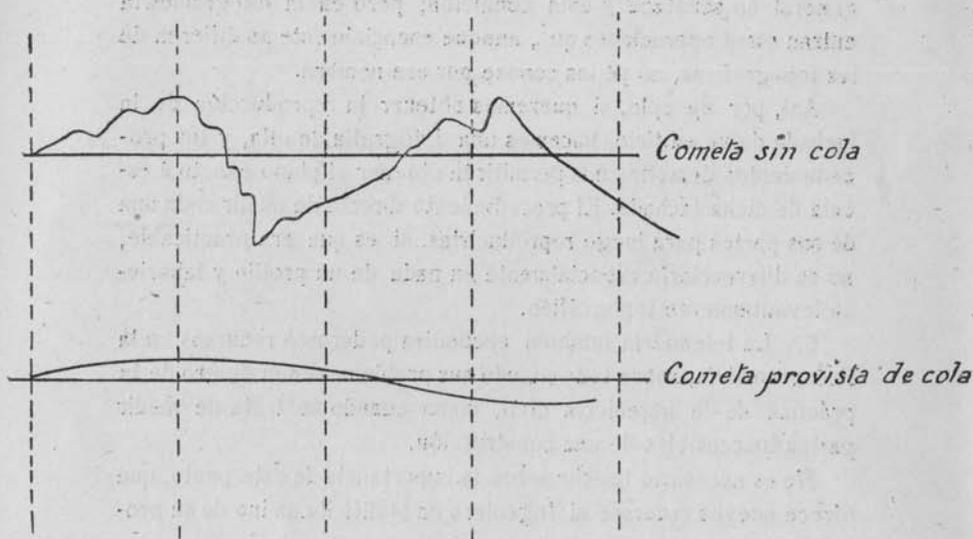


FIGURA 3.<sup>a</sup>

comprimé un resorte. Al llegar el fuego al hilo lo quema, y el resorte se dilata bruscamente haciendo funcionar el obturador.

El disparo mandado desde abajo permite obtener varias fotografías sin hacer descender la máquina; pero complica bastante la operación y aumenta el peso á elevar.

Contra la opinión generalmente extendida, debo hacer notar que no son las cometas desprovistas de cola las más á propósito para obtener fotografías aéreas.

En efecto, las cometas son tanto más sensibles á las variaciones del viento cuanto menor es su inercia, y esta inercia no depende sólo de su masa, sino de la masa de aire que tienen que

móver para moverse ella y del rozamiento de su superficie con este aire.

Por estas circunstancias la cola proporciona á las cometas una estabilidad grande, que puede llegar hasta á la inmovilidad aparente con un viento medianamente regular.

La figura 3 indica por dos diagramas las oscilaciones de una cometa celular sin cola y de una cometa celular provista de una larga cola.

Ambas cometas estaban en el aire simultáneamente, y los diagramas se obtuvieron fijando un lápiz á la cuerda cerca del punto de amarre á tierra.

El peso del aparato fotográfico puede anularse prácticamente ó por lo menos aligerarse en su relación con la cometa, proveyendo de reofaces ó superficies que obran á modo de velas, desarrollando una componente vertical de la presión del viento, dirigida en sentido contrario de la gravedad.

No entraremos en detalles de estas disposiciones, que nos consumirían el poco tiempo de que disponemos para dar una idea de nuestros procedimientos de Fotogrametría.

8. PROCEDIMIENTOS ANALÍTICOS.—Hasta ahora no hemos usado más que procedimientos gráficos sencillísimos para obtener la figura homotética del terreno ó campo á representar, y en general con éstos tendremos suficiente cuando sólo se trate de dicha representación ó figura, llevando la exactitud hasta el grado que permita la habilidad del operador; pero esto no quiere decir que se detenga aquí el alcance del procedimiento; por el contrario, él nos va á permitir medir por medio del cálculo y determinar con cuánta exactitud deseemos la posición de aquellos puntos principales cuya importancia así lo requiera.

Sigamos en la hipótesis de que el campo de estudio tiene todos sus puntos en el plano de comparación.

Sea M el punto dado por la fotografía (fig. 4). Si hubiésemos determinado el homólogo M', éste satisfaría á las condiciones

$$\frac{M' M}{M S} = \frac{M b}{M a}$$

pues para determinar  $M'$  hemos de haber trazado  $M'A$  paralela á  $SB$ .

$$\frac{Mb}{Ma} = \frac{MB}{MA} = \frac{Mc}{Md}$$

que eliminando las intermedias y llamando  $d_i$  á la distancia  $Md$  de

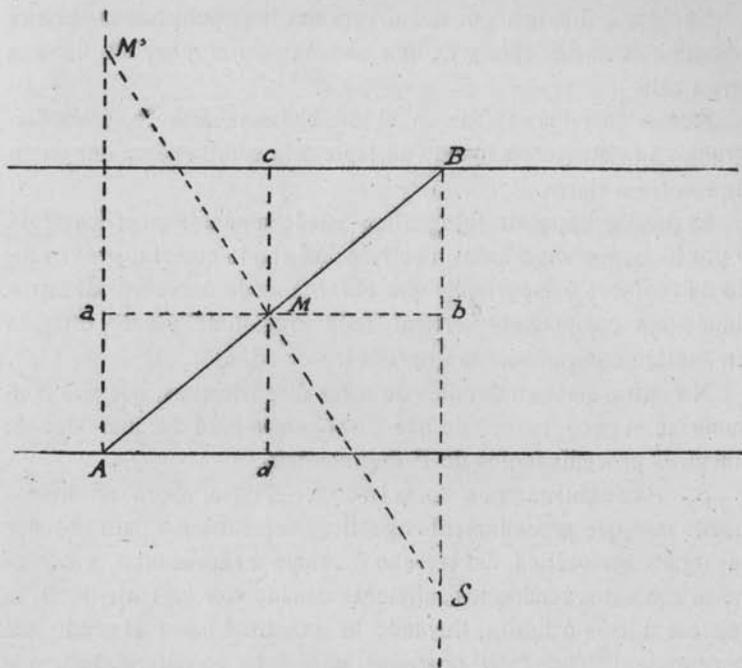


FIGURA 4.<sup>a</sup>

$M$  al eje de homología y  $d_e$  á  $Mc$  distancia de  $M$  á la recta límite, será:

$$M'M = \frac{d_e}{d_i} MS = \frac{d_e}{d_i} d_s.$$

Las cantidades del segundo miembro pueden medirse con una exactitud incomparablemente superior á la de los aparatos estadimétricos, ampliando la fotografía con un aparato de proyección.

9. Pasemos ya al caso general en que el terreno no puede suponerse situado en un plano horizontal.

El plano topográfico será un plano acotado, es decir, constará

de la figura homotética de la proyección ortogonal del terreno sobre un plano horizontal de comparación, y de las cotas de los distintos puntos.

Determinemos primero la proyección ortogonal que será suficiente cuando nos limitemos á la planimetría, prescindiendo de la nivelación.

El punto M que da la fotografía (figura 5) no está situado en el plano de comparación.

El punto M' que obtendríamos aplicando el procedimiento correspondiente á una proyección cónica de M sobre el plano de comparación que no corresponde á la ortogonal del punto real.

Tomemos como origen de coordenadas el centro de homología S y como eje de las Y el radio principal S A.

Las coordenadas de M son  $x$  é  $y$ , las del punto que buscamos M', X é Y. Pero

$$M' A = X = Y \frac{x}{y}.$$

Conservando el mismo radio principal, traslademos el centro de homología y origen de coordenadas á una distancia conocida  $a$  de S en S', las nuevas coordenadas de M' son  $Y + a$  y X, y las de la nueva imagen M<sub>1</sub> serán  $y_1$  y  $x_1$ .

Si por los centros S y S<sub>1</sub> y el punto real M' suponemos que pasan planos perpendiculares al de comparación, las trazas de estos planos son M S y M<sub>1</sub> S<sub>1</sub>, el punto M' queda determinado por la intersección de estas rectas cuyas ecuaciones son referidas á S.

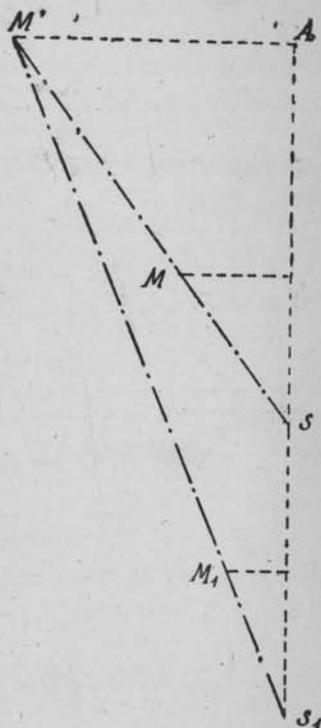


FIGURA 5.<sup>a</sup>

$$X = \frac{x}{y} Y \quad X = \frac{x_1}{f_1} (Y + a)$$

de los que se obtiene

$$Y = \frac{x_1 a p_1}{x p_1 - x_1 p}$$

$$X = \frac{x}{y} \cdot \frac{x_1 a p_1}{x p_1 - x_1 p}$$

pero si medimos  $x$  y  $x_1$  sobre las respectivas líneas límites no como

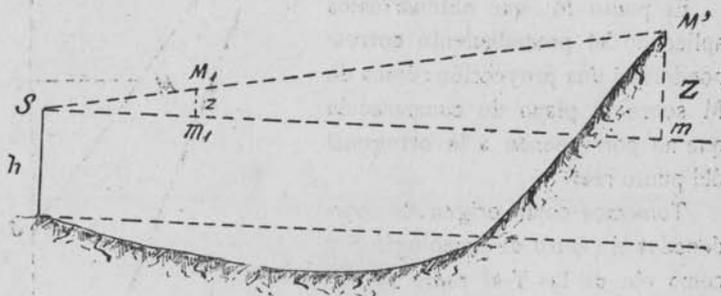


FIGURA 6.<sup>a</sup>

abscisas de  $M$  y  $M_1$ , sino como coordenadas corrientes de las líneas  $MS$  y  $M_1S_1$ , serán  $p = f$ ,  $p_1 = f_1 = f$  y podremos poner

$$Y = \frac{x_1 a}{x - x_1}$$

$$X = \frac{x}{f} \cdot \frac{x_1 a}{x - x_1}$$

Expresiones bien sencillas de las coordenadas de la proyección ortogonal del punto real del terreno.

Hemos efectuado un cambio de centro de homología que debemos indicar cómo se lleva á cabo.

Para ello, el procedimiento más exacto y sencillo es tomar una segunda fotografía conservando la orientación, con lo que coincidirán los ejes ópticos, y medir la distancia  $a$  entre estas dos estaciones.

10. NIVELACIÓN.—Sólo nos queda ya por determinar la cota del punto cualquiera  $M'$  (figuras 5 y 6).

Por las operaciones anteriores hemos determinado ya la distancia horizontal  $S m$ .

$$S m = X \sqrt{1 + \frac{Y^2}{X^2}}$$

$$Z = \frac{z}{S m_1} S m = \frac{Z X}{x \sqrt{1 + \frac{r^2}{x^2}}} \sqrt{1 + \frac{Y^2}{X^2}}$$

La cantidad  $z$  se mide directamente; es la distancia de  $M_1$  á la línea límite en la fotografía.

La expresión anterior se simplifica observando que

$$\frac{S m}{S m_1} = \frac{X}{x}$$

y será

$$Z = z \frac{X}{x}$$

Si ahora añadimos á  $Z$  la altura del aparato  $h$  la cota buscada será

$$C = Z \pm h \quad \text{ó bien} \quad C = \pm Z + h.$$

*Práctica de la operación.*—Procederemos con arreglo á la importancia del levantamiento y á la extensión de terreno á representar, eligiendo para soporte de la cámara fotográfica un trípode ordinario ó una antena de algunos metros de altura.

En ambos casos, el método á seguir no difiere esencialmente, por lo que supondremos que hemos elegido el primero, y para mayor generalidad que no se ve el horizonte y hay que determinar la línea límite.

Nivelada ó no la cámara, pero próximamente vertical la placa, colocaremos una banderola, ó á falta de ésta, un objeto cualquiera bien visible en el plano horizontal que pasa por el centro del objetivo, para lo que nos serviremos de un nivel de pínulas ú otro cualquiera de bolsillo. Colocaremos otro objeto en las mismas

condiciones del anterior, pero de modo que su imagen en la placa resulte bastante separada de la del primero. Ambas imágenes determinan la traza del plano horizontal en la placa, ó sea la línea límite.

Pueden evitarse estas operaciones nivelando la cámara para que la placa quede perfectamente vertical, y entonces la línea límite pasa por el centro óptico.

Este es, señores, indicado á grandes rasgos y esquemáticamente, el procedimiento de fotogrametría que tengo el honor de someter á la consideración de tan ilustre auditorio. Si en él encontráis algo útil, algo que pueda facilitaros una cuestión ó evitaros un minuto de trabajo, será la mayor satisfacción para quien á cambio de ello os suplica olvidéis y perdonéis lo desmañado de la exposición y los defectos que vuestra ciencia puede suplir.

