



Universidad de
Oviedo



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE GIJÓN.

MÁSTER UNIVERSITARIO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

**ÁREA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA, DE
COMPUTADORES Y SISTEMAS**

TRABAJO FIN DE MÁSTER Nº18010095

**Desarrollo de una metodología para la determinación de los parámetros
geométricos y la óptima distribución de reflectores lineales Fresnel de
pequeña escala sobre tejados planos de edificios urbanos.**

**Dña. COVADONGA BAYÓN CUELI
TUTOR: D. MANUEL ARSENIO BARBÓN ÁLVAREZ**

FECHA: JUNIO 2018

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Contexto del estudio	6
2. Estado del arte	8
2.1. Energía solar térmica en España	8
2.2. Concentradores solares	11
2.2.1. Centrales de Recepción Central (<i>RC</i>)	12
2.2.2. Discos Parabólicos (<i>DP</i>)	12
2.2.3. Centrales de Concentradores Cilindro-parabólicos (<i>CP</i>)	13
2.2.4. Centrales de Concentradores Lineales Fresnel (<i>LFR</i>)	13
2.3. Los LFR en la actualidad	14
2.4. Resultados teóricos previos	17
2.4.1. Definiciones básicas	17
2.4.2. Funcionamiento básico de los SSLFR	18
2.4.3. Relaciones angulares	20
2.4.4. Pérdidas	21
2.5. Definición del problema	24
3. Metodología de trabajo: Esquema general	27
3.1. Paso 1: Características del problema	29
3.2. Paso 2: Análisis paramétrico	31
3.2.1. Parámetro f	31
3.2.2. Parámetros n , W_M , y d	31
3.2.3. Parámetros L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r	32
3.2.4. Límites de W y L	32
3.2.5. Parámetros e_h , e_v , e_b , y e_b^l	32
3.3. Paso 3: Maximización del área total de espejos	33
3.4. Paso 4: Elección de los valores de los parámetros	34
3.4.1. Parámetros n , W_M , y d	34
3.4.2. Parámetros L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r	35
3.5. Paso 5: Verificación de los parámetros	36
4. Maximización del área de espejos	37
4.1. Parámetros intrínsecos de los SSLFR	39
4.2. Parámetros del tejado	41
4.3. Maximización del área utilizada	43
4.3.1. Estudio del sombreado transversal entre SSLFRs	44

4.3.2.	Estudio del sombreado longitudinal entre SSLFRs	45
4.4.	Optimización de la distribución de los SSLFRs en terrazas urbanas	46
4.5.	Tres algoritmos de empaquetamiento	48
4.5.1.	Tipo (I) Alineación N-S	48
4.5.2.	Tipo (II) Alineación E-W	50
4.5.3.	Tipo (III) Alineación X-Y	51
5.	Elección de los parámetros	54
5.1.	Parámetros n , W_M , y d	54
5.1.1.	Estudio de costes	54
5.1.2.	Definiciones básicas	55
5.1.3.	Metodología de costes	56
5.1.4.	Problemas de Optimización	70
5.2.	Parámetros L_a , L_a^l , y L_a^r	75
5.2.1.	Estudio longitudinal.	75
5.2.2.	Configuraciones de un SSLFR	77
6.	Resultados numéricos	79
6.1.	Elección de los límites para W y L	79
6.2.	Maximización del área de los espejos. Elección de los parámetros W y L	82
6.3.	Estudio de costes. Elección de los parámetros n y W_M	90
6.4.	Estudio longitudinal. Elección de los parámetros L_a , L_a^l y L_a^r	94
6.5.	Verificación de los parámetros	100
7.	Conclusiones finales	101

Nomenclatura

A	Área de un espejo (m^2)	d	Separación entre dos espejos consecutivos (m)
AR	Area ratio	E	Energía total anual (MWh)
A_T	Área total ocupada por $SSLFR$ (m^2)	e_b	Distancia entre el borde de la terraza y el $SSLFRs$, eje x (m)
$A_{effe\ i}$	Área efectiva del tubo absorbedor (m^2)	e'_b	Distancia entre el borde de la terraza y el $SSLFRs$, eje y, (m)
A_r	Área de terraza disponible (m^2)	e_h	Distancia transversal para mantenimiento (m)
A_{CR}	Área de la cavidad receptora (m^2)	e_v	Distancia longitudinal para mantenimiento (m)
A_{GC}	Área de la cobertura de cristal (m^2)	F_r	Forma de la terraza
A_I	Área del aislamiento (m^2)	f	Altura del receptor (m)
A_{PC}	Área de la carcasa protectora (m^2)	H_r	Altura disponible en la terraza (m)
A_{frame}	Área del marco (m^2)	IAF_i	Modificador del ángulo de incidencia
A_{mirror}	Área de un espejo (m^2)	k^A	Parámetro de costes del montaje (€)
a	Largo del área de terraza disponible (m)	k^C	Parámetro de costes del controlador (€)
b	Ancho del área de terraza disponible (m)	k^F	Parámetro de costes de la cimentación (€/m ³)
cc	Constante de configuración	k^{MD}	Parámetro de costes del motor paso a paso y sus drivers (€)
CL_g	Factor de limpieza del cristal	k^{MiU}	Parámetro de costes de la unidad de los espejos (€/unit)
CL_m	Factor de limpieza de los espejos	k^{MoU}	Parámetro de costes de la unidad de movimiento (€/unit)
C_A	Coste primario del montaje (€)	k^R	Parámetro de costes del rail de sujeción (€/m)
C_F	Coste primario de la cimentación (€)	k^{St}	Parámetro de costes de la estructura (€/kg)
C_{fg}	Constante de movimiento de las configuraciones	k^{frame}	Parámetro de costes del marco (€/m ²)
C_{FS}	Coste primario de la estructura fija (€)	k^{mirror}	Parámetro de costes del espejo (€/m ²)
C_{MS}	Coste primario de la estructura móvil (€)	$k^{pinion\ gear}$	Parámetro de costes del piñón (€/pinion gear)
C_{MiS}	Coste primario de la unidad de movimiento (€)	k^{Se}	Parámetro de costes de los sensores (€)
C_{MoS}	Coste primario de la unidad de los espejos (€)	$k^{shaft\ Mi}$	Parámetro de costes del eje de los espejos (€/m)
C_{SRS}	Coste primario del sistema del reflector secundario (€)		
C_T	Coste total del SSLFR (€)		
C_{TS}	Coste primario del sistema de seguimiento (€)		
D	Diámetro del tubo absorbedor (m)		
DNI	Irradiancia normal directa (W/m^2)		

Nomenclatura

L	Largo del SSLFR (m)		
L_a	Largo del tubo absorbedor (m)	W_{FS}	Peso de la estructura fija (kg)
L_a^l	Longitud del tubo absorbedor hacia la izquierda (m)	W_{MS}	Peso de la estructura móvil (kg)
L_a^r	Longitud del tubo absorbedor hacia la derecha (m)	W_{SRSS}	Peso de la estructura del sistema del reflector secundario (kg)
l_{abs}	Longitud total iluminada sobre el tubo absorbedor	α_b	Absorción del material del que está hecho el tubo absorbedor
l_{abs}^l	Longitud iluminada del tubo absorbedor hacia la izquierda	α_i	Ángulo entre la vertical en el punto focal y la línea que conecta el punto central de cada espejo con el punto focal ($^\circ$)
l_{abs}^r	Longitud iluminada del tubo absorbedor hacia la derecha	α_S	Ángulo de altura solar ($^\circ$)
L_{FS}	Longitud de la estructura fija (m)	β_a	Ángulo entre el tubo absorbedor y el plano horizontal ($^\circ$)
L_{MS}	Longitud de la estructura móvil (m)	β_i	Ángulo de giro del espejo i -ésimo ($^\circ$)
L_M	Longitud de los espejos (m)	β_M	Ángulo entre el eje del espejo y el plano horizontal ($^\circ$)
L_{SRSS}	Longitud de la estructura del sistema del reflector secundario (m)	γ_S	Ángulo acimut solar ($^\circ$)
L_i	Posición del espejo i -ésimo ($0 \leq i \leq n$) (m)	η_{opt}	Eficiencia óptica (%)
L_{rail}	Longitud del raíl de sujección (m)	θ_i	Ángulo entre la normal al espejo y el ángulo de incidencia solar ($^\circ$)
L_{shaft}	Longitud del eje de los espejos (m)	θ_L	Ángulo de incidencia longitudinal ($^\circ$)
N	Número de reflectores	θ_t	Ángulo de incidencia transversal ($^\circ$)
n	Número de espejos a cada lado del espejo central	θ_z	Ángulo cenit solar ($^\circ$)
O_r	Orientación de la terraza ($^\circ$)	λ	Latitud ($^\circ$)
Q	Energía total absorbida (W)	μ	Ángulo entre el rayo reflejado y el eje normal a la dirección NS ($^\circ$)
r	Ratio entre el área total de espejos y el área total de terraza	ρ	Reflectividad de los espejos primarios
V_F	Volumen de los cimientos (m^3)	τ	
W	Ancho del SSLFR (m)		
W_M	Ancho de un espejo (m)		
W_{ai}	Ancho iluminado sobre el tubo absorbedor por el espejo i -ésimo (m)		
W_{AT}	Peso del tubo absorbedor (kg)		
W^U	Peso unitario (kg/m)		

Capítulo 1

Introducción

En el presente trabajo se estudia el uso de reflectores lineales Fresnel de pequeña escala para su instalación en terrazas o azoteas de edificios urbanos. El problema matemático aquí propuesto resulta bastante complejo debido a la elevada cantidad de variables que en él intervienen. Es por ello que se propone una nueva metodología de trabajo para hallar tanto los parámetros geométricos de diseño como la distribución óptima de estos concentradores lineales Fresnel dentro de la azotea.

En esta metodología se tendrán en cuenta las características geométricas tanto del edificio como de los concentradores y, mediante algoritmos de empaquetamiento, se buscará la solución geométrica óptima para el diseño. Sabiendo que los parámetros relativos al edificio serán fijos y un dato del problema, se variarán los demás parámetros, dentro de unas cotas, de manera que los algoritmos maximicen el área total de espejos y, de esta manera, la energía total que obtendrá la instalación. Para el desarrollo de estas optimizaciones se ha tenido en cuenta el fenómeno de sombreado entre los reflectores lineales Fresnel.

A continuación se optimiza, por un lado, el coste de la configuración obtenida mediante los algoritmos de empaquetamiento para encontrar el diseño óptimo de un reflector lineal Fresnel. Por otro lado, se calculará la longitud y situación del tubo absorbedor para optimizar el funcionamiento del reflector a lo largo de todos los días del año, maximizando así la energía total obtenida.

Por último y para ilustrar las conclusiones a las que se ha llegado, se realizan cálculos a modo de ejemplo para una instalación situada en Almería (España), para la cual se han estudiado varias configuraciones de azoteas posibles.

1.1. Contexto del estudio

No hay duda que la contaminación ambiental se ha convertido en una de las mayores preocupaciones mundiales debido al notable aumento de las emisiones de gases de efecto invernadero en los últimos tiempos. Esta preocupación mundial, ha dado lugar a que los estados miembro de la Unión Europea (EU) hayan firmado el protocolo de Kyoto [1]. Esta adhesión al protocolo de Kyoto trae consigo obligaciones vinculantes y la promulgación de directivas europeas al respecto.

A su vez, el Consejo Europeo aprobó el objetivo de reducir las emisiones de gases de efecto invernadero en un 40 % antes de 2030, con respecto a las emisiones de 1990 [2] y la Unión Europea ha planteado un aumento en el uso de energías renovables del 27 % para el año 2030 [2].

El uso de energías renovables no solo es importante para el cumplimiento de normativas, sino que el uso de tecnologías solares térmicas podría suponer una solución para los altos consumos de energía en núcleos urbanos, basándonos en diferentes motivos:

- (i) En 2050 se prevé que la población haya aumentado un 66 % [3].
- (ii) La demanda de calor en el sector de la construcción, en el mercado de la EU, es más del 40 % del consumo de la energía final [4].
- (iii) La energía solar térmica puede proporcionar agua caliente para su uso doméstico y para el calentamiento y refrigeración de viviendas [5].
- (iv) Puede proporcionar "bajas" temperaturas ($< 100^\circ$), necesarias para su uso en construcción [6].

Sin embargo, la complejidad del trazado urbano actual es un factor que influye altamente sobre la posibilidad de incorporar estas tecnologías solares en los entornos ya construidos [7]. Debido a su complejidad varios autores han realizado estudios al respecto, como por ejemplo el de Matin et al. [8] que simplifica los edificios urbanos en dos categorías: courts y pavilions. A partir de estas dos formas básicas se han desarrollado estudios [9] en los que se ha llegado a una clasificación en seis categorías: pavilions, slabs, terraces, terrace-courts, pavilion-courts y courts. Estas seis configuraciones urbanas se han aplicado a muchos estudios sobre el efecto de las formas urbanas en el potencial solar [10]. El potencial solar para tejados y azoteas se ve mucho menos afectado que el de las fachadas por el trazado urbano [7].

Por lo tanto, las azoteas son un componente importante en la integración de las tecnologías solares térmicas. Estas azoteas de edificios urbanos son una ubicación lógica para la instalación de tecnologías solares térmicas, ya que reduce la posibilidad de sombreado por edificios adyacentes, vegetación u otras fuentes de sombra. Sin embargo, esta ubicación no está exenta de dificultades debido a: el número, la altura, las tipologías de construcción, la orientación, la inclinación, la ubicación, el sombreado y los posibles componentes de construcción (como chimeneas, salas de ascensores, ventiladores y conductos de ventilación). Las azoteas pueden diseñarse para realizar varias funciones, incluida la integración de

tecnologías solares térmicas pero, aun así, el área de terraza disponible se ha identificado como uno de los factores limitantes principales para lograr edificios de energía cero, especialmente en edificios altos [11].

En el sector de la construcción se pueden usar varios tipos de tecnologías solares térmicas. Estas tecnologías se pueden clasificar básicamente en dos categorías: colectores no concentradores y colectores concentradores. Dentro de los colectores no concentradores se tienen: colectores solares de aire, colectores de placa plana y colectores de tubos de vacío. Dentro de los colectores concentradores se pueden encontrar: colectores cilindro-parabólicos y reflectores lineales Fresnel (de las siglas en inglés de Linear Fresnel Receptor, *LFR*). Los reflectores Fresnel lineales a pequeña escala (de las siglas en inglés de Small Scale Linear Fresnel Receptors *SSLFRs*) tienen un rango de temperaturas superior a los colectores no concentradores, y similar al de un colector cilindro-parabólico. Los *SSLFR* tienen una eficiencia menor y un costo menor que el colector cilindro-parabólico, por lo tanto, los *SSLFR* proporcionan una solución para la obtención de energía solar rentable para el sector de la construcción.

Los *SSLFRs* tienen muchas posibles aplicaciones en el sector de la construcción. Algunos ejemplos de estas aplicaciones son el calentamiento de agua doméstica como en Sultana et al.[12], [13] o Mokhtar et al.[14]; en la calefacción y refrigeración de edificios estudiado por Bermejo et al. [15], Pino et al. [16] o Serag-Eldin [17]; en el ciclo de refrigeración por aire, que se puede encontrar en el artículo de Velázquez et al. [18]. Los *SSLFRs* también tienen numerosas aplicaciones en el sector industrial, como se puede ver en Singh [19], Häberle et al. [20], Rawlins y Ashcroft [21]. Recientemente se ha publicado un artículo que propone el uso de *SSLFRs* para aplicaciones de aprovechamiento de luz natural mediante el uso de fibra óptica [22].

Capítulo 2

Estado del arte

2.1. Energía solar térmica en España

Resumimos a continuación alguno de los datos presentados en el informe sobre las energías renovables en el sistema eléctrico español para el año 2016 [23], publicado por Red Eléctrica de España (REE). En él vemos que las energías renovables fueron más significativas en 2016 con respecto a los años anteriores, suponiendo más del 45 % de la potencia instalada y casi el 39 % de la generación nacional. La evolución de la potencia renovable instalada en España a lo largo de los últimos diez años muestra que las tecnologías eólica y solar han sido las impulsoras del gran incremento producido en dicho período, casi el 70 % de crecimiento respecto al año 2007. Las energías renovables han ido aumentando su relevancia en el conjunto de la generación eléctrica nacional con una participación en 2016 próxima al 39 %, casi el doble que diez años atrás.

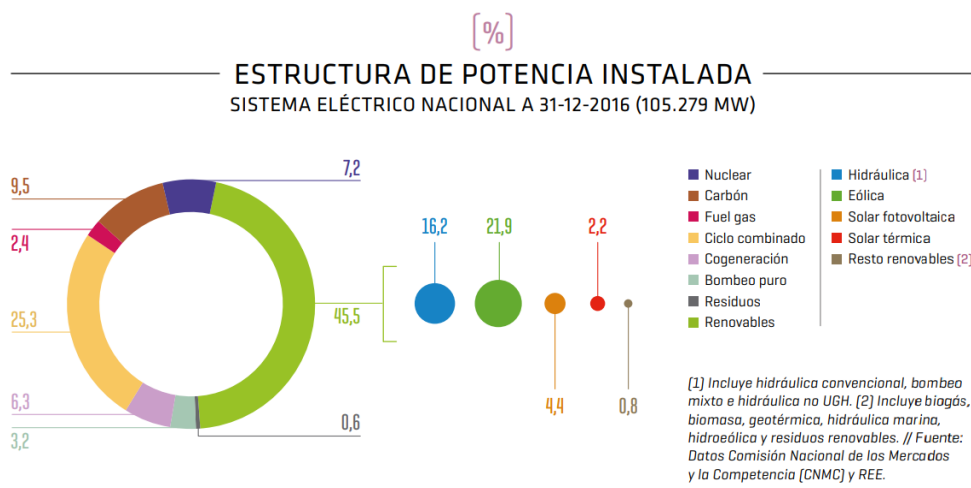


Fig. 2.1. Potencia instalada en España 31-12-2016. Fuente: [23]

La eólica es la tecnología renovable más relevante y también ocupa un papel destacado en el mix eléctrico de generación, situándose en 2016 como segunda fuente con una cuota del 18.4 % de la producción nacional. Respecto a las fuentes de origen renovable, la eólica supuso por si sola el 47.3 % de toda la generación renovable en 2016. Por comunidades

autónomas, la mayor parte de la potencia renovable instalada se ubica en Castilla y León, Galicia, Andalucía y Castilla-La Mancha, que concentran casi el 62 % de la potencia renovable nacional.

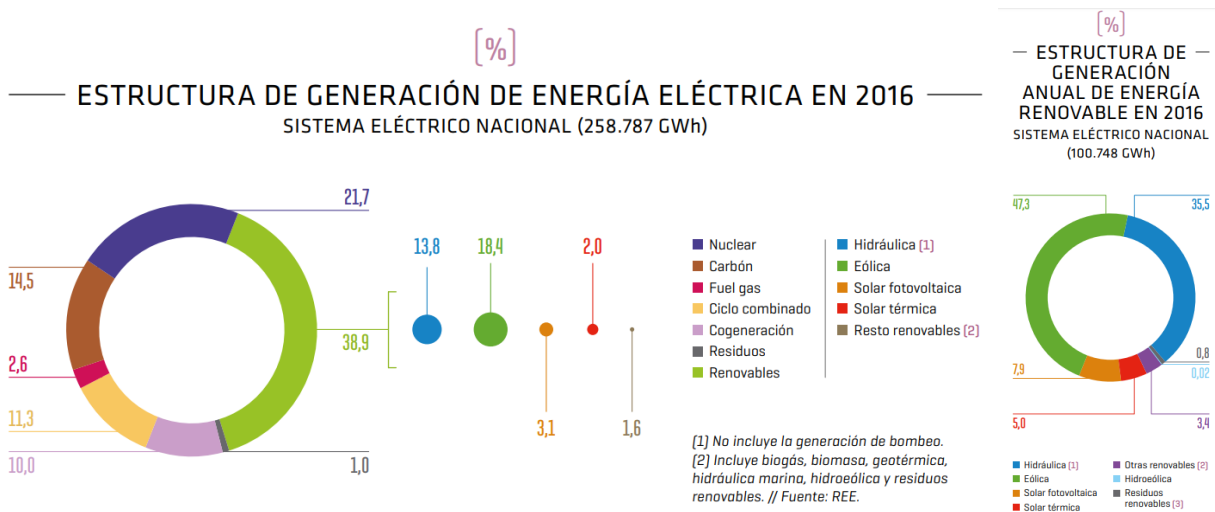


Fig. 2.2. Generación de energía eléctrica en 2016. Fuente: [23]

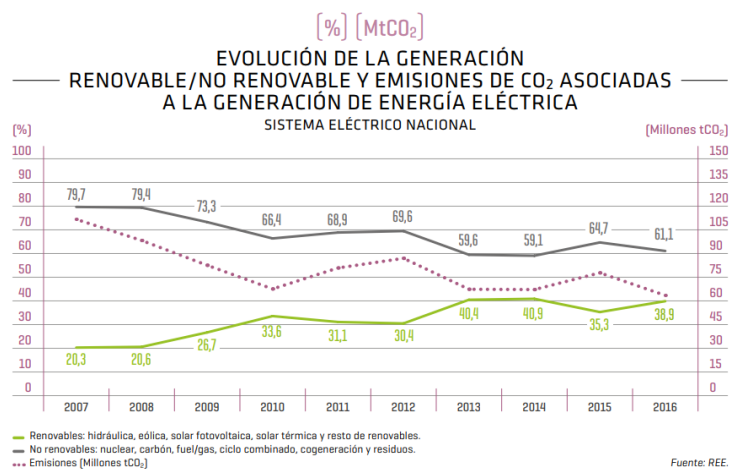


Fig. 2.3. Evolución de la generación y emisiones hasta 2016. Fuente: [23]

De manera complementaria a los datos de las figuras 2.1, 2.2, 2.3, recientemente se ha publicado el avance de 2017, en el que se comparan los resultados con los de 2016 [24] cuyos datos principales vemos en la figura 2.4. Al cerrar el año 2017 se registró una demanda de energía eléctrica a nivel peninsular de 253.082 GWh, lo que supone una subida del 1.2 % con respecto a los resultados de 2016.

Respecto a la cobertura de la demanda, lo más destacado del año fue la escasa aportación hidráulica (un 7.0 % frente al 14.2 % de 2016), que ha sido sustituida por una mayor aportación del carbón (un 17.0 % frente al 13.9 % del año anterior) y de los ciclos combinados (13.9 % frente al 10.2 %). En cuanto a las tecnologías que más han contribuido a cubrir la demanda, la nuclear continua en primer lugar con una aportación del 21.5 %, seguida de la eólica con el 18.2 %. Por último, cabe destacar que aproximadamente un 4 %

de la demanda se ha cubierto con energía importada de otros países (Francia y Portugal principalmente).

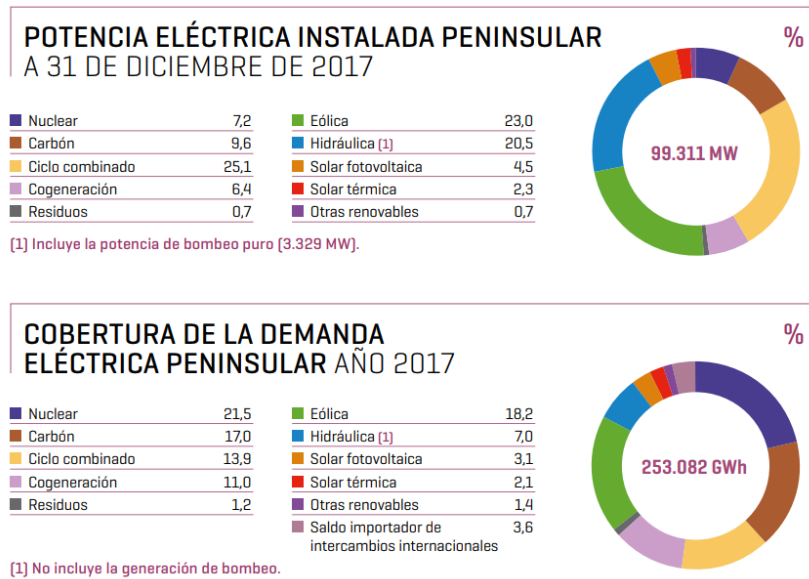


Fig. 2.4. Situación en el año 2017. Fuente: [24]

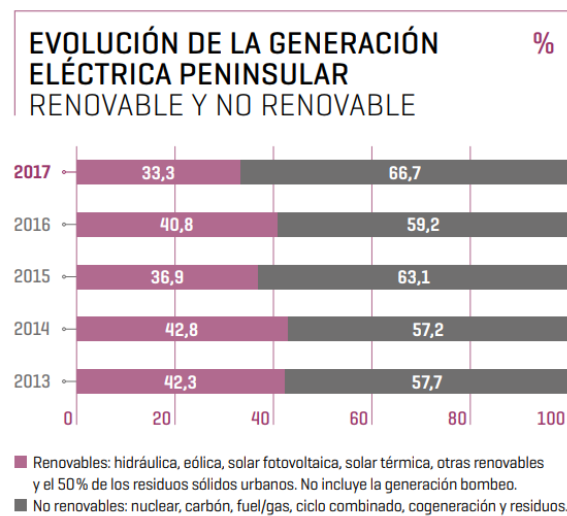


Fig. 2.5. Evolución de las energías renovables hasta 2017. Fuente: [24]

En la figura 2.5 se muestra un resumen de la evolución de las energías renovables a lo largo de los últimos años. Como se puede ver, las energías renovables registraron en 2017 el peor dato de los últimos años, reduciendo su cuota en la generación eléctrica al 33.3%, frente al 40.8% en 2016. Este notable descenso se debe a las extremas sequías que se registraron en 2017, que tuvieron un efecto negativo sobre la producción hidráulica que ha registrado una caída del 48.4% respecto al año anterior. A parte de este descenso de la hidráulica, se puede apreciar un descenso, mucho menos significativo, de la generación eólica (-1.6% respecto al año anterior). Cabe destacar que la energía eólica tuvo un gran impacto en ciertos momentos del año, llegando a cubrir más del 60% de la demanda ciertos días.

2.2. Concentradores solares

Existen varias modalidades de concentradores solares, que se pueden diferenciar basándose en como concentran la energía que reciben del sol (enfoque) y como la absorben (receptor) [25] [26].

- (i) Enfoque Lineal: Los colectores lineales siguen al Sol a lo largo de un solo eje y concentran la radiación sobre un receptor lineal. Esto hace más sencillo el seguimiento del sol.
- (ii) Enfoque Puntual: Los colectores siguen al Sol a lo largo de dos ejes y concentran la radiación en un único punto. Esto permite temperaturas más altas.
- (iii) Receptor Fijo: Los receptores fijos son dispositivos estacionarios que son independientes al tipo de enfoque de la planta. Esto facilita el transporte de calor recogido en el bloque energético.
- (iv) Receptor Móvil: Los receptores móviles se mueven junto con el dispositivo de enfoque.

La combinación de estas tecnologías nos da las 4 familias de *CSP* (Concentrating Solar Power) que existen actualmente (ver Tabla 2.1):

Tabla 2.1. Tipos de *CSP*.

	Enfoque Lineal	Enfoque Puntual
Receptor Fijo	Concentrador Lineal Fresnel (<i>LFR</i>)	Torres con recepción central (<i>RC</i>)
Receptor Móvil	Concentradores cilindro-parabólicos (<i>CP</i>)	Discos parabólicos (<i>DP</i>)

En los diseños de enfoque lineal, los receptores móviles son los que recogen más energía. En los siguientes apartados se presenta una breve descripción de cada una de estas tecnologías, aunque la que resulta de interés para este proyecto serán los *LFR*, más concretamente los conocidos como *SSLFR*.

2.2.1. Centrales de Recepción Central (*RC*)

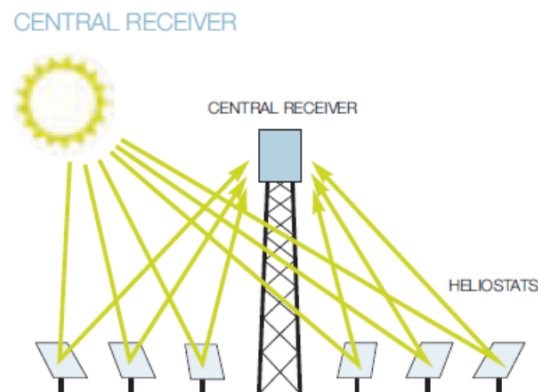


Fig. 2.6. Esquema *CR*. Fuente: [25]

En comparación con otras tecnologías termosolares, las centrales *RC* pueden alcanzar la temperatura más alta. Rodeada de espejos que reflejan la luz sobre una torre elevada y centrada, esta torre de energía alcanza temperaturas de aproximadamente 1000°C . Al transferir la radiación solar a un fluido, se produce vapor que se expande en una turbina con el fin de generar electricidad.

2.2.2. Discos Parabólicos (*DP*)

Los discos parabólicos concentran los rayos del Sol en un punto focal en el centro del disco. La mayoría de los discos utilizan un sistema de seguimiento en dos ejes, predominantemente de Norte a Sur. La energía del sol, concentrada en el punto focal, se transmite a un fluido de transferencia de calor que se calienta hasta los 750°C . A veces se aplican sistemas de transferencia de gas con esta tecnología.

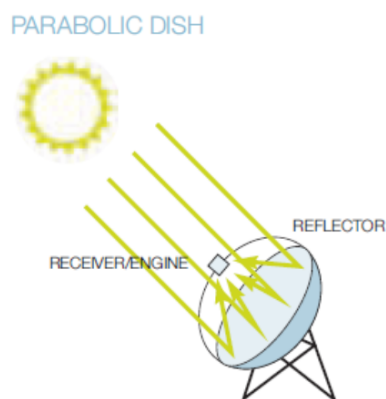


Fig. 2.7. Esquema *DP*. Fuente: [25]

2.2.3. Centrales de Concentradores Cilindro-parabólicos (*CP*)

Se trata de un sistema modular de canales parabólicos que siguen al Sol moviéndose en un solo eje. Estos captadores concentran la radiación directa sobre un tubo receptor por el que circula aceite térmico que hace la función de fluido portador de calor. Este aceite térmico se calienta hasta los 400°C . El aceite térmico, mediante una serie de intercambiadores de calor, calienta agua generando vapor. En una turbina se transforma la energía térmica del vapor en mecánica, que mediante un alternador se convertirá en energía eléctrica.

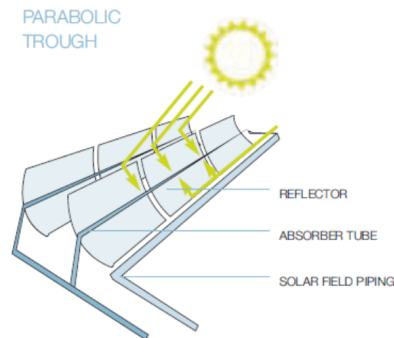


Fig. 2.8. Esquema *CP*. Fuente: [25]

2.2.4. Centrales de Concentradores Lineales Fresnel (*LFR*)

Este modelo de central es muy parecido al anterior, con algunas diferencias en el sistema de concentración. En este caso se utilizan espejos planos o ligeramente curvados dispuestos en líneas paralelas, sobre un terreno horizontal, que pueden rotar alrededor de su eje para dirigir los rayos solares hacia un receptor que se encuentra a una altura superior. Desde el punto de vista del diseño, existen básicamente dos tipos de concentradores solares de lentes Fresnel: concentradores de lentes Fresnel de enfoque puntual, basados en lentes de refracción, que se usan para aplicaciones de alta temperatura; y concentradores de lentes Fresnel enfocados en línea, basados en espejos de reflexión, que se utilizan para aplicaciones de temperatura media como la refrigeración solar, la generación de vapor y la obtención de calor para procesos industriales. Este documento trata del último tipo: el Concentrador Reflector lineal de Fresnel.

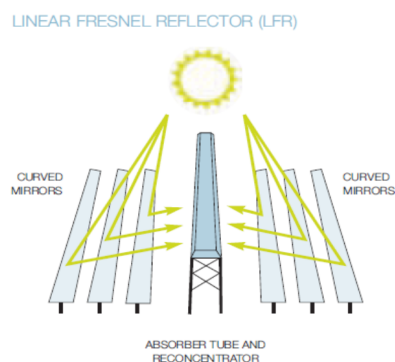


Fig. 2.9. Esquema *LFR*. Fuente: [25]

2.3. Los LFR en la actualidad

Los sistemas LFR se proponen para la generación directa de vapor a baja temperatura (250°C), sin la utilización intermedia de aceite térmico, acoplados directamente a turbinas de vapor. En un futuro, se espera poder conseguir generar vapor a 500°C .



Fig. 2.10. Planta Kimberlina. Fuente: [27]



Fig. 2.11. Planta Puerto Errado 2. Fuente: [28]

La principal desventaja de los *LFR* en comparación con los *CP* es que el factor de concentración que se ha alcanzado hasta la fecha es notablemente inferior. Además, en los diseños de *LFRs* este factor varía notablemente durante el día. En los últimos años, sin embargo, los *LFRs* se han convertido en una opción atractiva para generar electricidad a partir de la radiación solar. Los *LFRs* presentan ciertas ventajas en el campo de la concentración de energía solar gracias a su simplicidad, robustez y baja inversión.

La primera planta de pruebas *LFR* moderna fue el prototipo Solarmundo construida en Lieja, Bélgica, en 2001. Era una instalación de pequeño tamaño pero demostró el gran éxito de esta tecnología. Algunos empleados Solarmundo formaron entonces Solar Power Group GmbH (SPG) para la ampliación y la comercialización de la tecnología. Solar Power Group formó un consorcio con otros institutos de investigación y construyó una planta de

1 MW en la Plataforma Solar de Almería (PSA) en España en el año 2007. Esta planta fue la primera en demostrar con éxito la generación directa de vapor por una planta de *LFR*. A partir de los prototipos se construyeron varias plantas *LFR* comerciales para la generación de energía: Kimberlina (5 MW) que entró en operación en octubre de 2008, en California (EE. UU.); Liddell (3 MW) que empezó a producir en octubre de 2012, en Australia. Tras varios años de funcionamiento, estas plantas se encuentran actualmente fuera de operación [29]. Durante el mismo periodo de tiempo se construyó la planta de Puerto Errado 2 (30 MW), en España, que ha estado en servicio desde agosto de 2012 [30] y su diseño se basa en la planta Puerto Errado 1 (1.4 MW), que fue construida por Novatec Solar como planta piloto, de mucha menor potencia de generación, para probar la eficacia de la tecnología. Las dos plantas de Puerto Errado siguen en total funcionamiento.

A raíz del éxito de estas plantas, que sirvieron de piloto para demostrar las capacidades de la tecnología, se proyectaron muchas otras. La mayoría están actualmente en construcción, excepto las plantas de Dhursar (125MW), en India y Rende-CSP Plant (1MW) en Italia, que ya están acabadas y en funcionamiento.

Previo a la construcción de la planta Dhursar, el proyecto para la construcción de la primera planta integrada de energía solar concentrada de Asia salió a concurso, en el que participaron tres grandes compañías EPC (Engineering, Procurement, and Construction). En el proceso de licitación, la tecnología Fresnel ganó frente a la de concentradores cilindro-parabólicos y a la torre de recepción central. Como se puede ver en [31], se eligió la tecnología *LFR* debido a su rentabilidad, las altas temperaturas de operación y la capacidad de utilizar las infraestructuras existentes de las centrales térmicas para la nueva planta.

Se puede encontrar una revisión de diferentes diseños de colectores lineales de Fresnel en Montes et al. 2014 [32]. Todas las plantas de *LFR* existentes usan agua-vapor como fluido de transferencia de calor. Sin embargo, también hay estudios que analizan el comportamiento de otros fluidos. Por ejemplo, los nitratos fundidos se proponen como el fluido de transferencia de calor en un *LFR* en [33]. Este estudio se va a centrar únicamente en los *LFR* de pequeña escala.



Fig. 2.12. Planta Dhursar. Fuente: [31]

Los *SSLFRs* se caracterizan por:

- (i) Usar la configuración de un LFR central convencional.
- (ii) Usar filas de espejos planos.
- (iii) Los espejos reflejan la luz solar a la línea focal de un tubo absorbedor.
- (iv) Las filas de espejos se mueven de tal manera que el haz de luz de sol reflejada siempre cae sobre el tubo absorbedor.
- (v) El tubo absorbedor discurre longitudinalmente por encima de las hileras de espejos ubicados en una línea focal común de los espejos.
- (vi) El tubo absorbedor está especialmente revestido para aumentar su capacidad de absorción de la radiación solar incidente.
- (vii) El tubo absorbedor está recubierto por un receptor de cavidad (secundario) para reducir las pérdidas de calor por convección.
- (viii) El receptor secundario está sellado con una cubierta de vidrio.
- (ix) Las filas de espejos se encuentran en la base del *SSLFR*.
- (x) La energía solar concentrada se transfiere a través del tubo absorbedor a algún fluido térmico capaz de mantener el estado líquido a altas temperaturas.

En este documento se propone una configuración de *SSLFR*, diseñado con Autodesk Inventor que, como se ve en Fig. 2.13, consta de los siguientes bloques principales:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| (1) Estructura fija. | (5) Sistema de transmisión. |
| (2) Estructura móvil. | (6) Sistema de seguimiento. |
| (3) Sistema del reflector primario. | (7) Sistema de espejos montados sobre un marco con movilidad. |
| (4) Sistema del reflector secundario. | |

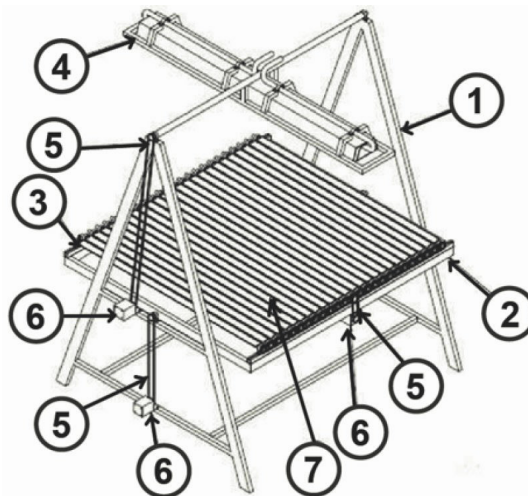


Fig. 2.13. Partes de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

2.4. Resultados teóricos previos

Con el fin de facilitar la comprensión de los conceptos que se van a tratar en este trabajo, en este capítulo se incluye un estudio sobre los conceptos más significativos en el estudio del sol y de las tecnologías para la obtención de energía solar [34] [35].

2.4.1. Definiciones básicas

Existen varios programas en el mercado, como SolPos[©][36] para calcular la posición del sol en relación con el eje de rotación de la *LFR*. Veamos ahora las expresiones que nos permiten describir el movimiento aparente del sol con respecto al *LFR* (Duffie et al. [37]). La siguiente ecuación expresa el ángulo de altura del sol (α_S) como una función de la declinación, δ , latitud, λ , y ángulo horario, ω :

$$\alpha_S = \arcsin[\sin \delta \sin \lambda + \cos \delta \cos \lambda \cos \omega] \quad (2.1)$$

Spencer [34] proporciona esta expresión aproximada para la declinación solar (δ):

$$\begin{aligned} \delta = & 0,006918 - 0,399912 \cos \Gamma + 0,070257 \sin \Gamma - 0,006758 \cos 2\Gamma + \\ & + 0,000907 \sin 2\Gamma - 0,002697 \cos 3\Gamma + 0,001480 \sin 3\Gamma \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde δ está en radianes y el ángulo diario Γ se define en función del día del año en el que queremos operar, siendo su definición (en radianes) la siguiente:

$$\Gamma = (n_d - 1) \frac{2\pi}{365} \quad (2.3)$$

con n_d en ordinal del día. El ángulo cenital del sol, θ_z , también es comúnmente usado, así como su complementario, el ángulo de la altura solar ($\theta_z = 90^\circ - \alpha_S$). Cuando la altura solar es $\alpha_S = 0$, se dice que amanece (Orto) o se pone el Sol (Ocaso). De la ecuación (2.1) se puede deducir que:

$$\cos(\omega) = -\frac{\sin \delta \sin \lambda}{\cos \delta \cos \lambda} = -\tan \delta \tan \lambda \quad (2.4)$$

y, por lo tanto, los ángulos del amanecer ($-\omega_s$) y anochecer (ω_s) se pueden calcular con la siguiente fórmula:

$$\omega_s = \arccos[-\tan \delta \tan \lambda] \quad (2.5)$$

La siguiente ecuación nos permite calcular el ángulo de acimut del sol, γ_S , para el hemisferio norte, medido desde el sur:

$$\gamma_S = \text{sign}(\omega) \cdot \arccos \left[\frac{\sin \alpha_S \sin \lambda - \sin \delta}{\cos \alpha_S \cos \lambda} \right] \quad (2.6)$$

Donde la función $\text{sign}(\omega)$ nos permite controlar el signo para que se cumpla la condición de $\omega < 0$ y $\gamma_S < 0$ antes del mediodía y, después del mediodía $\omega > 0$ y $\gamma_S > 0$.

Considerando un *LFR* alineado horizontalmente y alineado en una orientación Norte-Sur, el ángulo de incidencia de la radiación solar se calculará en dos planos de proyección (ver

figura 2.13) (Barbón et al. [38]). Estas proyecciones serán denominadas como: el ángulo transversal de incidencia, θ_t , y el ángulo longitudinal de incidencia, θ_l . El primero (θ_t) se define como el ángulo entre la vertical y la proyección de un vector que llega desde el sol sobre el plano Este-Oeste (el plano ortogonal al receptor), mientras que θ_l se define como el ángulo entre la vertical y la proyección de un vector que llega desde el sol sobre el plano Norte-Sur.

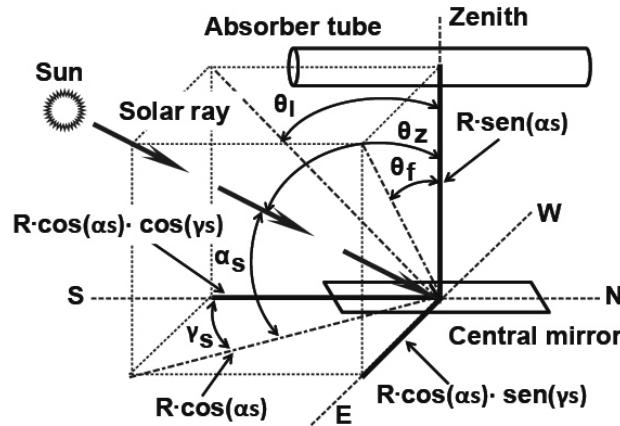


Fig. 2.13. Definiciones básicas y relaciones angulares. Fuente: Elaboración propia.

El ángulo de incidencia transversal y el ángulo de incidencia longitudinal se deducen por tanto de la figura 2.13:

$$\theta_t = \arctan \left(\frac{\sin \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (2.7)$$

$$\theta_l = \arctan \left(\frac{\cos \gamma_S}{\tan \alpha_S} \right) \quad (2.8)$$

Sin embargo y para simplificar el diseño general del *LFR* si consideramos $\omega = 0$ como valor fijo se obtiene a su vez $\gamma_S = 0$ y, de esta manera, las relaciones anteriores resultan:

$$\theta_l = \arctan \left(\frac{1}{\tan \alpha_S} \right) \Rightarrow \tan \theta_l = \frac{1}{\tan \alpha_S} \Rightarrow \theta_l = \theta_z \quad (2.9)$$

2.4.2. Funcionamiento básico de los SSLFR

En los *SSLFR*, reflectores Fresnel modulares concentran la radiación sobre un receptor estático a varios metros de altura. Este receptor contiene un segundo reflector que dirige todos los rayos entrantes a un tubo absorbente.

El principio de Fresnel es muy simple: debido a que el movimiento relativo de todos los espejos es idéntico para el seguimiento, una vez que están colocados correctamente, su movimiento se puede acoplar mecánicamente. Las filas de espejos son impulsados por un

único motor y el acoplamiento mecánico se realiza con un tornillo sin fin.

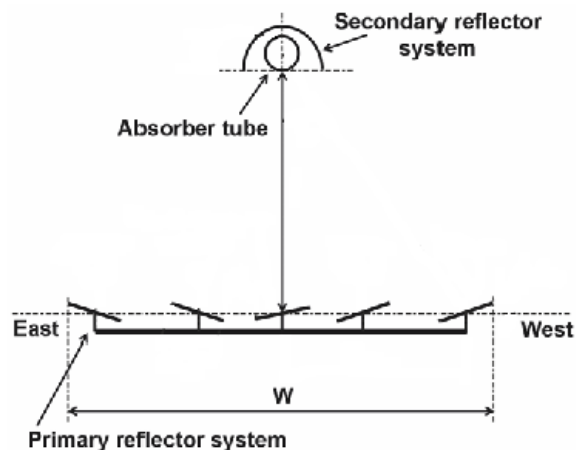


Fig. 2.14. Esquema general de un LFR. Fuente: Elaboración propia.

El funcionamiento de los *SSLFRs* utiliza los mismos principios a escala reducida, consiguiendo alcanzar altas temperaturas y rendimientos, utilizando menos espacio.

En el *SSLFR* mostrado en la figura 2.15 se pueden diferenciar dos bloques principales: el sistema del reflector primario (primary reflector) y el sistema del reflector secundario (secondary reflector). El reflector primario está compuesto por un marco fijo, de diseño variable, donde se acomodan las filas de espejos. El reflector secundario consta de un tubo absorbente y una cavidad reflectora. Como se puede observar, el reflector secundario está colocado a una cierta altura por encima del primario. Cada hilera de espejos es capaz de seguir el movimiento del sol sobre un eje (seguimiento en la dirección Este-Oeste).

Para el estudio de este diseño se tuvieron en cuenta las siguientes suposiciones:

- (i) Los espejos son planos.
- (ii) Las filas de espejos se controlan perfectamente para seguir el movimiento aparente del sol.
- (iii) El punto pivotante de cada espejo coincide con su punto central; por lo tanto, siempre se enfoca en el punto central del tubo absorbente.
- (iv) Debe mantenerse una distancia (shift) adecuada entre dos espejos consecutivos para que un espejo no sombree su espejo adyacente.
- (v) Se dispone de un único tubo absorbente.
- (vi) El diseño de la cavidad absorbente no se estudiará en este documento.

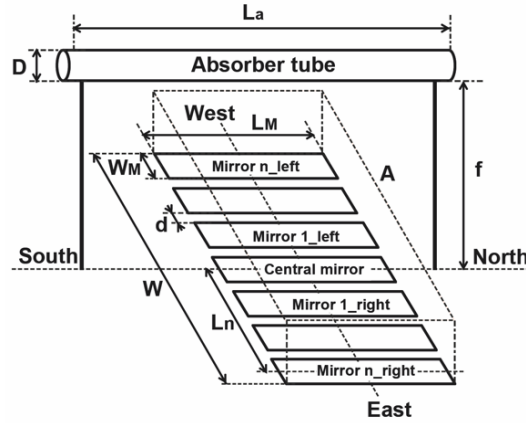


Fig. 2.15. Parámetros de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

2.4.3. Relaciones angulares

Se considerarán los *SSLFRs* alineados en la dirección Norte-Sur. Debido a esto y como se vio en el apartado anterior, los ángulos de incidencia de la radiación solar son calculados mediante proyecciones en dos planos, de esta manera se obtienen: el ángulo transversal de incidencia (θ_t) y el ángulo longitudinal de incidencia (θ_l), (ver Theunissen et al. 1985 [39]). El ángulo transversal de incidencia (θ_t) se define como aquel que forma la vertical y la proyección el vector solar sobre el plano Este-Oeste (plano ortogonal al tubo absorbente), mientras que el ángulo longitudinal de incidencia (θ_l) es el ángulo entre la vertical y la proyección del vector solar sobre el plano Norte-Sur.

2.4.3.1. Parámetros para el estudio transversal

Como se puede ver en [38], cada espejo se puede definir mediante dos parámetros: su posición con respecto al espejo central (L_i) y su ángulo (β_i). La posición depende del ancho de los espejos (W_M) y de la separación que se deja entre ellos (d). Por otro lado, el ángulo depende de la altura a la que esté colocado el receptor (f), el diámetro del tubo absorbente (D), y el ángulo transversal de incidencia (θ_t).

Siendo n el número de espejos a cada lado del espejo central, se obtiene que un *SSLFR* tiene un total de $2n + 1$ espejos.

A su vez, el área iluminada sobre el tubo absorbente por el espejo i -ésimo se puede expresar como:

$$W_{ai} = W_M [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (2.10)$$

donde α_i es el ángulo entre la línea vertical en el punto focal y la línea imaginaria que conecta el centro de cada espejo con el punto focal del tubo absorbente. El signo \pm deberá ajustarse según el criterio: $-$ a la izquierda del espejo central y $+$ cuando operemos a la derecha. De esta manera el ángulo α_i puede calcularse de la siguiente manera:

$$\alpha_i = \arctan \left[\frac{i \cdot (W_M + d)}{f + D/2} \right]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.11)$$

La longitud de la circunferencia iluminada sobre el tubo absorbedor (L_{ai}) por el i -ésimo espejo, siendo $0 \leq i \leq 2n$ se obtiene de la siguiente expresión:

$$L_{ai} = \begin{cases} \frac{\pi D}{2} & \text{si } W_{ai} \cos \alpha_i > D \\ D \arcsin \left(\frac{W_{ai}}{D} \right) & \text{si } W_{ai} \cos \alpha_i \leq D \end{cases} \quad (2.12)$$

2.4.3.2. Parámetros para el estudio longitudinal

Los parámetros usados para el estudio longitudinal serán: el ángulo formado entre el eje de los espejos y el plano horizontal (β_M), el ángulo entre el tubo absorbedor y el plano horizontal (β_a), el ángulo cenit solar (θ_z), la longitud de los espejos (L_M), la altura sobre los espejos a la que está colocado el tubo absorbedor (f), el ángulo que se forma entre el haz de luz reflejado y el cenit (μ), y por último el ángulo entre el rayo incidente y el plano normal al espejo (θ_L). Estos parámetros permiten el cálculo de la longitud iluminada del tubo absorbedor hacia la izquierda (l_{abs}^l), hacia la derecha (l_{abs}^r), y por lo tanto, la longitud total iluminada sobre el tubo absorbedor (l_{abs}).

2.4.4. Pérdidas

2.4.4.1. Pérdidas transversales

En los sistemas *SSLFR* existen pérdidas debido a diversos aspectos del diseño. Las dos principales causas de pérdidas de eficiencia en los sistemas de *SSLFR* son los efectos de sombreado y de bloqueo [40]. Cuando se conocen los ángulos de inclinación de los espejos en un diseño en particular y está definida la geometría de la radiación entrante, se puede calcular el valor de las pérdidas en el sistema. Hay pérdidas asociadas a la geometría de un colector de *SSLFR*, debido a que partes del receptor impiden en ocasiones que parte de los haces reflejados lleguen al receptor (caso de bloqueo).

Estas y otras causas mecánicas de las pérdidas se enumeran a continuación:

- (i) Sombreado: Un espejo adyacente da sombra a otro de la luz directa del sol.
- (ii) Bloqueo: Un espejo adyacente bloquea los rayos reflejados de otro espejo e impide que estos lleguen al receptor.
- (iii) Divergencia: Debido a la divergencia de los rayos reflejados o por la dimensión (demasiado estrecha) del receptor, se pierden parte de los rayos reflejados.
- (iv) Propia del espejo: Inconsistencias en las superficies de los espejos.
- (v) Transmisividad: Por impurezas en el cristal del receptor y/o en los espejos.
- (vi) Seguimiento: Debido a tolerancias mecánicas y de fabricación.
- (vii) Sombra del receptor: El receptor da sombra sobre alguno de los espejos.
- (viii) Solares: La declinación del Sol causa pérdidas en los extremos del campo de espejos colectores.

La pérdida por sombreado es la pérdida que es más significativa para los colectores *SSLFR* en comparación con otras tecnologías de *CSP*. La pérdida de un espejo dado se calcula a partir de la geometría y de la inclinación de los espejos adyacentes. En las figuras 2.16 y 2.17 se muestran, a partir de imágenes obtenidas con un programa de simulación implementado en MATLABTM, los fenómenos de bloqueo y sombreado en los espejos de un *SSLFR*, siendo los trazos negros los espejos de reflector, los amarillos los rayos que provienen del sol y los azules aquellos reflejados desde los espejos al tubo absorbedor.

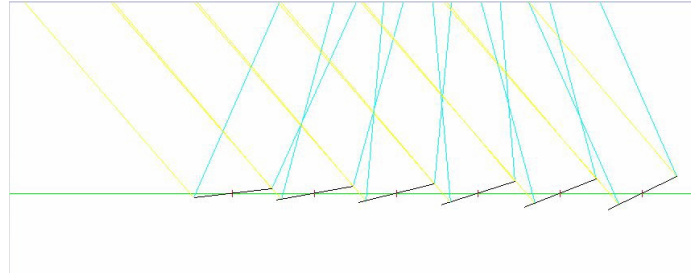


Fig. 2.16. Pérdidas del sistema. (a) Fenómeno de bloqueo. Fuente: [40].

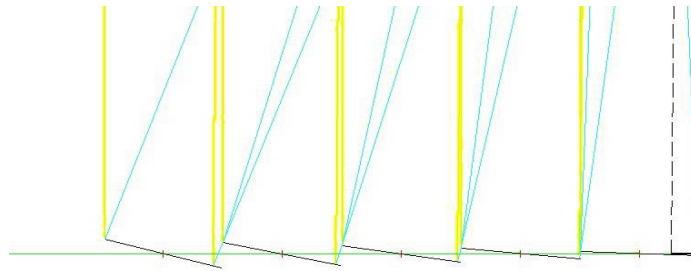


Fig. 2.17. Pérdidas del sistema. (b) Fenómeno de sombreado. Fuente: [40].

2.4.4.2. Pérdidas longitudinales

Una vez definidos todos estos valores deberemos considerar también los que influyen al estudio longitudinal de los *LFRs*, ya que en colectores de pequeño tamaño, como son los *SSLFRs* en los que se centra este estudio, no todos los rayos que son reflejados por los espejos caen sobre el tubo absorbedor (ver Fig. 2.18).

Mientras que las pérdidas transversales son significativas tanto en los reflectores de gran escala como en los *SSLFR*, las pérdidas longitudinales apenas afectan en los *LFR*, ya que los tubos absorbedores son muy largos en comparación con el tramo de tubo no iluminado.

Sin embargo, cuando se trabaja con *SSLFR* con longitudes de tubo del orden de 2 m es importante controlar las pérdidas longitudinales, ya que perder 0.5 m de tubo iluminado afecta drásticamente a la energía absorbida.

En este documento se considerarán dos tipos de pérdidas longitudinales:

-El primer término de pérdidas corresponde a la parte del tubo que no está iluminada, llamada la parte inactiva del tubo, que da lugar a pérdidas conocidas como pérdidas

finales o end loss. Estas pérdidas ya han sido tenidas en cuenta por algunos autores (ver Pu et al. [41], Elmaanaoui et al. [42] y Muthusivagami et al. [43]). Se pueden minimizar mediante la elección adecuada de la posición del tubo absorbedor. Este será uno de los objetivos a tener en cuenta a la hora de realizar la optimización matemática presentada en este documento.

-El segundo término tiene en cuenta los rayos del sol que no caen sobre el tubo absorbedor, conocido como pérdida de luz reflejada, que resulta de la longitud inadecuada del tubo absorbente. Esta pérdida no se tiene en cuenta en documentos sobre *LFR* a gran escala. Sin embargo, cuando se estudian *SSLFRs* (a pequeña escala), su influencia es tan importante como el primer tipo de pérdidas. Las pérdidas longitudinales afectan, principalmente, a la longitud de tubo absorbedor que se ilumina.

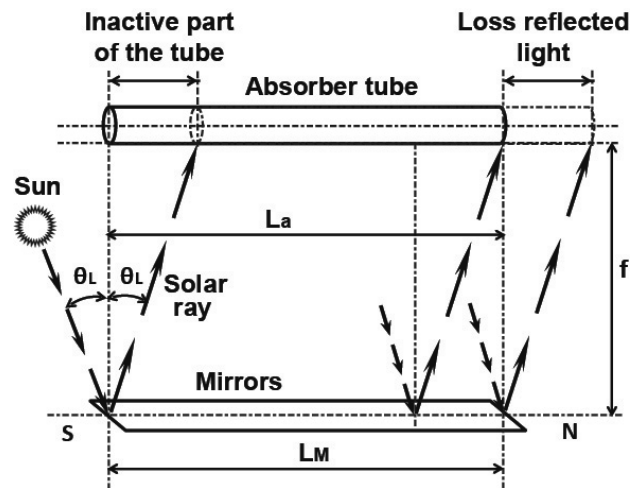


Fig. 2.18. Estudio longitudinal de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

2.5. Definición del problema

Esta sección describe el problema de ingeniería consistente en la determinación de los parámetros geométricos y el número de *SSLFRs* óptimos para su instalación en edificios urbanos que dispongan de terraza planas, mediante algoritmos de empaquetamiento.

Podemos contextualizar este estudio con los estándares Europeos. La normativa europea requiere que los edificios de nueva construcción deben obtener parte de la energía necesaria para el servicio de agua caliente de fuentes solares. La cantidad de energía se calculará dependiendo de la zona climática y de la demanda total de agua caliente [44]. La superficie de instalación de un *SSLFR* es un parámetro crítico, cuando se trata de la terraza de un edificio, al contrario de lo que sucede en los *CSP*.

Los principales parámetros geométricos que definen un *SSLFR* son: la cantidad de espejos en cada lado del espejo central (n), el ancho de los espejos (W_M), la separación entre espejos consecutivos (d), la altura del receptor (f), el diámetro del tubo absorbedor (D), el ángulo entre el eje del espejo y el plano horizontal (β_M), el ángulo entre el tubo absorbedor y el plano horizontal (β_a), el largo de los espejos (L_M), la longitud total del tubo absorbedor (L_a), la longitud hacia la izquierda que ocupa el tubo absorbedor (L_a^l) y la longitud hacia la derecha que ocupa el tubo absorbedor (L_a^r).

Todos estos parámetros, así como su relación con algunas de las variables expuestas en la sección anterior, se muestra en las figuras 2.19, 2.20 y 2.21 y han sido estudiados en varias publicaciones [38], [45].

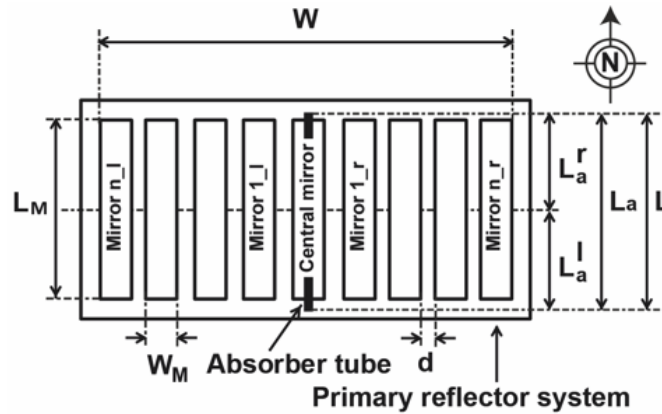


Fig. 2.19. Vista en planta de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

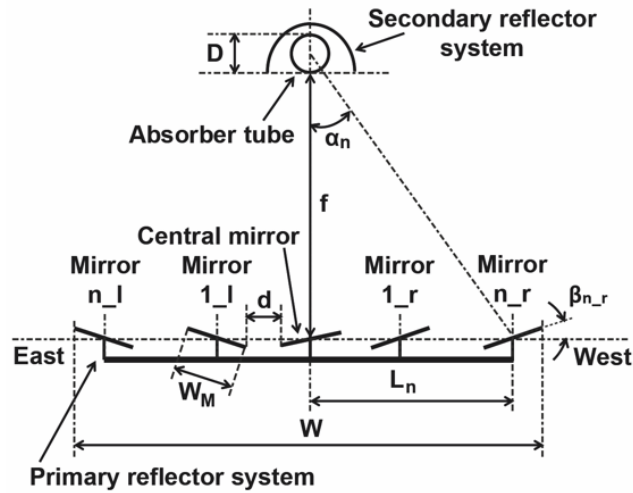


Fig. 2.20. Vista frontal de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

Además de los parámetros intrínsecos *SSLFR* es necesario tener en cuenta los parámetros intrínsecos de la azotea y los parámetros que afectan a ambos.

Los principales parámetros geométricos que definen la azotea son; el área disponible (A_r), el largo del área disponible (a), el ancho del área disponible (b), la altura disponible sobre el tejado (H_r), la forma del tejado (F_r) y, por último, su orientación (O_r). Estos parámetros están representados en la figura 2.22. El área disponible en el tejado (A_r) será el área que se puede utilizar para la instalación de los *SSLFRs*. El parámetro (F_r) se obtiene de la relación entre a y b . Se puede definir como el ratio entre el largo (a) y el ancho del tejado (b). Definimos H_r como la altura disponible en el tejado que puede ser utilizada para la instalación de los *SSLFRs*. La orientación (O_r) será el ángulo formado entre la dirección Norte-Sur y los bordes de la azotea.

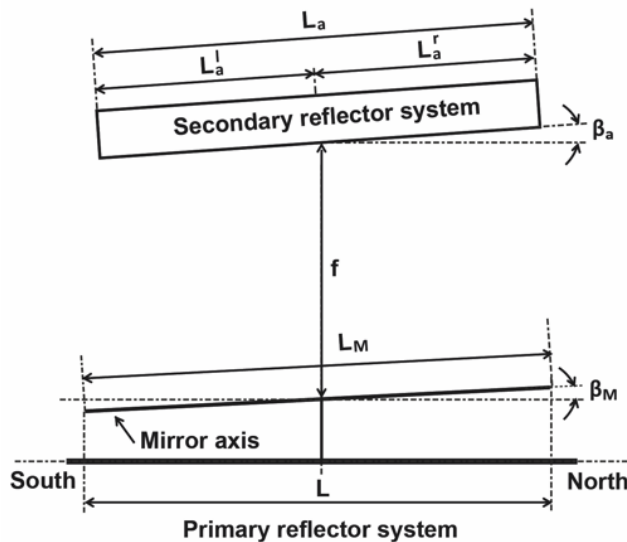


Fig. 2.21. Vista lateral de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

Por último, se deben tener en cuenta tanto los parámetros que relacionan los *SSLFRs* entre sí, como los que relacionan a estos con los límites de la terraza. Estos parámetros serán la distancia transversal entre *SSLFRs* (e_h), la distancia longitudinal entre *SSLFRs*

(e_v), la distancia entre el borde de la terraza y en *SSLFRs* medida en el eje x (e_b), y la distancia entre el borde de la terraza y el *SLFRs* medida en el eje y (e'_b).

Por lo tanto, cuando se necesita considerar una cantidad tan alta de parámetros, la elección correcta de los valores para resolver el problema puede resultar compleja.

Por ello se requiere hacer una serie de suposiciones. Las que se han tenido en cuenta en este estudio son las siguientes:

- (i) Estructura móvil. El error de seguimiento y la desalineación no se consideran.
- (ii) Sistema reflector primario. El punto pivotante de cada espejo coincide con el punto central del espejo; por lo tanto, siempre enfoca al punto central del tubo absorbedor. Los espejos son planos y reflejan especularmente. Todos espejos tienen la misma longitud y el mismo ancho.
- (iii) Sistema reflector secundario. Se usa un solo tubo absorbedor.
- (iv) Sistemas de transmisión. En estos sistemas, el error de seguimiento y la desalineación no se consideran.
- (v) Sistema de seguimiento. La estructura móvil, el sistema reflector secundario y el sistema reflector primario se orientan perfectamente para seguir el movimiento aparente del Sol.

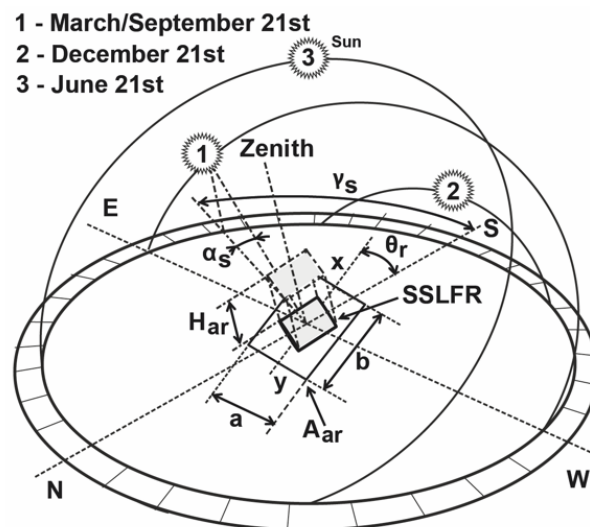


Fig. 2.22. Parámetros para la construcción en terrazas urbanas. Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 3

Metodología de trabajo: Esquema general

En este apartado se propone una nueva metodología para determinar el número de *SSLFRs* y sus parámetros geométricos para diseñar una instalación en terrazas urbanas.

Esta metodología consta de 5 pasos para identificar el número de *SSLFRs* y los valores de sus parámetros geométricos que minimizarán el coste de fabricación y maximizarán la energía total absorbida por la instalación. En la figura 3.1 se muestra un diagrama de bloques que recoge de manera general los pasos de la metodología.

- El primer paso consiste en establecer las características del problema a tratar, de manera que se estudie la instalación para conocer las restricciones que se deben cumplir a la hora de diseñarlo.

- El segundo paso de este procedimiento consiste en un análisis paramétrico con el que se pretende encontrar que variables pueden ser acotadas y cuáles son sus cotas.

- En el tercer paso se estudiarán una serie de algoritmos de empaquetamiento, con el fin de encontrar aquellos que cumplan con las restricciones que se vieron en el paso primero y que maximicen el área total de espejos.

- En el cuarto paso se deberán escoger los valores para ciertos parámetros del *SSLFR* con el fin de que se minimice el coste total del sistema y se minimicen las pérdidas longitudinales.

- El quinto paso de esta metodología consistirá en verificar que tanto el algoritmo escogido como los parámetros fijados son los óptimos en cuestiones de maximización de la energía total anual absorbida.

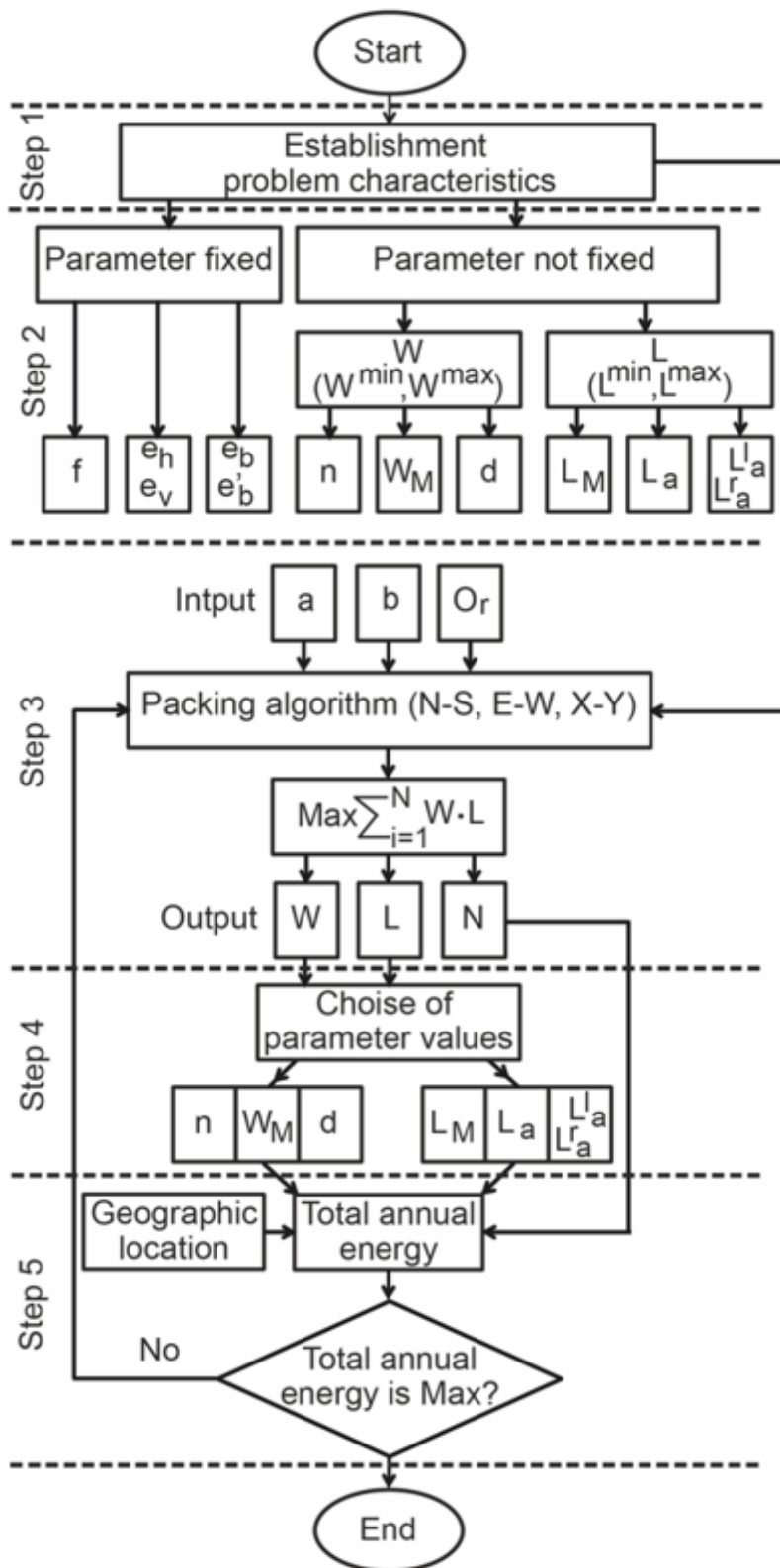


Fig. 3.1. Diagrama de bloques del desarrollo general propuesto. Fuente: Elaboración propia.

3.1. Paso 1: Características del problema

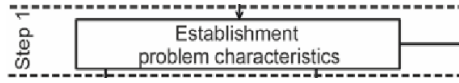


Fig. 3.2. Paso 1. Fuente: Elaboración propia.

El problema de empaquetamiento que se plantea en este documento es un problema de empaquetamiento de rectángulos en dos dimensiones que tiene las siguientes características:

(i) Se dispone de un único tejado de un edificio urbano que tiene largo y ancho fijos y conocidos.

(ii) Dicho tejado urbano es rectangular o cuadrado. Su forma está definida por el largo (a) y el ancho (b) del área disponible. Este área disponible se puede definir como:

$$A_r = a \cdot b \quad (3.1)$$

(iii) El tejado puede tener cierto ángulo de orientación con respecto a la dirección Norte-Sur geográfica.

(iv) Se dispone de una serie de *SSLFRs* idénticos, cuyas dimensiones no son fijas pero si acotadas entre cotas superiores e inferiores.

(v) Todos los *SSLFRs* son rectangulares o cuadrados y su área está definida por la siguiente fórmula:

$$A = W \cdot L \quad (3.2)$$

donde A es el área total del receptor (m^2), W es el ancho total ocupado por los espejos (m), y L representa la longitud total de reflector (m).

El ancho ocupado por el conjunto de los espejos se puede expresar como:

$$W = 2 \cdot n \cdot (W_M + d) + W_M \quad (3.3)$$

donde n es el número de espejos a cada lado del espejo central, W_M es el ancho de cada espejo (m), y d es la separación entre dos espejos consecutivos (m).

Por otro lado, la longitud del reflector se puede calcular con las siguientes relaciones:

$$L = \begin{cases} L_M \cos(\beta_M) & \text{si} \left[\begin{array}{l} L_a^l \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \\ \& \\ L_a^r \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \end{array} \right] \\ L_a^l \cos(\beta_a) + \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) & \text{si} \left[\begin{array}{l} L_a^l \cos(\beta_a) > \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \\ \& \\ L_a^r \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \end{array} \right] \\ \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) + L_a^r \cos(\beta_a) & \text{si} \left[\begin{array}{l} L_a^l \cos(\beta_a) \leq \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \\ \& \\ L_a^r \cos(\beta_a) > \frac{1}{2} L_M \cos(\beta_M) \end{array} \right] \end{cases} \quad (3.4)$$

donde L_M es el largo de los espejos (m), L_a^l es la longitud hacia la izquierda del tubo absorbedor (m), L_a^r es la longitud hacia la derecha del tubo absorbedor (m), β_M es el ángulo entre el eje del espejo y el plano horizontal en ($^\circ$), y β_a es el ángulo que se forma entre el tubo absorbedor y el plano horizontal, también expresado en ($^\circ$).

(vi) La posición en el plano longitudinal y la longitud del tubo absorbedor son parámetros críticos a la hora de realizar un estudio sobre *SSLFR*. El uso de valores que no sean óptimos para este diseño puede llevar a pérdidas de hasta un 80 % en la energía producida [46].

(vii) El parámetro f está limitado por la altura disponible sobre el tejado, H_r .

(viii) Tanto el *SSLFR* como el tubo absorbedor deberán estar alineados en la dirección Norte-Sur. La orientación del *SSLFRs* con respecto al tejado urbano es fija y conocida y, por lo general, no serán ortogonales.

(ix) Se debe disponer de un espaciado mínimo entre *SSLFRs* para tareas de mantenimiento y para evitar efectos de sombreado entre *SSLFRs* contiguos.

(x) Se debe dejar a su vez un espaciado mínimo entre los *SSLFRs* y los bordes del tejado para tareas de mantenimiento.

3.2. Paso 2: Análisis paramétrico

El volumen ocupado por cada *SSLFR* se puede definir mediante los siguientes parámetros: n , W_M , d , f , L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r .

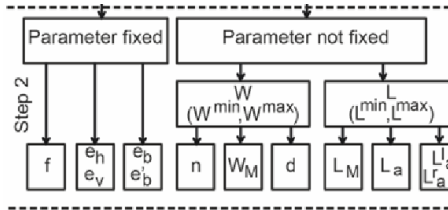


Fig. 3.3. Paso 2. Fuente: Elaboración propia.

3.2.1. Parámetro f

El Código de Construcción Técnico Español [47] da instrucciones para la determinación del parámetro H_r . Según dicho código, la instalación de tecnologías solar térmicas en los tejados urbanos deberá cumplir los siguientes requisitos:

- i) Las tecnologías solar térmicas deberán situarse dentro de la envolvente formada por planos trazados a 45° desde los bordes del último forjado y un plano horizontal situado a 3.75 (m) de altura.
- ii) Su instalación no podrá resultar antiestética. Por lo tanto, los parámetros f y H_r , se relacionan mediante la siguiente ecuación:

$$(f + D + L_a^r \cdot \sin(\beta_a)) \leq H_r \quad (3.5)$$

Los siguientes autores [46], [48], utilizaron en sus estudios $f = 1.5$ (m). Un incremento en el parámetro f produce efectos adversos, como, por ejemplo, pérdidas debido a fallos en el sistema de concentrado de rayos, que por lo general reducen la eficiencia óptica final del colector. El ángulo $\beta_a = 45^\circ$ es el peor de los casos posibles. Por lo tanto, siempre se cumple:

$$(f + D + L_a^r \cdot \sin(\beta_a)) < 3.75(m) \quad (3.6)$$

Por lo tanto, este parámetro tomará el valor de 1.5 (m).

3.2.2. Parámetros n , W_M , y d

Los parámetros n , W_M , y d están relacionados mediante la ecuación (3.3) con W . Se va a considerar que el parámetro W está acotado con límites tanto superiores como inferiores, (W^{\min}, W^{\max}) , ya que afecta a A .

3.2.3. Parámetros L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r

Los parámetros L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r están relacionados mediante la ecuación (3.4) con L . Consideraremos el parámetro L acotado entre límites superiores e inferiores, (L^{\min}, L^{\max}) , ya que afecta a A .

3.2.4. Límites de W y L

En una primera aproximación, se han considerado los siguientes límites: $1.0 \leq W \leq 2.5$ (m) y $1.0 \leq L \leq 2.5$ (m). No se han tenido en cuenta otros valores de diseño debido a que estos aumentaban notablemente el coste o se alejaban de los valores normales de un *SSLFR* [45]. Estos límites se verán estudiados con más detalle en simulaciones incluidas en las siguientes secciones.

3.2.5. Parámetros e_h , e_v , e_b , y e'_b

El Código de Construcción Técnico Español [47] establece que, para minimizar los efectos de sombreado entre equipos contiguos, la distancia mínima entre dichos *SSLFRs* debe garantizar que se reciben al menos 4 horas de luz solar en torno al mediodía en el solsticio de invierno, considerada la situación límite de diseño. En [49], aplicando estas restricciones para el 21 de diciembre a las 10:00 se puede determinar la sombra transversal, obteniéndose un valor de 0.782 (m) con parámetros similares a los aquí utilizados. En el mismo artículo también se determina el sombreado longitudinal que ocurre entre *SSLFRs*. Por estos motivos, se considera que $e_h = e_v = 1.0$ (m) son valores correctos para las labores de mantenimiento y se considera también que es un espaciado adecuado para minimizar los efectos de sombreado. Se considerará a su vez un valor de $e_b = e'_b = 1.0$ (m) también por motivos de mantenimiento. Estos valores se ven con más detalles en la sección dedicada al estudio del sombreado.

3.3. Paso 3: Maximización del área total de espejos

En el paso 3 se estudiarán los algoritmos de empaquetamiento que cumplen con las características fijadas en el paso 1 y que consiguen maximizar el área de espejos a instalar. Para ello se debe realizar un estudio de los algoritmos disponibles y de la terraza.

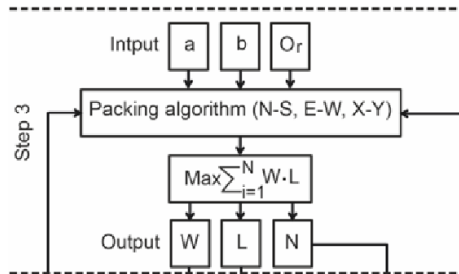


Fig. 3.4. Paso 3. Fuente: Elaboración propia.

Como se verá en el capítulo siguiente, dedicado exclusivamente a la optimización del área total de espejos, existen numerosos algoritmos de empaquetamiento. Sin embargo, debido a que ninguno de los existentes en la literatura resuelve el problema propuesto, se han desarrollado tres algoritmos de empaquetamiento para el estudio de este problema concreto, que se desarrollan en un apartado posterior [49]. Los algoritmos estudiados resuelven un problema de empaquetado de rectángulos (o cuadrados) (A) idénticos en dos dimensiones, dentro de un recinto de área fija y conocida (A_r), cuya finalidad es maximizar el área aprovechada. De esta manera la función objetivo que maximice el área total de espejos instalada (A_T), será:

$$\text{máx } A_T = \text{máx } \sum_1^N W \cdot L \quad (3.7)$$

donde N es el número de *SSLFR*, W es el ancho del reflector y L es la longitud del reflector.

Los algoritmos que se han seleccionado para el estudio (y que se verán con más detalle en el capítulo siguiente) son:

- Algoritmo de tipo (I): Alineación N-S.
- Algoritmo de tipo (II): Alineación E-W.
- Algoritmo tipo (III): Alineación X-Y.

Los datos de entrada de los algoritmos son: el largo disponible en la azotea, el ancho disponible en la azotea y la orientación de ésta. Los datos de salida que proporcionan los algoritmos son: el ancho de los espejos instalados, el largo del receptor y el número de *SSLFRs* a instalar. Estos parámetros son los que se analizan en el Paso 4.

3.4. Paso 4: Elección de los valores de los parámetros

El procedimiento de dimensionamiento se realiza analizando los parámetros del *SSLFR* que cumplan con los valores óptimos de W y L obtenidos en el paso anterior, que permitan que la configuración del *SSLFR* tenga el mínimo coste de fabricación y a su vez minimicen las pérdidas laterales. Estos estudios se desarrollan de manera detallada más adelante en este documento.

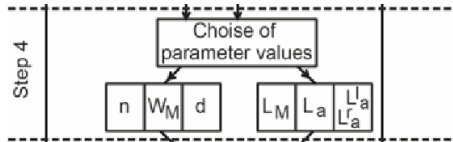


Fig. 3.5. Paso 4. Fuente: Elaboración propia.

3.4.1. Parámetros n , W_M , y d

El número de espejos, $(2 \cdot n + 1)$, es el término que más influye sobre el coste del *SSLFR* [50]. Interesa que n permanezca dentro de unos límites adecuados para no aumentar el coste del *SSLFR*. En [38] se ha demostrado que $n = 12$ es un valor adecuado. Por lo tanto este parámetro variará alrededor de este valor.

El parámetro W_M afecta al ancho iluminado sobre el tubo absorbedor por el espejo i -ésimo, (W_{ai}). Esta dimensión se puede calcular con la siguiente expresión:

$$W_{ai} = W_M \cdot [\cos \beta_i \pm \sin \beta_i \tan \alpha_i]; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (3.8)$$

donde α_i es el ángulo entre la línea vertical imaginaria trazada desde el punto focal del tubo absorbedor y la línea que conecta el centro de cada espejo con el punto focal y β_i es el ángulo de giro del espejo i -ésimo. El signo \pm de la expresión se adoptará en función del siguiente criterio: $-$ cuando se opere al lado izquierdo y $+$ para valores correspondientes al lado derecho. El ángulo α_i puede ser calculado como:

$$\alpha_i = \arctan \left[\frac{i \cdot (W_M + d)}{f + D/2} \right]; \quad 1 \leq i \leq n \quad (3.9)$$

A su vez, la longitud de la circunferencia iluminada sobre el tubo absorbedor (l_{ciai}) por el espejo i -ésimo ($0 \leq i \leq 2n$) se obtiene de las siguientes expresiones:

$$l_{ciai} = \begin{cases} \frac{\pi D}{2} & \text{si } W_{ai} \cos \alpha_i > D \\ D \arcsin \left(\frac{W_{ai}}{D} \right) & \text{si } W_{ai} \cos \alpha_i \leq D \end{cases} \quad (3.10)$$

W_{ai} afecta directamente al diseño de la cavidad absorbedora y por lo tanto al sistema del reflector secundario, que es el segundo componente del *SSLFR* que tienen un mayor coste [50]. Un aumento considerable de W_{ai} , da lugar al aumento de la apertura de la cavidad absorbedora y del diámetro del tubo absorbedor. Por lo tanto, vamos a considerar que el

parámetro W_M variará al rededor de 0.060 (m). Este valor ha sido utilizado en sus diseños por varios autores [46], [48].

Usando el método Mathur ([51], [52]), se puede calcular el valor apropiado para el giro entre espejos adyacentes, de tal manera que los efectos de bloqueo y sombreado de los rayos solares se eviten cuando se trabaje con ángulos de incidencia transversal entre -22.5° y 22.5° . Según las demostraciones realizadas en el método Mathur, la relación entre W_M y d es:

$$d = 0.075 \cdot W_M \quad (3.11)$$

De esta manera, tomando un valor inicial de $W_M = 0.060$ (m), el valor que se obtiene para d es muy pequeño, dando lugar a un aumento considerable de las dificultades en la etapa de ensamblaje del *SSLFR* [50] y a un aumento de las fuerzas que genera el viento sobre el sistema primario del reflector. Esto obligaría a reforzar las juntas y la estructura móvil del diseño, pero también sería necesario reforzar la unidad de movimiento, los ejes de los espejos, el sistema de transmisión y los cimientos del reflector. Por lo tanto, en este estudio se considerará que $d = 0.024$ (m). Con esta elección del parámetro se disminuirán los efectos de bloqueo y sombreado que podrían ocurrir en un *SSLFR* si no se diseña correctamente. Este valor ha sido utilizado en varios estudios [38], [45], [46].

3.4.2. Parámetros L_M , L_a , L_a^l , y L_a^r .

Para la determinación los valores óptimos de los parámetro L_a , L_a^l , y L_a^r se utiliza el algoritmo propuesto por [45]. Estos algoritmos permiten la optimización de la posición y la longitud del tubo absorbedor en función del diseño longitudinal. Este método se basa en un algoritmo geométrico que minimiza las pérdidas end loss y las pérdidas de luz reflejada fuera del tubo que se tienen en cuenta en este estudio. Sin pérdida de generalidad, supondremos que en todas las configuraciones se verifica que: $L = L_M$.

3.5. Paso 5: Verificación de los parámetros

Una vez todas las combinaciones de parámetros del *SSLFR* han sido dimensionadas y optimizadas como se ha visto en el punto anterior se calculará la energía total anual que se obtiene con esa configuración.

La energía absorbida por el tubo absorbedor de un *SSLFR* puede calcularse aplicando la siguiente fórmula:

$$Q = \sum_{i=0}^{2 \cdot n} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot IAF_i \cdot A_{effi} \quad (3.12)$$

cuyos parámetros pueden definirse como:

- (i) DNI es la irradiancia normal directa.
- (ii) η_{opt} es el rendimiento óptico total, que se calcula en función de la reflectividad de los espejos (ρ), el factor de limpieza de los espejos (CI_m), la transmisividad del cristal (τ), y la absorción del material del cual está hecho el tubo absorbedor (α_b). A pesar de que algunos de esos parámetros varían con el ángulo de incidencia se considerarán todos constantes para simplificar los cálculos (see [53], [54]).
- (iii) IAF_i tiene en cuenta la variación del rendimiento óptico de un *SSLFR* cuando varía el ángulo con el que los rayos inciden en el espejo i -ésimo [46].
- (iv) A_{effi} es el área efectiva iluminada sobre el tubo absorbedor por el espejo i -ésimo [46].

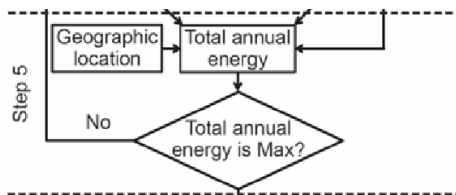


Fig. 3.6. Paso 5. Fuente: Elaboración propia.

Capítulo 4

Maximización del área de espejos

A continuación, se presenta en detalle el estudio realizado para la maximización del área de espejos a instalar. En este apartado se han tenido en cuenta criterios puramente geométricos, dejando las consideraciones relativas a energía total obtenida y coste para apartados posteriores.

Para estimar correctamente el área disponible para la instalación de los *SSLFRs*, se deben tener en cuenta las características del edificio, entre las cuales se encuentran: el número, la altura, las diferentes tipologías de construcción, la orientación e inclinación, la localización del edificio, posibles sombras y los elementos constructivos propios del edificio (tales como chimeneas, salas de máquinas, maquinaria de ascensores, ventilación o respiraderos).

Debido a la complejidad y la diferenciación con la que están contruidos los edificios en la actualidad es necesario simplificar los diseños en diferentes categorías.

Para abordar este problema, [8] analiza tan solo dos formas simplificadas de edificios: courts y pavilions. En la figura 4.1 se pueden ver un court (a) y un pavilion (b) respectivamente. En esta figura las zonas sombreadas en negro representan los tejados del edificio. En esa misma figura se pueden ver dos diseños típicos de la arquitectura urbana, que combinan varios pavilions y courts. Esta diferenciación fue posteriormente usada por muchos autores en sus estudios. Los courts y pavilions, respectivamente, representan formas de construcción tradicionales y contemporáneas, y se pueden encontrar en muchos países.

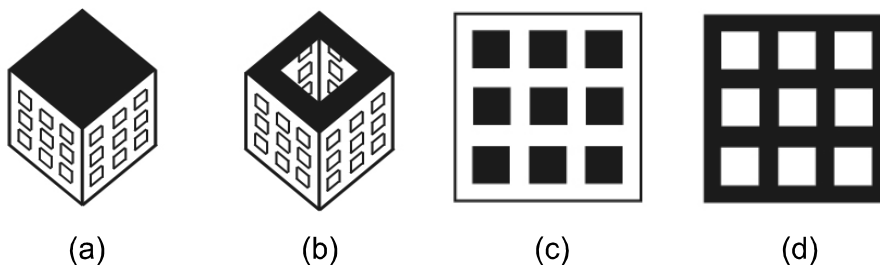


Fig. 4.1. Diseños urbanos simplificados. Fuente: Elaboración propia.

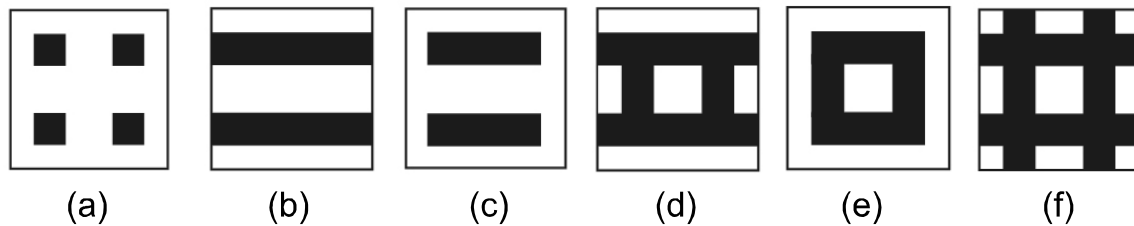


Fig. 4.2. Disposición general de los tejados urbanos. Fuente: Elaboración propia.

Las dos formas simplificadas estudiadas por [8] fueron posteriormente estudiadas por [9] dando lugar dicho estudio es una clasificación con seis diseños básicos que se pueden ver en la figura 4.2, siendo la clasificación de estos diseños la siguiente: (a) Pavilions, (b) Slabs, (c) Terraces, (d) Terrace-courts, (e) Pavilion-courts y (f) Courts.

En adelante en este documento se adoptará la suposición de que se trabaja con pavilions debido a su simpleza y que permite que los cálculos realizados sobre este diseño se puedan extrapolar a los demás.

La inclinación del tejado es también un factor muy importante a la hora de determinar el área de la terraza. En edificios urbanos se pueden considerar dos grandes grupos según la inclinación: tejados planos y tejados inclinados. En la siguiente figura se representan los diferentes tipos de techos urbanos siendo la clasificación:

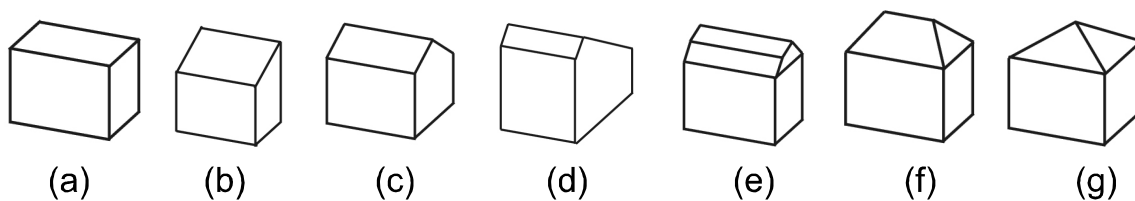


Fig. 4.3. Tipos generales de tejados para edificios urbanos. Fuente: Elaboración propia.

(a) Tejado plano, (b) Tejado a un agua, (c) Tejado a dos aguas, (d) Tejado de Saltbox, (e) Tejado de Gambrel, (f) Tejado con faldón o a cuatro aguas y (g) Tejado piramidal.

Los parámetros que tienen influencia a la hora de instalar un *SSLFR* en un tejado urbano pueden ser: intrínsecos al *SSLFR* o parámetros relacionados con el tejado. El número teórico de *SSLFRs* que pueden ser instalados en el tejado depende de ambos tipos de parámetros.

4.1. Parámetros intrínsecos de los SSLFR

Estos parámetros determinan tanto el comportamiento longitudinal como el transversal de un *SSLFR*. Estos parámetros son, para el estudio transversal: n el número de espejos a cada lado del espejo central de tal manera que el diseño tiene un total de $2n + 1$ espejos, W_M el ancho de un espejo, d la separación entre espejos consecutivos, L_i la posición del espejo i -ésimo con respecto al espejo central, β_i el ángulo de giro del espejo i -ésimo, D será el diámetro del tubo absorbedor y f la altura a la que se coloca el tubo, medida desde el eje de los espejos.

Los parámetros básicos necesarios para el estudio longitudinal son: β_M , el ángulo entre el eje de los espejos y el plano horizontal, β_a el ángulo entre el tubo absorbedor y el plano horizontal, θ_z el ángulo cenital, L_M la longitud de los espejos y por último, L_a la longitud total del tubo absorbedor.

Para el cálculo de la energía obtenida por el tubo absorbedor se utilizará la siguiente fórmula, especialmente ajustada para los *SSLFRs* por [45]:

$$Q = \sum_{i=0}^{2n} DNI \cdot \eta_{opt} \cdot IAF_i \cdot A_{effe i} \quad (4.1)$$

donde:

(i) DNI es la irradiancia directa normal. Para este estudio la DNI se discretizará cada 10 minutos.

(ii) η_{opt} es el rendimiento óptico total, que se debe calcular considerando la reflectividad de los espejos (ρ), el factor de limpieza de los mismos (CI_m), el factor de limpieza del cristal que cubre el absorbedor secundario (CI_g), la transmisividad de ese cristal (τ), y la absorptividad del material del cual esté hecho el tubo absorbedor (α_b):

$$\eta_{opt} = (\rho \cdot CI_m) \cdot (\tau \cdot CI_g \cdot \alpha_b) \quad (4.2)$$

A pesar de que algunos de estos parámetros, como por ejemplo τ , deberían variar con el ángulo de incidencia ([39]), los consideraremos constantes para simplificar el estudio ([53] y [54]). Los valores escogidos serán: $\rho = 0.94$ ([55]), $CI_m = CI_g = 0.96$ ([56]), si $\alpha_i \leq 20^\circ$, $\tau = 0.87$, si $20^\circ \leq \alpha_i \leq 30^\circ$, $\tau = 0.85$ ([39]).

(iii) El parámetro IAF_i considera la variación en el rendimiento óptico de un *SSLFR* cuando varía el ángulo de incidencia de los rayos en el i -ésimo espejo, y puede ser calculado con la ecuación que se demuestra en [46]:

$$IAF_i = \left[C_L^2 + C_{Ti}^2 + 2 \cdot C_L \cdot C_{Ti} \cdot \cos \widehat{C_L C_{Ti}} \right]^{1/2}; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (4.3)$$

donde C_L (que es común a todos los espejos) y C_{Ti} (que es diferente para cada espejo) son los componentes de la radiación reflejada, cuyos valores se obtienen de las siguientes expresiones:

$$C_L = \cos \gamma_S \cdot \cos \theta_L; \quad C_{Ti} = \frac{\cos \alpha_S \cdot \sin \gamma_S \cdot \cos \theta_i}{\sin \theta_t}; \quad 0 \leq i \leq 2n \quad (4.4)$$

(iv) $A_{effe\ i}$ es el área efectiva iluminada por el espejo i -ésimo, que puede ser calculada mediante la expresión que se desarrolló en [46]:

$$A_{effi} = l_{ciai} \cdot l_a; 0 \leq i \leq 2n \quad (4.5)$$

donde l_{ciai} es la longitud de la circunferencia iluminada sobre el tubo absorbedor por el i -ésimo espejo y l_a es la longitud total iluminada sobre el tubo absorbedor.

A su vez, se desarrolló un código de MATLABTM capaz de trazar los rayos solares [40]. Este código utiliza consideraciones geométricas para calcular las intersecciones entre los rayos y el sistema reflector primario. Un ejemplo de esto puede verse en la figura 4.4, donde se usa la simulación del trazador de rayos para un *SSLFR*. Para que la visualización de los resultados sea más clara, el simulador muestra un número reducido de rayos. En este caso solo se representarán los rayos que inciden y son reflejados en los extremos de los espejos. La simulación muestra los resultados para el 21 de Junio (el solsticio de verano), siendo la hora solar 10:30 y la localización geográfica Almería (España), que tiene una latitud de $36^{\circ}50'07''N$, una longitud de $02^{\circ}24'08''W$, y una altitud de 22 (m). Son estos datos de entrada el simulador devuelve la siguiente salida:

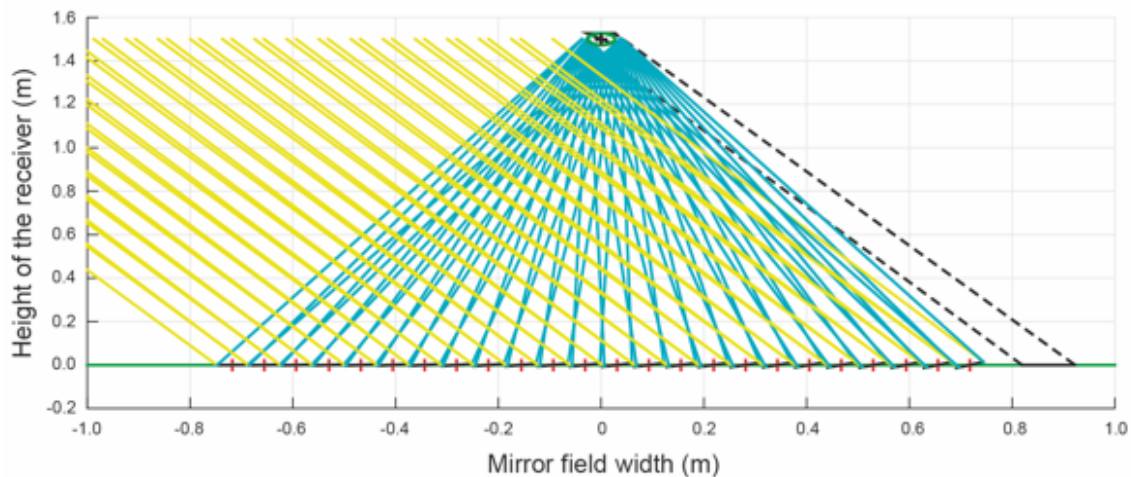


Fig. 4.4. Simulación con un trazador de rayos solares sobre un *SSLFR*. Fuente: [40].

En la figura 4.4 podemos ver representada una vista frontal del *SSLFR* en la que podemos identificar las hileras de espejos (en la parte inferior), el tubo absorbedor (círculo verde situado en la parte alta de la figura), los rayos de sol incidentes, representados en amarillo, los reflejados que se representan en azul, y la sombra que proyecta el sistema del reflector primario a la hora estudiada, que se representa con líneas discontinuas negras.

4.2. Parámetros del tejado

A parte de los parámetros básicos que definen el tejado que se vieron en apartados anteriores, para el desarrollo de los algoritmos necesitaremos definir los siguientes.

(1) Siendo (A) el área del tejado, (F_r) la forma y (O_r) la orientación, podemos definir como (A_r) el área disponible real para la construcción de *SSLFRs*. Este apartado ha sido estudiado por varios autores anteriormente, los cuales mediante técnicas de GIS (Geographical Information System) han conseguido determinar el área disponible para la construcción sobre tejados urbanos (ver autores [57], [58] y [59]). De esta manera se tiene que A_r puede ser calculada mediante la siguiente expresión [49]:

$$A_r = A \cdot C_{BC} \cdot C_S \cdot C_{RT} \cdot C_{IA} \quad (4.6)$$

donde:

(i) C_{BC} representa el coeficiente de componentes constructivos, usado para tener en cuenta en los cálculos componentes como chimeneas, salas de ascensores, ventiladores y conductos de ventilación. Se han realizado varios estudios sobre este tema, cuya conclusión es que los componentes instalados en los tejados de edificios residenciales reducen el área disponible para la instalación de tecnologías para la obtención de energías renovables entre un 21 % del área total disponible [60] y un 30 % del tejado [61]. Por lo tanto se puede suponer que este coeficiente, en tanto por uno, variará entre 0.7 y 0.79.

(ii) C_S es el coeficiente de sombreado, usado para corregir las sombras causadas por otros edificios o por componentes de propio tejado. Será necesario un modelo de la ciudad en 3D para determinar de manera precisa este coeficiente. Debido a la dificultad de ese requerimiento es usual en estudios de este tipo asumir el valor encontrado por [58] que se obtiene como una función de la tipología de la construcción representativa.

(iii) C_{RT} es el coeficiente de tipo de tejado [61]. Para tejados planos este coeficiente toma el valor de 1, mientras que para azoteas inclinadas el coeficiente variará en función de cuantas zonas inclinadas existan. Si se desea instalar *SSLFRs* en tejados con solo una o dos inclinaciones el coeficiente será $C_{RT} = 0.5$.

(iv) C_{IA} es el coeficiente de inclinación debido a la pendiente de las azoteas, que puede ser calculado como:

$$C_{IA} = \cos(\theta_{IA}) \quad (4.7)$$

donde θ_{IA} es el ángulo de inclinación para tejados o azoteas de edificios residenciales. Como ejemplo de esto, en el Código Técnico de Construcción español [62] se establece que la pendiente de los tejados deberá ser diseñada en función del material con el que esté construido el tejado. Para azoteas planas se utiliza un valor de $C_{IA} = 1$.

(2) La forma que tiene el área del tejado (F_r) se define como el ratio entre su longitud (a) y su ancho (b):

$$F_r = \frac{a}{b} \quad (4.8)$$

Una de las formas más importantes y más utilizadas para la caracterización de la instalación de *SSLFRs* en tejados es el aspect ratio (*AR*), que se define como:

$$AR = \frac{W}{L_M} \quad (4.9)$$

El *AR* de un *SSLFR* se relaciona con el F_r ya que éste impone los límites para los valores que puede tomar *AR*. El estudio de esta relación se verá con más detalle en secciones posteriores de este documento.

(3) La orientación del tejado (O_r) es el ángulo entre la dirección Norte-Sur y los ejes de la terraza. En este documento los *SSLFRs* están alineados en la dirección Norte-Sur y se asume que los ejes de la terraza son paralelos a los ejes de referencia ($x - y$). Por lo tanto la orientación del tejado se define por el ángulo (α) que se forma entre la dirección Norte-Sur y el eje y positivo de referencia.

4.3. Maximización del área utilizada

En esta sección se describe el método matemático desarrollado para la maximización del área utilizada para la instalación de los *SSLFRs* [49]. La función objetivo, por lo tanto, será maximizar el área total de espejos a instalar (A_T), que se puede calcular con la siguiente función:

$$\text{máx } A_T = \text{máx} \sum_1^N W \cdot L \quad (4.10)$$

donde N es el número de reflectores *SSLFR* a instalar, W es el ancho del campo de espejos, y L es la longitud total del reflector *SSLFR*.

Para el estudio realizado en este documento se asume que todos los reflectores instalados tienen las mismas dimensiones. La formulación matemática que se ha desarrollado incluye límites superiores e inferiores para las variables de decisión W y L , definidos como:

$$W^{\text{mín}} \leq W \leq W^{\text{máx}}; \quad L^{\text{mín}} \leq L \leq L^{\text{máx}} \quad (4.11)$$

En el modelo de optimización se han incluido también la distancia transversal para mantenimiento (e_h) y la distancia longitudinal para mantenimiento (e_v), que se deben dejar libres entre los reflectores para permitir el paso para inspecciones, limpieza y/o mantenimiento. A parte de esas consideraciones el modelo también considera las sombras, tanto laterales como frontales, que los reflectores pueden ejercer entre ellos (ver figuras 4.5 y 4.6):

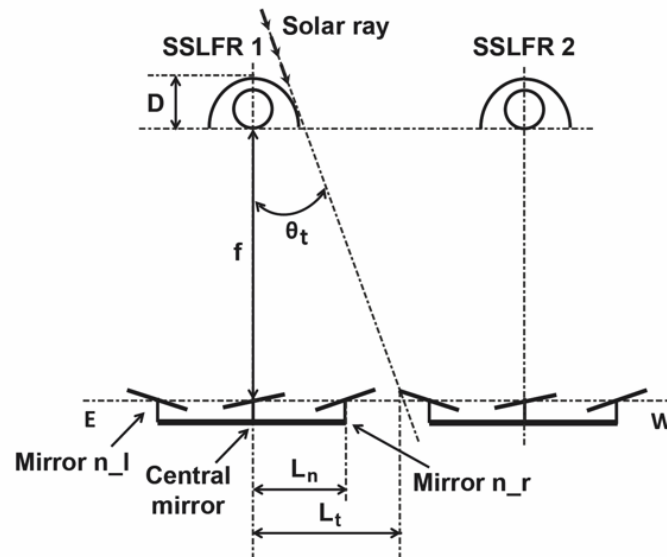


Fig. 4.5. Sombreado transversal. Fuente: Elaboración propia.

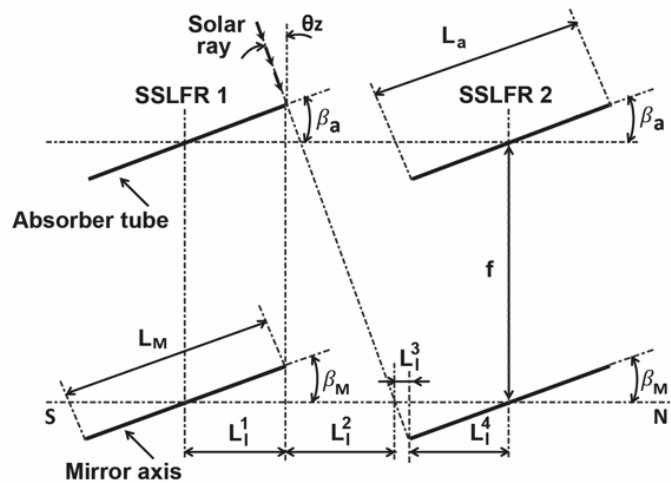


Fig. 4.6. Sombreado longitudinal. Fuente: Elaboración propia.

4.3.1. Estudio del sombreado transversal entre SSLFRs

Como se puede ver en la figura 4.5, θ_t es el ángulo transversal de incidencia, y L_t la distancia entre el punto central de un *SSLFR* y el inicio del siguiente *SSLFR*. Si se desprecia el efecto del reflector secundario, L_t se puede aproximar por la siguiente expresión:

$$L_t \simeq f \cdot \tan \theta_t \quad (4.12)$$

Por lo tanto, podemos asegurar que el sombreado transversal es nulo siempre que se cumpla la siguiente restricción:

$$L_t \leq \left(L_n + \frac{W_M}{2} \right) \quad (4.13)$$

donde L_n era la posición del último espejo de un *SSLFR* con respecto de su espejo central. Cuando la restricción anterior no se cumple y por lo tanto si existe sombreado transversal su valor puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

$$L_t - \left(L_n + \frac{W_M}{2} \right) \quad (4.14)$$

Consideraremos los siguientes valores para los parámetros del *SSLFR* [49]:

- Ancho de los espejos (W_M): 0.06 (m).
- Distancia (altura) vertical entre el tubo absorbente y los espejos (f): 1.5 (m).
- Espesor de los espejos: 0.005 (m).
- Longitud de los espejos (L_M): 2.0 (m).
- Longitud del tubo absorbente (L_a): 2.40 (m).

- Diámetro del tubo absorbedor (D): 0.0486 (m).
- Ancho del *SSLFR* (W): 2.076 (m).

Para cumplir con los requerimientos que se establecen en el Código Técnico de Construcción español [47] se calcula la distancia mínima entre *SSLFRs* para garantizar 4h de luz en el solsticio de invierno. Por lo tanto, el 21 de diciembre a las 10:00 con un valor de $L_t = 1.785$ (m), y $\theta_t -40.05^\circ$, se obtiene que el sombreado transversal es de 0.782 (m), que se traduce en un valor de (e_h) igual a 1.0 (m), con el fin de evitar los efectos de sombreado pero mayor que el valor calculado para facilitar las tareas de mantenimiento.

4.3.2. Estudio del sombreado longitudinal entre *SSLFRs*

Debido a la simetría lateral que presentan los *SSLFR*, solo necesitaremos tener en cuenta el espejo central para este apartado. Se define L_l como la distancia entre los centros de dos *SSLFR* consecutivos, de manera que se cumplen las siguientes relaciones [49]:

$$\begin{aligned}
 L_l^1 &= \frac{L_M}{2} \cos \beta_M; & L_l^2 &= \left[f + \frac{L_M}{2} \sin \beta_M + \frac{L_a}{2} \sin \beta_a \right] \tan \theta_z & (4.15) \\
 L_l^3 &= \frac{L_M}{2} \sin \beta_M \tan \theta_z; & L_l^4 &= \frac{L_M}{2} \sin \beta_M \\
 L_l &= L_l^1 + L_l^2 + L_l^3 + L_l^4
 \end{aligned}$$

De manera que el valor del sombreado lateral se puede calcular mediante:

$$L_l^2 + L_l^3 \quad (4.16)$$

Una vez más, teniendo en cuenta las especificaciones del Código Técnico de Construcción español [47] se considera una distancia mínima de (e_v) = 1.0 (m) entre reflectores consecutivos, suficiente para las labores de mantenimiento y para minimizar los efectos de sombreado.

4.4. Optimización de la distribución de los SSLFRs en terrazas urbanas

La optimización de la distribución de los *SSLFRs* en los tejados de edificios urbanos se plantea a continuación mediante el uso de tres algoritmos, relacionados con los clásicos problemas matemáticos de empaquetamiento. Estos problemas de empaquetamiento son un ejemplo clásico de los problemas de optimización matemática cuyo objetivo es conseguir encajar el mayor número de objetos (items) en un cierto recinto [63]. La distribución de los *SSLFRs* en los tejados se va a estudiar como un problema de empaquetamiento de rectángulos en dos dimensiones.

En el artículo escrito por Imahori [64] se presentan varios tipos de problemas de empaquetamiento de rectángulos, que son conocidos como:

- (1) Strip packing problem.
- (2) Area minimization problem.
- (3) Two-dimensional bin packing problem. ([65] y [66]).
- (4) Two-dimensional knapsack problem ([67] y [68]).
- (5) Two-dimensional cutting stock problem ([69], [70], [71]).
- (6) Pallet loading problem ([72]).

En la siguiente tabla se resumen las características principales de cada tipo de problema. En ella se marca con una (f) aquellos parámetros fijos y con una (v) aquellos que son variables.

Tabla 4.1. Características de los problemas de empaquetamiento propuestos en [64].

Problema	1	2	3	4	5	6
Item						
número	n	n	n	$set I$	n	$set I$
ancho	w_i	w_i	w_i	w_i	w_i	w
alto	h_i	h_i	h_i	h_i	h_i	h
				$valor c_i$	$demanda d_i$	
Recinto						
número	1	1	N (v)	1	N (v)	1
ancho	W (f)	W (v)	W (f)	W (f)	W (f)	W (f)
alto	H (v)	H (v)	H (f)	H (f)	H (f)	H (f)
Objetivo	mín H	mín $W.H$	mín N	máx $valor$	mín N	máx $items$
Empaquetado	n	n	n	$subset I$	n	$subset I$
					d_i copias	Rot 90°

En teoría de la complejidad computacional, se llama NP (nondeterministic polynomial time) a una clase de complejidad utilizada para describir ciertos tipos de problemas de

decisión. Casi todos los problemas de empaquetamiento en dos dimensiones se denominan como NP hard, y por lo tanto es imposible resolverlos de manera exacta. Debido a que ninguno de los algoritmos existentes puede resolver el problema que se ha planteado, se desarrollan tres algoritmos nuevos para conseguir resolver el problema de optimización.

En este documento se considera un tipo especial de problema de empaquetamiento en dos dimensiones. Se tienen que empaquetar rectángulos idénticos en un rectángulo de dimensiones fijas (como, por ejemplo, el que se propone en [73]), teniendo en cuenta las siguientes restricciones adicionales:

- (i) Se debe dejar un espaciado mínimo entre los objetos a empaquetar para permitir las tareas de mantenimiento y para evitar los efectos del sombreado.
- (ii) La orientación de los objetos a empaquetar es fija con respecto a los límites del rectángulo exterior y, en general, no serán ortogonales.
- (iii) Las dimensiones de los objetos a empaquetar no son fijas, pero sí acotadas entre unos límites superiores e inferiores conocidos.

Tras una minuciosa búsqueda, no se encontró en la literatura ningún método que tratara este problema de empaquetado, por lo tanto, se presentan en [49] los primeros algoritmos para resolverlo.

4.5. Tres algoritmos de empaquetamiento

Como se indicó al principio de este documento, a parte de las distancias que se deben dejar entre *SSLFRs* $e_h = e_v = 1.0$ (m), se debe dejar una distancia mínima entre los bordes de la azotea y los reflectores, también para permitir las tareas de mantenimiento. Estas distancias se denominan e_b y e'_b , y se les da un valor de 1 (m). Se tiene una azotea de dimensiones $a \times b$ y se asume que los bordes de ésta son paralelos a los ejes de referencia del estudio ($x - y$). Sea α el ángulo entre la dirección Norte-Sur y la mitad positiva del eje y [49].

Como se explicó anteriormente, el problema de empaquetamiento manejará objetos, en este caso los reflectores, con un largo L y un ancho de W , estando estas dimensiones acotadas entre unas cotas superiores e inferiores. A continuación se presentan tres algoritmos de empaquetamiento.

4.5.1. Tipo (I) Alineación N-S

Este algoritmo coloca filas de *SSLFRs* paralelas a la dirección Norte-Sur. De cada *SSLFR* de la primera fila se puede calcular la posición de un nuevo *SSLFR*, alineado verticalmente con el primero.

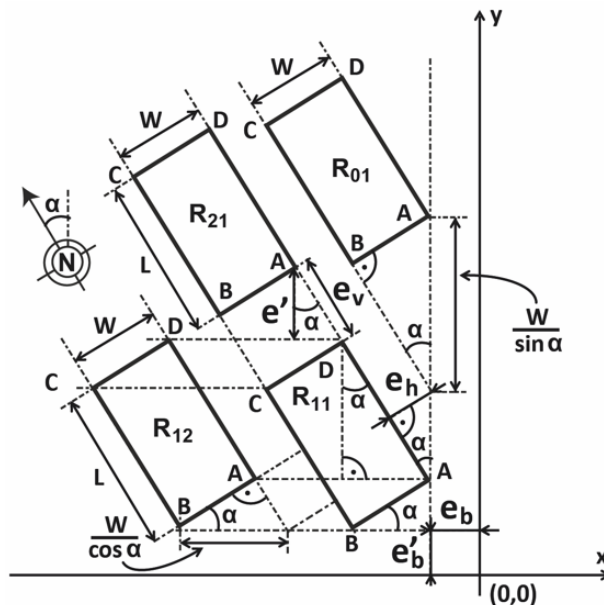


Fig. 4.7. Tipo (I) alineación N-S. Fuente: Elaboración propia.

Este método de empaquetamiento consiste en colocar filas de reflectores en paralelo a la dirección Norte-Sur. En este método (ver figura 4.7) se define un rectángulo base R_{11} usando dos vértices, A y B , que se colocarán lo más cerca posible de la esquina inferior derecha de referencia de la terraza. Empezando con las coordenadas de estos dos vértices A y B , las coordenadas de los otros dos vértices que necesitamos definir, C y D , para obtener el rectángulo que representa a un reflector se pueden calcular como:

$$R_{11} : \begin{cases} A(eb, e'b + W \sin \alpha) & \rightarrow D(x_A + L \sin \alpha, y_A + L \cos \alpha) \\ B(eb + W \cos \alpha, e'b) & \rightarrow C(x_B + L \sin \alpha, y_B + L \cos \alpha) \end{cases} \quad (4.17)$$

Una vez se tiene el rectángulo base R_{11} definido, el patrón de empaquetamiento de la primera fila se completará colocando reflectores en el sentido horizontal, de derecha a izquierda (ya que el primero que se ha colocado está en la esquina derecha). Se colocarán tantos rectángulos R_{1i} como sea posible, siempre respetando los espaciados necesarios entre ellos y con los bordes. Obviamente, la coordenada y de todos los rectángulos colocados en la primera fila será la misma. El incremento en la coordenada x entre un rectángulo y el contiguo viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta x = \begin{cases} \frac{e_h}{\cos \alpha} + \frac{W}{\cos \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_v + L & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} ; \quad \Delta y = 0 \quad (4.18)$$

Por lo tanto, las coordenadas A , B , C , y D de los rectángulos colocados en la primera fila están definidas mediante las siguientes expresiones:

$$R_{1i} : \begin{cases} A(x_A + (i-1)\Delta x, y_A) & \rightarrow D \\ B(x_B + (i-1)\Delta x, y_B) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad i = 1, \dots, n \quad (4.19)$$

Partiendo de cada rectángulo que se ha colocado en la primera fila, se calculan los nuevos rectángulos R_{ji} que se colocarán de manera paralela a la dirección Norte-Sur, utilizando las siguientes relaciones entre ellos:

$$\delta x = \begin{cases} e_v \sin \alpha + L \sin \alpha & \alpha \neq \pi/2 \\ 0 & \alpha = \pi/2 \end{cases} ; \quad \delta y = \begin{cases} e_v \cos \alpha + L \cos \alpha & \alpha \neq \pi/2 \\ e_v \sin \alpha + W \sin \alpha & \alpha = \pi/2 \end{cases} \quad (4.20)$$

$$R_{ji} : \begin{cases} A(x_A + (j-1)\delta x, y_A + (j-1)\delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B + (j-1)\delta x, y_B + (j-1)\delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad j = 1, \dots, m \quad (4.21)$$

El patrón de empaquetamiento se completa colocando nuevos rectángulos R_{k1} ($k = 0, -1, \dots$) alineados verticalmente con el rectángulo base inicial R_{11} . Las coordenadas correspondientes a los cuatro vértices de estos rectángulos R_{k1} se pueden calcular mediante las siguientes expresiones:

$$\Delta x = 0; \quad \Delta y = \begin{cases} \frac{e_h}{\sin \alpha} + \frac{W}{\sin \alpha} & \text{si } \alpha \neq 0 \\ e_v + L & \text{si } \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

$$R_{k1} : \begin{cases} A(x_A, y_A + (1-k)\Delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B, y_B + (1-k)\Delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad k = 0, -1, \dots \quad (4.23)$$

Por último, para completar con el diseño, partiendo de cada rectángulo R_{k1} , se añaden nuevos rectángulos en la dirección Norte-Sur.

4.5.2. Tipo (II) Alineación E-W

El segundo método de empaquetamiento consiste en la colocación de filas de reflectores de forma paralela a la dirección Este-Oeste (East-West en inglés). Los nuevos *SSLFRs* se colocan a partir de la primera fila de manera paralela a la dirección Este-Oeste. El empaquetamiento se completa colocando nuevos *SSLFRs* alineados horizontalmente con el primer *SSLFR* que se colocó. En este método (ver figura 4.8) se define un rectángulo base R_{11} mediante dos vértices, A y B , que se colocarán lo más cerca posible de la esquina superior derecha de la azotea. De esta manera, las coordenadas que definen los cuatro vértices del rectángulo A , B , C , y D se obtienen de las expresiones:

$$R_{11} : \begin{cases} A(eb, e'b + L \cos \alpha) & \rightarrow D(x_A + W \cos \alpha, y_A + W \sin \alpha) \\ B(eb + L \sin \alpha, e'b) & \rightarrow C(x_B + W \cos \alpha, y_B + W \sin \alpha) \end{cases} \quad (4.24)$$

Comenzaremos completando el patrón de empaquetamiento de la primera columna colocando de manera vertical, de arriba hacia abajo, tantos rectángulos R_{1i} como sea posible. El incremento en la coordenada y entre un rectángulo y el siguiente viene dado por la expresión:

$$\Delta x = 0; \quad \Delta y = \begin{cases} \frac{e_v}{\cos \alpha} + \frac{L}{\cos \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_h + W & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} \quad (4.25)$$

Por lo tanto, las coordenadas de los cuatro vértices que definen cada rectángulo de la primera columna cumplen que:

$$R_{i1} : \begin{cases} A(x_A, y_A + (i-1)\Delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B, y_B + (i-1)\Delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad i = 1, \dots, n \quad (4.26)$$

De cada rectángulo que se ha colocado en la primera columna, se añaden nuevos rectángulos R_{ij} de manera perpendicular, en la dirección Este-Oeste, siguiendo las siguientes relaciones:

$$\delta x = \begin{cases} e_h \cos \alpha + W \cos \alpha & \alpha \neq \pi/2 \\ e_h \sin \alpha + L \sin \alpha & \alpha = \pi/2 \end{cases} ; \quad \delta y = \begin{cases} e_h \sin \alpha + W \sin \alpha & \alpha \neq \pi/2 \\ 0 & \alpha = \pi/2 \end{cases} \quad (4.27)$$

$$R_{ij} : \begin{cases} A(x_A + (j-1)\delta x, y_A + (j-1)\delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B + (j-1)\delta x, y_B + (j-1)\delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad j = 1, \dots, m \quad (4.28)$$

El patrón de empaquetamiento se completa colocando nuevos rectángulos R_{k1} ($k = 0, -1, \dots$) alineados horizontalmente con el rectángulo base R_{11} . Las coordenadas de los cuatro vértices de los rectángulos R_{k1} están definidas por las siguientes relaciones:

$$\Delta x = \begin{cases} \frac{e_v}{\sin \alpha} + \frac{L}{\sin \alpha} & \text{si } \alpha \neq 0 \\ e_h + W & \text{si } \alpha = 0 \end{cases} ; \quad \Delta y = 0 \quad (4.29)$$

$$R_{k1} : \begin{cases} A(x_A + (1-k)\Delta x, y_A) & \rightarrow D \\ B(x_B + (1-k)\Delta x, y_B) & \rightarrow C \end{cases} ; \quad k = 0, -1, \dots \quad (4.30)$$

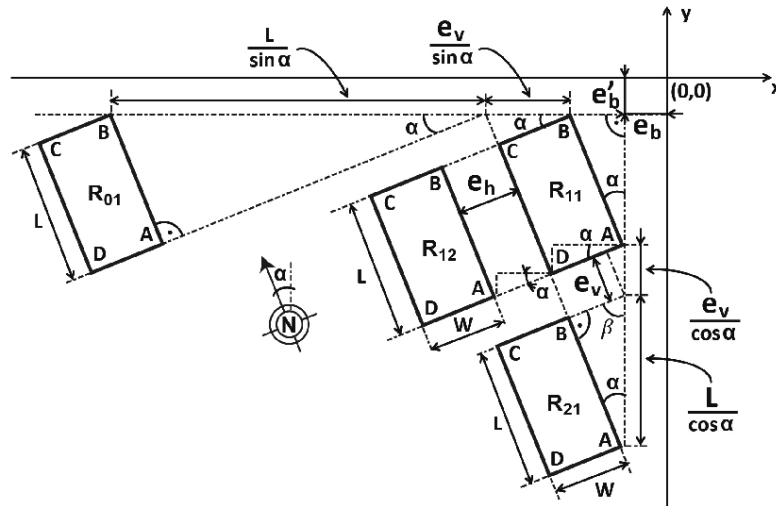


Fig. 4.8. Tipo (II) alineación E-W. Fuente: Elaboración propia.

4.5.3. Tipo (III) Alineación X-Y

Por último, se presenta un tercer tipo de algoritmo de empaquetamiento, inspirado en el método clásico de empaquetamiento que inscribe formas irregulares en rectángulos. Este método consiste en colocar filas de reflectores paralelos a los bordes de la azotea y, por lo tanto, según las suposiciones que se presentaron antes, paralelos a los ejes de referencia del estudio ($x - y$). Un vez más, se define un rectángulo R_{11} como rectángulo base del método, que se coloca todo lo cerca que sea posible de la esquina inferior izquierda de la azotea, siendo:

$$R_{11} : \begin{cases} A(eb, e'b + W \sin \alpha) & \rightarrow D(x_A + L \sin \alpha, y_A + L \cos \alpha) \\ B(eb + W \cos \alpha, e'b) & \rightarrow C(x_B + L \sin \alpha, y_B + L \cos \alpha) \end{cases} \quad (4.31)$$

Dependiendo de los parámetros con los que se opere, la distancia entre los reflectores en el eje x puede venir dada por e_h (caso III-A) o por e_v (caso III-B), y la distancia entre reflectores en el eje y podrá estar definida por e_v (caso III-A) o por e_h (caso III-B). Estos dos casos, III-A y III-B se pueden ver representados en las figuras 4.9 y 4.10 respectivamente.

4.5.3.1. (III-A)

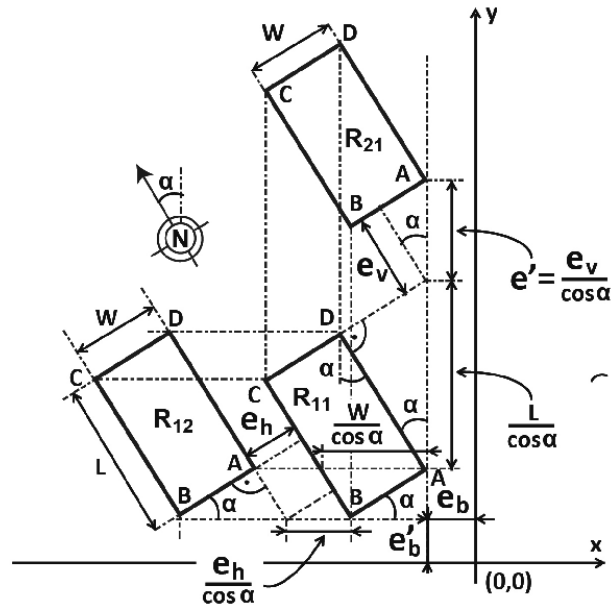


Fig. 4.9. Tipo (III-A) alineación X-Y. Fuente: Elaboración propia.

En este caso, las coordenadas de los vértices de los rectángulos se obtienen a partir de las siguientes ecuaciones:

$$R_{1i} : \begin{cases} A(x_A + (i-1)\Delta x, y_A) & \rightarrow D \\ B(x_B + (i-1)\Delta x, y_B) & \rightarrow C \end{cases} ; i = 1, \dots \quad (4.32)$$

$$\Delta x = \begin{cases} \frac{e_h}{\cos \alpha} + \frac{W}{\cos \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_v + L & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} ; \Delta y = 0 \quad (4.33)$$

$$R_{i1} : \begin{cases} A(x_A, y_A + (i-1)\Delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B, y_B + (i-1)\Delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; i = 1, \dots \quad (4.34)$$

$$\Delta x = 0; \Delta y = \begin{cases} \frac{e_v}{\cos \alpha} + \frac{L}{\cos \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_h + W & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} \quad (4.35)$$

4.5.3.2. (III-B)

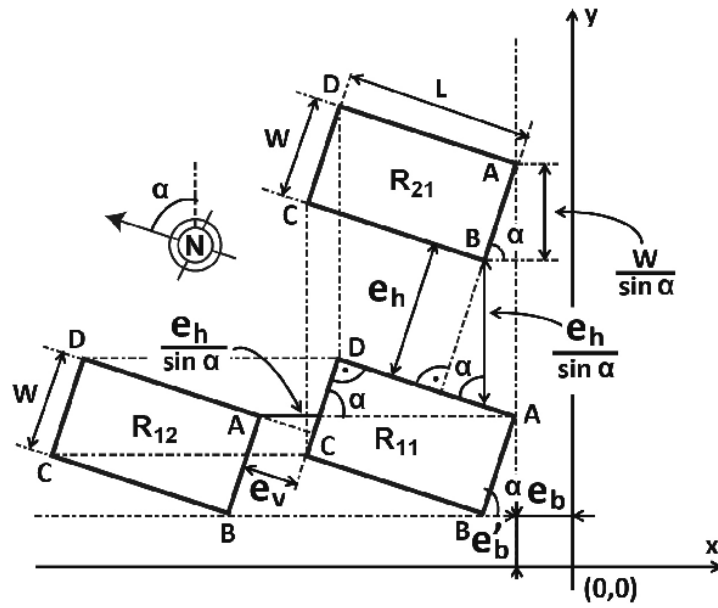


Fig. 4.10. Tipo (III-B) alineación X-Y. Fuente: Elaboración propia.

En este caso las coordenadas de los vértices de los rectángulos se calculan a partir de las siguientes expresiones:

$$R_{1i} : \begin{cases} A(x_A + (i-1)\Delta x, y_A) & \rightarrow D \\ B(x_B + (i-1)\Delta x, y_B) & \rightarrow C \end{cases} ; i = 1, \dots \quad (4.36)$$

$$\Delta x = \begin{cases} \frac{e_v}{\sin \alpha} + \frac{L}{\sin \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_h + W & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} ; \Delta y = 0 \quad (4.37)$$

$$R_{i1} : \begin{cases} A(x_A, y_A + (i-1)\Delta y) & \rightarrow D \\ B(x_B, y_B + (i-1)\Delta y) & \rightarrow C \end{cases} ; i = 1, \dots \quad (4.38)$$

$$\Delta x = 0; \Delta y = \begin{cases} \frac{e_h}{\sin \alpha} + \frac{W}{\sin \alpha} & \text{si } \alpha \neq \pi/2 \\ e_v + L & \text{si } \alpha = \pi/2 \end{cases} \quad (4.39)$$

Capítulo 5

Elección de los parámetros

5.1. Parámetros n , W_M , y d

5.1.1. Estudio de costes

La finalidad de este apartado es desarrollar una estimación del coste de fabricación de un *SSLFR*. Este trabajo es necesario a la hora de realizar un estudio de una instalación solar térmica para, por ejemplo, el calentamiento de agua para uso doméstico, sistemas de calefacción o refrigeración de edificios etc. Asimismo, este estudio permitirá la comparación de los costes de las instalaciones de distintas tecnologías solares.



Fig. 5.1. Prototipo. Fuente: Elaboración propia.

5.1.2. Definiciones básicas

En esta sección se repasarán las partes principales de un *SSLFR*, que son las que se van a tener en cuenta para el estudio económico.

5.1.2.1. Descripción de los componentes

En este apartado se definirán las especificaciones de un *SSLFR*. La figura 5.1 muestra el prototipo de *SSLFR* que se ha construido en el centro de formación profesional CIFP (Mantenimiento y Servicios a la Producción) en La Felguera, Asturias, España. Como se vio anteriormente, este prototipo ha sido patentado según la patente [74]. Las figuras 5.2 y 5.3 muestran en detalle el *SSLFR* diseñado con Autodesk Inventor que se usa como referencia en este documento. En el diseño se pueden identificar los siguientes componentes:

- (1) Estructura fija.
- (2) Estructura móvil.
- (3) Sistema del reflector primario.
- (4) Sistema del reflector secundario.
- (5) Sistema de transmisión.
- (6) Sistema de seguimiento.
- (7) Sistema de espejos montados sobre un marco con movilidad.

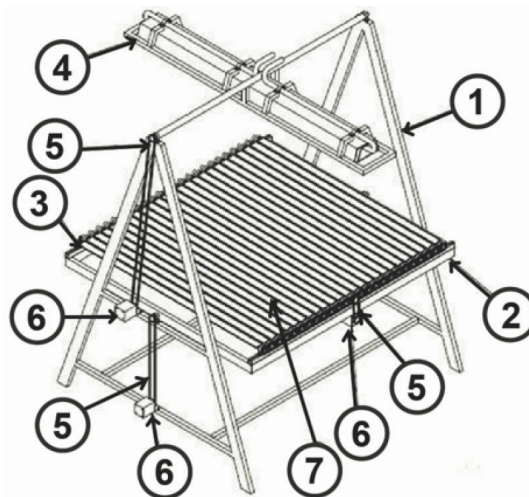


Fig. 5.2. Partes del *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5.3 se puede ver un zoom del sistema del reflector secundario, en el cual se pueden identificar los siguientes elementos:

- (8) Tubo absorbedor.
- (9) Cavidad receptora.
- (10) Aislamiento.
- (11) Cobertura de cristal.

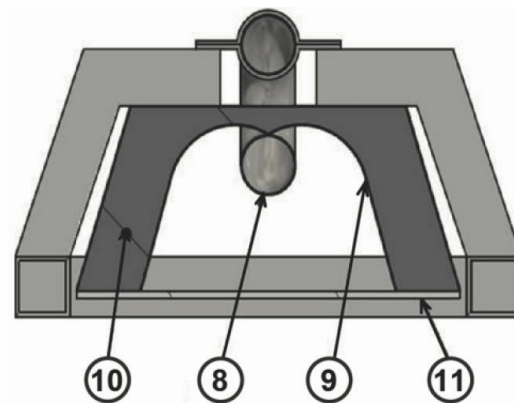


Fig. 5.3. Reflector secundario. Fuente: Elaboración propia.

El tubo absorbedor está encerrado en una cavidad receptora con el fin de reducir las pérdidas de calor. Dicho tubo absorbedor está forrado para incrementar su capacidad de absorción de la radiación solar incidente. La cavidad receptora está sellada con un cristal y un reborde de silicona. La estructura fija se encuentra sobre unos cimientos adecuados para esta estructura.

Este diseño de *SSLFR* tiene la posibilidad de usar dos ejes para el sistema de seguimiento. Para ello, la estructura móvil tiene la posibilidad de balanceo en la dirección Norte-Sur pivotando respecto a un eje primario en dirección Este-Oeste. Los espejos del reflector primario tienen la posibilidad de balanceo en la dirección Este-Oeste pivotando respecto a un eje reflector en dirección Norte-Sur. Por último, el reflector secundario tiene la posibilidad de balanceo en la dirección Norte-Sur pivotando respecto a un eje secundario en dirección Este-Oeste.

5.1.3. Metodología de costes

Para realizar este trabajo es necesario realizar un análisis de métodos de estimación de costes. En la literatura, hay varios métodos para la estimación de costes [75]: método intuitivo, analógico, paramétrico y analítico. El método de estimación de costes intuitivo basa los resultados en la experiencia. En los métodos de estimación analógica de costes se evalúa el coste del producto a estimar comparándolo con el coste de un producto que ya exista. El método de estimación de costes analítico permite la evaluación del precio de un producto mediante la descomposición del trabajo en tareas y partes elementales. Los métodos de estimación de costes paramétricos permiten evaluar el coste de un producto a partir de los parámetros que caracterizan al producto pero sin describirlo en detalle.

Los tres métodos para la estimación paramétrica de costes más utilizados son: method of scales, statistical parametric cost estimation models, y cost estimation relationships (CER). El conocido como method of scales es el más simple. Identifica el parámetro técnico más significativo en el producto analizado y el ratio del parámetro de costes. Los llamados statistical parametric cost estimation models utilizan información histórica del proceso de fabricación utilizando técnicas estadísticas y las relaciona con el coste estimado. El CER method, también llamado cost estimation formulae method, utiliza relaciones matemáticas que asocian el coste de un producto con un número limitado de los parámetros del mismo.

El *CER* se puede definir, citando a [76], como: "a technique used to estimate a particular cost or price using an established relationship with an independent variable". De esta manera, aplicando el CER se puede desarrollar un sistema matemáticamente simple, o se puede desarrollar un sistema de ecuaciones paramétricas más complejo. El número de parámetros utilizados están comprendidos entre dos y cinco. En los siguientes apartados se muestran los pasos que representan el proceso de desarrollo de un CER [76]:

- i) Definición de la variable dependiente.
- ii) Elección de las variables independientes.
- iii) Definición de las relaciones entre la variable dependiente y las independientes.

5.1.3.1. Definición de la variable dependiente

En nuestro caso la variable dependiente es el coste de una de las configuraciones de un *SSLFR*.

5.1.3.2. Elección de las variables independientes

Después de realizar un estudio detallado de los procesos de fabricación necesarios para la fabricación del *SSLFR*, los parámetros geométricos del mismo y el ensamblaje de los subcomponentes, se ha dividido el *SSLFR* en las siguientes unidades de estudio: estructuras fijas y móviles, unidad de movimiento, unidad de los espejos, sistema del reflector secundario, sistema de seguimiento, montaje y cimentación. Estas unidades de estudio facilitarán la determinación de las variables independientes.

Una vez más se deben suponer ciertos aspectos del diseño para realizar el estudio. Para el desarrollo de este apartado se ha tenido en cuenta:

- (i) El estudio contempla un análisis de tensiones completo de las unidades del *SSLFR*, usando Autodesk Inventor. Las tensiones que actúan sobre las unidades estudiadas son las generadas por su propio peso y el correspondiente al resto de unidades de estudio relacionadas. Se deberán tener en cuenta también pesos de nieve y las fuerzas del viento que se apliquen a estos componentes. La fuerza del viento será proporcional al área de los componentes del *SSLFR* y la velocidad del viento. En los cálculos realizados, la fuerza

del viento se fija a 100 km/h con el fin de simular condiciones atmosféricas severas. En las figuras 5.4-5.9 se muestra un ejemplo del entorno de análisis de tensiones generado por Autodesk Inventor.

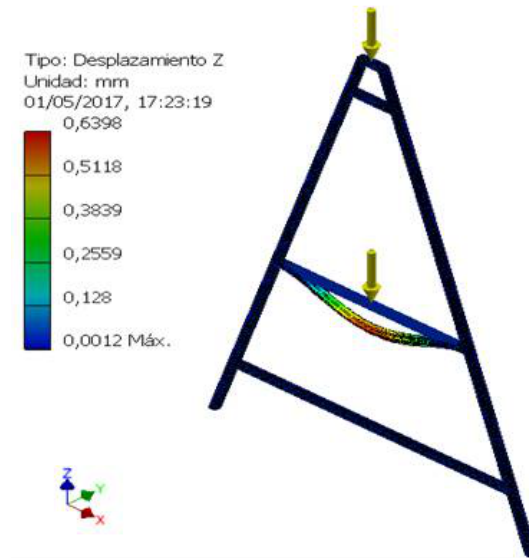


Fig. 5.4. Análisis tensional. Fuente: Elaboración propia.

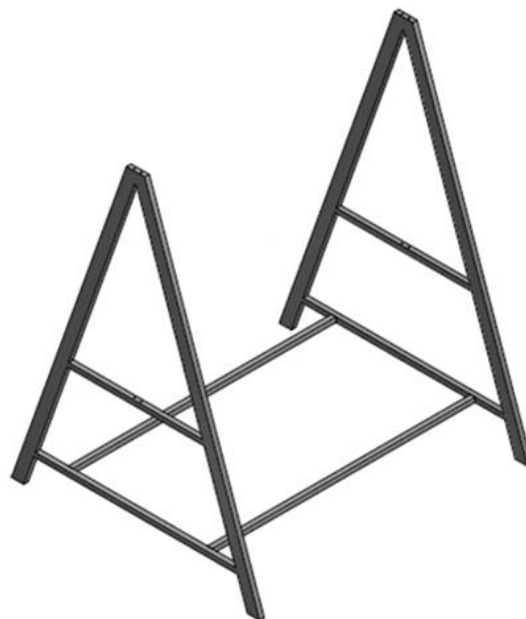


Fig. 5.5. Estructura fija. Fuente: Elaboración propia.



Fig. 5.6. Estructura móvil. Fuente: Elaboración propia.

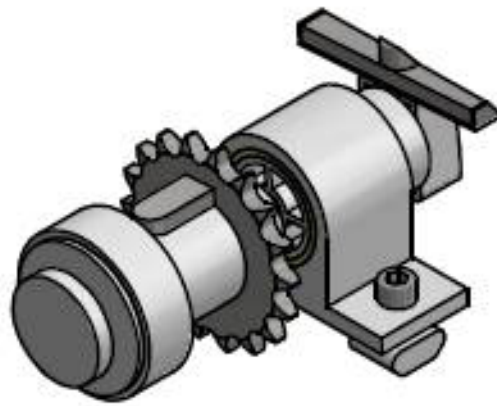


Fig. 5.7. Unidad de movimiento. Fuente: Elaboración propia.

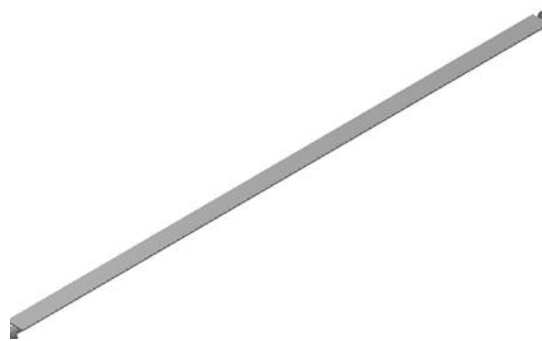


Fig. 5.8. Unidad de los espejos. Fuente: Elaboración propia.

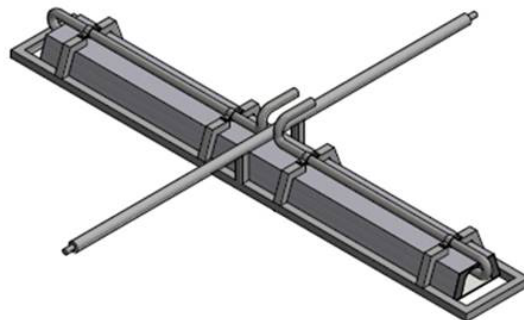


Fig. 5.9. Sistema de la unidad de recepción. Fuente: Elaboración propia.

- (ii) Las estructuras pueden ser de varios tipos, como cerchas, barras tubulares, vigas en T, vigas H o secciones rectangulares huecas. En este estudio, se selecciona la sección hueca rectangular de acero para todas las unidades de estudio con el objetivo de simplificar la fabricación y el proceso de construcción.
- (iii) Las dimensiones del *SSLFR* han sido acotadas según las posibles dimensiones de W_M , L_M , f y n , según se expuso en apartados anteriores.
- (iv) La galvanización de todos los componentes de la estructura se considera necesaria.
- (v) Las estructuras se diseñarán según la ANSI/AISC 360-10 teniendo en cuenta una vida útil de 25 años.

Estructura fija. En la figura 5.5 se muestra una posible estructura fija diseñada con Autodesk Inventor. Según las suposiciones (i) y (iii) se ha determinado el perfil rectangular hueco de acero como el más adecuado para el diseño. En este caso las dimensiones son: $100 \times 100 \times 3$ mm.

La unidad de medida para estimar este coste es el peso del perfil rectangular hueco. Para determinar este peso, hay que calcular en primer lugar la longitud del perfil rectangular hueco, L_{FS} . Según la figura. 5.6, el L_{FS} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{FS} = 2 \cdot W + 4 \cdot \sqrt{\left(\frac{L_M}{2} + f\right)^2 + \left(\frac{L_M}{2}\right)^2} + 2 \cdot L_M + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot L_M) \quad (5.1)$$

Un valor usual para el valor de f es de 1.5 m, que permite una buena eficiencia óptica del colector. Por lo tanto, la ecuación (5.1) se puede expresar como:

$$L_{FS} = 2 \cdot W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) + 3 \cdot L_M + 4 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{L_M}{2}\right)^2 + 1,5 \cdot L_M + (1,5)^2} \quad (5.2)$$

Para el perfil rectangular hueco seleccionado, le corresponde un peso unitario de $W_{FS}^U = 8.96$ kg/m (dato del fabricante). Por lo tanto, el peso total de la estructura fija será:

$$W_{FS} = W_{FS}^U \cdot L_{FS} \quad (5.3)$$

Según la ecuación (5.3) las variables independientes que definen la estructura fija son: W_M , L_M y n .

Estructura móvil. La estructura móvil consta de una sección formada por un perfil rectangular hueco y un raíl de soporte para raíles. Sobre dicho soporte para raíles se colocarán las unidades de movimiento. La figura 5.6 muestra la estructura móvil realizada con Autodesk Inventor. Según lo que se planteó en las suposiciones (i) y (iii) se ha determinado que el perfil rectangular hueco adecuado es, en este caso, de dimensiones $80 \times 40 \times 3$ mm.

La unidad de medida para estimar el coste del perfil rectangular hueco es su peso. Para determinar este peso, hay que calcular en primer lugar la longitud del perfil rectangular hueco, L_{MS} . Según la figura. 5.7, el L_{MS} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{MS} = 2 \cdot (W + L_M) = 2 \cdot (W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) + L_M) \quad (5.4)$$

Para este perfil rectangular hueco, le corresponderá un peso unitario de $W_{MS}^U = 5,19$ kg/m (dato del fabricante). Por lo tanto, el peso total de la estructura móvil se calculará con la siguiente expresión:

$$W_{MS} = W_{MS}^U \cdot L_{MS} = W_{MS}^U \cdot (2 \cdot (W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) + L_M)) \quad (5.5)$$

La sujeción para los raíles es de acero inoxidable. Para la función que tiene que cumplir la sujeción de los raíles, se ha utilizado un raíl Hilti estándar de 40×40 mm de acero inoxidable. La unidad de medida para estimar el coste del raíl de sujeción es, como en los casos anteriores, su longitud. Según la figura. 5.6, la longitud del raíl de sujeción, L_{rail} , se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{rail} = 2 \cdot W = 2 \cdot W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) \quad (5.6)$$

Por lo tanto, las variables independientes que definen la estructura móvil son: W_M , L_M y n .

Unidad de movimiento. La posición de los espejos y el tubo absorbedor de un *SSLFR* se puede ajustar usando tres movimientos independientes. Primero, los espejos se pueden rotar en el eje Norte-Sur, para seguir los movimientos del sol. Para este movimiento se requieren $2 \cdot n + 1$ unidades de movimiento (una para cada hilera de espejos). En segundo lugar, las filas de espejo se pueden rotar sobre el eje Este-Oeste. Este movimiento necesita una única unidad de movimiento. Por último, el receptor también puede ser rotado sobre el eje Este-Oeste. Para realizar ese movimiento se necesita una unidad de movimiento.

Una unidad de movimiento a su vez incluye: dos rodamientos, dos soportes para los rodamientos, dos ejes, un engranaje de piñón y la parte proporcional de la cadena de rodillos. En la figura 5.7 se muestran estos elementos diseñados con Autodesk Inventor. Siguiendo lo establecido en las suposiciones (i) y (iii) se han determinado los elementos que componen la unidad de movimiento. Los rodamientos son elementos estándar que tienen la siguiente denominación: FAG 7205 B.TVP. El piñón es también un elemento estándar que tiene las siguientes características: 19 dientes, paso de $3/8''$, módulo de 3 mm, ancho de 5 mm. A su vez el soporte para el rodamiento estará constituido por un tubo de acero inoxidable de diámetro 82.5 mm con un espesor de 20 mm y una placa de acero inoxidable de dimensiones $78 \times 28 \times 5$ mm. El eje estará constituido por una barra de acero al carbono con las siguientes dimensiones: diámetro 25 mm y longitud 150 mm. Por último, la cadena de rodillos es un elemento normalizado que tiene las siguientes características: filamento único, revestido, 6 mm.

Por lo tanto, las variables independientes que definen la unidad de movimiento serán n y la configuración elegida del *SSLFR*.

Unidad de los espejos. La unidad de los espejos incluye: un espejo, el marco y el eje. La figura 5.8 muestra estos elementos diseñado con Autodesk Inventor.

Se han diseñado estos elementos teniendo en cuenta las suposiciones (i) y (iii). Los espejos está hechos con un bajo contenido en hierro, diseño recomendado para su uso en exteriores. El espesor del espejo es de 5 mm. Se debe asegurar que el espejo utilizado tenga un buen comportamiento frente a arañazos, una buena durabilidad y una reflectividad de al menos el 96 %. Cada espejo se monta en un marco de acero galvanizado, pegándolo con un adhesivo industrial. El espesor de la placa de acero galvanizado debe ser 0.8 mm. El eje de rotación es un tubo de acero galvanizado. El diámetro de dicho tubo debe ser $3/4''$. La unión entre el marco y el eje se hará mediante remaches de acero inoxidable.

La unidad de medida para estimar este coste del espejo es la superficie del mismo. Según la figura 5.8, A_{mirror} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$A_{mirror} = W_M \cdot L_M \quad (5.7)$$

La unidad de medida para estimar el coste del marco es el la superficie de la placa de acero galvanizado, A_{frame} . Según la figura 5.8, A_{frame} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$A_{frame} \simeq W_M \cdot L_M \quad (5.8)$$

La unidad de medida para estimar el coste del eje es la longitud de tubo de acero galvanizado requerido. Según la figura 5.8, L_{shaft} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{shaft} = L_M \quad (5.9)$$

Por lo tanto, las variables independientes que definen la unidad de los espejos son: W_M y L_M .

Sistema del reflector secundario. La unidad del reflector secundario incluye: el tubo absorbedor, la cavidad receptora, el aislamiento, la cobertura de cristal, el sistema de reflexión secundario, la carcasa protectora y el eje. En la figura 5.9 se puede ver el diseño de estos componentes realizado con Autodesk Inventor.

Aplicando las suposiciones (i) y (iii), la presión requerida en el sistema y el caudal de fluido térmico necesario en el sistema serán elementos determinantes a la hora de diseñar el sistema del reflector secundario. El tubo absorbedor está fabricado a partir de un tubo de acero al carbono pintado con pintura negra mate. El diámetro del tubo absorbedor depende directamente del caudal de fluido térmico necesario. El espesor del tubo se calcula a partir de la presión del sistema. En el caso particular estudiado el tubo absorbedor tiene un diámetro de 48.6 mm y un espesor de 3.68 mm. La cavidad receptora se construye a partir de una hoja de acero inoxidable pulido. Su espesor será de 0.6 mm. El aislamiento se lleva a cabo usando una lana de fibra de vidrio de un espesor de 100 mm. El cristal que recubre el diseño será cristal templado de 5 mm de espesor. La estructura para el sistema del reflector secundario está fabricada con un perfil de acero rectangular y hueco de $40 \times 40 \times 1.5$ mm y una hoja de aluminio con un espesor de 0.6 mm que recubre todo

el reflector secundario. El eje de rotación es de un tubo de acero galvanizado. Este tubo es de 2" de diámetro.

La unidad de medida para estimar el coste del tubo absorbedor es el peso del tubo. Para determinar este peso, hay que calcular en primer lugar la longitud del absorbedor, L_{AT} . Según la figura 5.9, L_{AT} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{AT} = 2 \cdot L_a \quad (5.10)$$

El peso unitario del tubo de acero al carbono es de $W_{AT}^U = 4.05 \text{ kg/m}$ (dato del fabricante). Por lo tanto, el peso total del tubo absorbedor es:

$$W_{AT} = W_{AT}^U \cdot L_{AT} = W_{MS}^U \cdot 2 \cdot L_a \quad (5.11)$$

La unidad de medida para estimar el coste de la cavidad receptora es la forma y las dimensiones de la misma. Para determinar esta unidad de medida, hay que calcular en primer lugar la superficie de la cavidad receptora, A_{CR} . El A_{CR} depende del tipo de cavidad receptora. El perfil de la curva de la cavidad receptora es una. Según la figura 5.9, the A_{CR} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$A_{CR} \simeq L_a \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot W_{an \text{ máx}} \quad (5.12)$$

donde $W_{an \text{ máx}}$ es el ancho máximo iluminado sobre el tubo absorbedor por el espejo i -ésimo. $W_{an \text{ máx}}$ se define como:

$$W_{an \text{ máx}} = W_M \cdot [\cos \beta_{n \text{ máx}} \pm \sin \beta_{n \text{ máx}} \tan \alpha_n] \quad (5.13)$$

donde α_n es el ángulo entre la línea vertical imaginaria trazada desde el punto focal del tubo absorbedor y la línea que conecta el centro del espejo n -ésimo con el punto focal. El signo \pm deberá elegirse en función del siguiente criterio: $-$ para los espejos del lado izquierdo, y $+$ para aquellos que estén en el lado derecho. El ángulo α_n se puede calcular con la siguiente expresión:

$$\alpha_n = \arctan \left[\frac{n \cdot (W_M + d)}{f + D/2} \right] = \arctan \left[\frac{n \cdot 1.075 \cdot W_M}{f + D/2} \right] \quad (5.14)$$

La ecuación (5.12) se puede expresar como:

$$A_{CR} \simeq L_a \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1.2 \cdot W_M = 3.40 \cdot L_a \cdot W_M \quad (5.15)$$

La unidad de medida para estimar el coste del aislamiento es la superficie, A_I . Esta superficie está directamente relacionada con la superficie A_{CR} . Por lo que se considerará que:

$$A_I = A_{CR} = 3.40 \cdot L_a \cdot W_M \quad (5.16)$$

La unidad de medida para estimar el coste de la cobertura de cristal es A_{GC} , la superficie de la misma. Según la figura. 5.9, A_{GC} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$A_{GC} \simeq L_a \cdot 2 \cdot W_{an \text{ máx}} \simeq L_a \cdot 2 \cdot 1.2 \cdot W_M \simeq 2.4 \cdot L_a \cdot W_M \quad (5.17)$$

La unidad de medida para estimar el coste del perfil rectangular hueco es su peso. Para determinar este peso, hay que calcular en primer lugar la longitud, L_{SRSS} . La L_{SRSS} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{SRSS} \simeq 3 \cdot (L_a + 2 \cdot W_{an \text{ máx}}) \simeq 3 \cdot (L_a + 2 \cdot 1.2 \cdot W_M) \simeq 3 \cdot (L_a + 2.4 \cdot W_M) \quad (5.18)$$

Según las suposiciones (i) y (iii) se ha determinado el perfil rectangular hueco adecuado, que en este caso tendrá unas dimensiones de: $40 \times 40 \times 1.5$ mm. Para el perfil utilizado, se obtiene que le corresponde un peso unitario de $W_{SRSS}^U = 1.70$ kg/m. De tal manera que:

$$W_{SRSS} = W_{SRSS}^U \cdot L_{SRSS} = W_{SRSS}^U \cdot (L_a + 2.4 \cdot W_M) \quad (5.19)$$

La unidad de medida para estimar el coste de la carcasa protectora será su forma y las dimensiones de la misma. Según la figura 5.9, A_{PC} se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$A_{PC} \simeq L_a \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot 1.2 \cdot W_M = 3.40 \cdot L_a \cdot W_M \quad (5.20)$$

La unidad de medida para estimar el coste del eje es la longitud de tubo de acero galvanizado utilizado. Según la figura 5.9, $L_{shaft \ SRS}$ se puede determinar según la siguiente ecuación:

$$L_{shaft \ SRS} = W_M \cdot (1 + 2.15 \cdot n) \quad (5.21)$$

Por lo tanto, las variables independientes que definen el sistema del reflector secundario son: W_M , L_M , L_a , y n .

Sistema de seguimiento. La posición del sol en un sistema de seguimiento puede calcularse mediante el Algoritmo de Posición Solar internacional (SPA) [77]. Este algoritmo tiene una precisión de 0.0003° . Este error es extremadamente pequeño desde el punto de vista de la ingeniería solar. Existen otros algoritmos especialmente diseñados para aplicaciones en el campo de la ingeniería solar, con errores máximos de 0.01 [78], 0.008 [79], y 0.0027 [80]. Grena propone cinco algoritmos nuevos en [81] que trabajan con errores similares. A la vista de estos errores, se determina que el motor eléctrico adecuado para este diseño es el motor por pasos [82], [83]. Este tipo de motores, con el driver adecuado puede girar con un paso de 0.006° .

Todos estos algoritmos pueden implementarse muy fácilmente en un elemento de control, como por ejemplo una Raspberry Pi 3 [84], [85]. La Raspberry Pi 3 es propuesta para su uso debido a su bajo coste, y a que es compacta, compatible y tiene un interfaz fácil de manejar. Una Raspberry Pi 3 es una computadora de una sola placa basada en una CPU ARM Cortex-A7 de cuatro núcleos a 900 MHz. Tiene 1 GB de RAM, 40 pines GPI / O, 4 puertos USB, puerto HDMI completo, puerto Ethernet, ranura para tarjeta Micro SD.

La posición de los espejos puede ajustarse usando dos movimientos diferentes y el sistema del reflector secundario se ajusta usando un movimiento. Por lo tanto, para las configuraciones de los movimientos de un *SSLFR* se han utilizado tres motores paso a paso y los drivers que controlan esos motores. Cada controlador suministra señales de control apropiadas y suministra voltaje al motor paso a paso asociado. El controlador, Raspberry

Pi 3, hace que los motores paso a paso giren de acuerdo con la dirección y el número de micropasos solicitados. Además del controlador, para el correcto funcionamiento de la instalación se necesitan sensores como: sensor de viento, encóder, interruptores de fin de carrera. El equipo para exteriores debe estar provisto de cubierta para asegurar su correcto mantenimiento y funcionamiento.

Montaje. Dentro del apartado de montaje se incluyen: el montaje de los subcomponentes del diseño, el montaje de la unidad de movimiento y la unidad de los espejos en la estructura móvil, etc. Por lo tanto, las variables independientes que definen la unidad de los espejos son W_M , L_M , f , y n . De estas variables, la que más influye es n , porque define el número de subcomponentes que deben de ser instalados.

Cimentación. El coste de la instalación de unos cimientos depende de las condiciones en las que se encuentre el suelo sobre el que se va a instalar. En el desarrollo de este documento se están considerando *SSLFRs* para uso doméstico en edificios, por lo que es correcto asumir que la localización lógica para la instalación de los *SSLFRs* será en los tejados de dichos edificios.

Hay cuatro tipos principales de cimentaciones que pueden usarse: pilotes hincados, pilotes helicoidales, tornillos de tierra y cimentaciones lastradas. Las cimentaciones o bases lastradas son típicamente prefabricadas. Estas bases lastradas son una buena opción para la instalación de estructuras de soporte *SSLFR* en terrazas.

Siguiendo lo establecido en las suposiciones (i) y (iii) se ha definido la cimentación. Estos cimientos se han diseñado para apoyarse sobre un suelo que se supone de suficiente resistencia y se ha supuesto que el tipo de cimiento utilizado es de cimentaciones lastradas.

Por lo tanto, las variables independientes que definen la cimentación del proyecto son: W_M , L_M , f , y n .

La tabla 5.1 muestra el resumen del estudio realizado.

Tabla 5.1. Unidades de medida y variables independientes.

Elemento	Unidad de Medida para el coste	Var. Independiente
Est. Fija	$W_{FS} = W_{FS}^U \cdot L_{FS}$	W_M, L_M, n
	$L_{FS} = 2 \cdot W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) + 3 \cdot L_M +$ $+ 4 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(\frac{L_M}{2}\right)^2 + 1,5 \cdot L_M + (1,5)^2}$	
Est. Móvil	$W_{MS} = W_{MS}^U \cdot L_{MS}$	W_M, L_M, n
	$L_{MS} = 2 \cdot (W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n) + L_M)$	
	$L_{rail} = 2 \cdot W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n)$	
Movimiento		n
Espejos	$A_{mirror} = W_M \cdot L_M$	W_M, L_M
	$A_{frame} \simeq W_M \cdot L_M$	
	$L_{shaft} = L_M$	
Ref. Secundario	$W_{AT} = W_{AT}^U \cdot L_{AT} = W_{MS}^U \cdot 2 \cdot L_a$	W_M, L_M, L_a, n
	$A_{CR} \simeq 3,40 \cdot L_a \cdot W_M$	
	$A_{GC} \simeq 2,4 \cdot L_a \cdot W_M$	
	$W_{SRSS} = W_{SRSS}^U \cdot (L_a + 2,4 \cdot W_M)$	
	$A_{PC} \simeq 3,40 \cdot L_a \cdot W_M$	
	$L_{shaft\ SRS} = W_M \cdot (1 + 2,15 \cdot n)$	
Seguimiento		
Montaje		W_M, L_M, f, n
Cimentación		W_M, L_M, f, n

5.1.3.3. Definición de las relaciones entre la variable dependiente y las independientes

Los elementos del diseño que suponen un mayor porcentaje del coste total son los materiales directos, la mano de obra directa y las herramientas, que se denominan los costes primarios de la producción [86]. Según este autor, una suposición para el desglose del precio típico para un escenario de fabricación puede ser: material directo 20% y mano de obra directa y herramientas 9.6% del precio de venta. Estos porcentajes no se consideran definitivos para el diseño que se está presentando en este documento, pero muestran la tendencia de que el coste total asociado a un producto puede estar dominado por los costes primarios en muchos casos. Dependiendo del tipo de fabricación que requiera el proyecto, el coste asociado a la mano de obra puede ser el coste más significativo y hay procesos en los cuales es el coste de material el que resulta dominante. En este estudio solamente se tendrán en cuenta lo que se ha definido como costes primarios, esto significa que no se considerarán gastos de fábrica, costes de ingeniería, costes administrativos, ganancias, etc.

Tabla 5.2. Costes.

Elemento	Coste	
Estructura fija	$C_{FS} = W_{FS} \cdot k^{St}$	(c1)
Estructura móvil	$C_{MS} = W_{MS} \cdot k^{St} + L_{rail} \cdot k^R$	(c2)
Movimiento	$C_{Mo} = (2 \cdot n + C_{fg}) \cdot k^{MoU}$	(c3)
Espejos	$C_{Mi} = (2 \cdot n + 1) \cdot k^{MiU}$	(c4)
Reflect. Secundario	$C_{SRS} = W_{AT} \cdot k^{AT} + A_{CR} \cdot k^{CR} + A_I \cdot k^I +$ $+ A_{GC} \cdot k^{GC} + W_{SRSS} \cdot k^{St} +$ $+ A_{PC} \cdot k^{PC} + L_{shaft\ SRS} \cdot k^{shaft\ SRS}$	(c5)
Seguimiento	$C_{TS} = C_{fg} \cdot k^{MD} + k^C + k^{Se}$	(c6)
Montaje	$C_A = (2 \cdot n + C_{fg}) \cdot k^A$	(c7)
Cimentación	$C_F = V_F \cdot k^F$	(c8)

Las labores de mano de obra y herramientas que se consideran incluidas dentro de los costes de fabricación de las unidades de estudio son:

- (i) Cortado.
- (ii) Taladrado.
- (iii) Afilado del filo de maquinaria de manera manual.
- (iv) Soldado.
- (v) Preparado de superficies de acero.
- (vi) Protección de las superficies de acero.
- (vii) Mecanizado de los tubos de acero inoxidable.
- (viii) Mecanizado de las barras de acero al carbono.
- (ix) Conformado de la chapa.
- (x) Pulido de las placas de acero inoxidable.

El CER que se enumera anteriormente incluye todos los costes relativos a las operaciones necesarias para desarrollar la geometría de un *SSLFR*. Las ecuaciones relativas a estos costes se encuentran en la tabla 5.2.

Costes de la estructura fija. El coste del material para la estructura fija incluye: coste del perfil rectangular hueco de acero, consumo de electrodos y costes del material de galvanizado. Los costes de mano de obra y herramientas de este apartado incluyen los puntos: (i), (ii), (iii), (iv), (v), y (vi).

En la subsección anterior se ha determinado el peso de la estructura fija en función de las variables independientes. Con este dato de partida se puede determinar el coste de fabricación de la estructura fija. Para ello se puede utilizar la siguiente expresión matemática

(c1), donde C_{FS} es el coste primario de la estructura en (€), W_{FS} es el peso de la estructura fija en (kg), y k^{St} es el parámetro de costes de la estructura que engloba el coste de material, de mano de obra y el coste de herramientas, en (€/kg).

Costes de la estructura móvil. Como se vio en la subsección anterior la estructura móvil consiste de la estructura en si y un sistema de sujección para los raíles de los espejos. El coste asociado al primero de estos será el mismo que el coste de la estructura fija.

Para la estimación del segundo coste se tiene que, el coste de material para la fabricación de la sujección de los raíles incluye: el coste de material del raíl Hilti estándar de 40×40 mm de acero inoxidable y el consumo de electrodos. Los costes de mano de obra y herramientas para la estructura móvil serán: (i), (iii), (iv), y (v).

Anteriormente, se ha determinado el peso de estructura en función de las variables independientes y longitud del soporte del raíl. Con estos datos de partida se puede determinar el coste primario de la estructura móvil. Para ello se puede utilizar la siguiente expresión matemática (c2), donde C_{MS} es el coste primario de la estructura móvil en (€), W_{MS} es el peso de la estructura móvil en (kg), k^{St} es el parámetro del coste de la estructura que engloba costes de material, mano de obra y costes de las herramientas en (€/kg), L_{rail} es la longitud de la sujección de los raíles en (m), y k^R es el parámetro del coste de la sujección de los raíles que engloba costes de material, mano de obra y costes de las herramientas en (€/m).

Costes de la unidad de movimiento. Los costes de material de esta unidad incluyen: el coste material de los rodamientos, el de el engranaje de piñón, el coste de la parte proporcional de la cadena de rodillos, el del tubo de acero inoxidable, la placa de acero inoxidable y el coste de las barras de acero al carbono. Los costes de mano de obra y herramientas incluyen los correspondientes a los puntos: (i), (ii), (iii), (iv), (v), (vii), y (viii). Tanto el coste de material como los costes de mano de obra y herramientas de esta unidad se pueden englobar en el parámetro de costes de la unidad de movimiento, que se ha denominado como k^{MoU} (€/ud.).

El número de unidades de movimiento presentes en el *SSLFR* se puede determinar mediante la ecuación $(2 \cdot n + C_{fg})$, donde C_{fg} es una constante que puede tomar los siguiente valores: Configuraciones sin movimientos laterales $C_{fg} = 1$, configuraciones con un movimiento lateral $C_{fg} = 2$, configuraciones con dos movimientos laterales $C_{fg} = 3$.

El coste del sistema de movimiento es (c3), donde C_{Mo} es el coste primario de este sistema en (€).

Coste de la unidad de los espejos. El coste material para la unidad de espejos incluye: el coste material de los espejos, el coste de la placa de acero galvanizado, el de los tubos de acero galvanizado, el coste del adhesivo industrial y el de los remaches de acero inoxidable. Los costes de mano de obra y herramientas de esta unidad incluyen: (i), (ii), (iii), y (ix). El parámetro de costes de esta unidad se puede determinar mediante la ecuación:

$$k^{MiU} = A_{mirror} \cdot k^{mirror} + A_{frame} \cdot k^{frame} + L_{shaft Mi} \cdot k^{shaft Mi} \quad (5.22)$$

donde k^{MiU} es el parámetro de costes que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas aplicables a la unidad de los espejos para todos sus componentes, en (€/ud.), A_{mirror} es el área de espejos, k^{mirror} es el parámetro de costes que engloba el coste de material de los espejos en (€/m²), A_{frame} es el área del marco, k^{frame} es un parámetro de costes que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas del marco en (€/m²), $L_{shaft\ Mi}$ es la longitud del eje, $k^{shaft\ Mi}$ es un parámetro de costes que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas del eje en (€/m).

El número de unidades de espejos presentes en el *SSLFR* se puede determinar mediante la ecuación $(2 \cdot n + 1)$. El coste del sistema de los espejos es $(c4)$, donde C_{Mi} representa el coste primario de la unidad de los espejos en (€).

Costes del sistema del reflector secundario. Los costes de material de esta unidad incluyen: el coste del tubo de acero al carbono, el de las placas de acero inoxidable, el coste del aislamiento de la lana de fibra de vidrio, el de los perfiles de acero rectangulares huecos, el coste de material de las placas de aluminio, el consumo de electrodos y el coste material del galvanizado. Los costes de mano de obra y herramientas incluyen los siguientes elementos que se listaron al principio de esta sección: (i), (ii), (iii), (iv), (v), (ix), y (x).

El coste total del sistema del reflector secundario se puede determinar mediante la ecuación $(c5)$, donde C_{SRS} es el coste primario del sistema del reflector secundario en (€), W_{AT} es el peso del tubo absorbedor en (kg), k^{AT} es el parámetro que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas aplicables a esta unidad (€/kg), A_{CR} es el área de la cavidad receptora (m²), k^{CR} es el parámetro de costes de la cavidad receptora, en el que se engloban los costes de material, mano de obra y herramientas aplicables en (€/m²), A_{GC} es el área de la cubierta de cristal (m²), k^{GC} es el parámetro de costes que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas relativos a la cubierta de cristal en (€/m²), W_{SRSS} es el peso de la estructura del sistema del reflector secundario en (kg), k^{St} es el parámetro de costes que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas de la estructura (€/kg), A_{PC} es el área de la carcasa protectora (m²), k^{PC} es el parámetro que engloba los costes de la cavidad protectora, incluyendo los costes de material, mano de obra y herramientas (€/m²), $L_{shaft\ SRS}$ es la longitud del eje, y $k^{shaft\ SRS}$ es el parámetro de costes del eje, donde se incluyen todos los costes relativos a éste en (€/m).

Sistema de seguimiento. Los costes de material relativos al sistema de seguimiento incluyen: los motores paso a paso, los drivers que controlan los motores, la Raspberry Pi, y los sensores necesarios para el correcto funcionamiento de la instalación. El coste de mano de obra de esta unidad incluye: la colocación de los motores paso a paso y la instalación de sus drivers y de los sensores. De esta manera, el coste del sistema de seguimiento de un *SSLFR* se puede determinar mediante la ecuación $(c6)$, donde C_{TS} es el coste del sistema de seguimiento, en (€), k^{MD} es el parámetro que engloba los costes tanto de los motores paso a paso como de los drivers que lo controlan, en el que se incluyen los costes de material y mano de obra en (€), k^C es el parámetro de costes del controlador, que engloba los costes de material y mano de obra en (€), k^{Se} es el parámetro de costes de los sensores, que engloba sus costes de material y mano de obra y se expresa en (€), C_{fg}

es una constante que puede tomar los siguiente valores: configuraciones sin movimientos laterales $C_{fg} = 1$, configuraciones con un movimiento lateral $C_{fg} = 2$, configuraciones con dos movimientos laterales $C_{fg} = 3$.

Costes de montaje. Los costes de montaje se componen de costes por mano de obra y herramientas. El valor final del coste de montaje depende directamente del número de subcomponentes que tiene el *SSLFR*. Por lo tanto, cuanto mayor sea n , mayor será este coste. Es por ello que este apartado de costes está sujeto a una mayor incertidumbre. Por ello se ha decidido estimar los costes de montaje en función de la experiencia de otros proyectos similares.

Los costes de mano de obra de esta unidad incluyen: la mano de obra para la colocación de los subcomponentes, tales como la colocación de la unidad de movimiento y la unidad de los espejos en la estructura móvil, etc.

Los costes de este apartado se pueden determinar mediante la ecuación (c7), donde C_A es el coste del montaje (€), k^A es el parámetro de los costes de montaje en el que se encuentran los costes de mano de obra (€), a es una constante que puede tomar los siguiente valores: Configuraciones sin movimientos laterales $C_{fg} = 1$, configuraciones con un movimiento lateral $C_{fg} = 2$, configuraciones con dos movimientos laterales $C_{fg} = 3$, y n es el número de espejos a cada lado del espejo central en el *SSLFR*.

Costes de cimentación. Los costes de material de la cimentación incluyen únicamente el coste material propio del hormigón. Los costes de mano de obra y herramientas de este apartado incluyen: hormigonar la losa de hormigón armado, consolidar el hormigón y curar el hormigón. El coste final de la cimentación se puede determinar mediante la ecuación (c8), donde C_F es el coste primario de la cimentación en (€), V_F es el volumen de los cimientos (m^3), k^F es el parámetro de costes de la cimentación, que engloba los costes de material, mano de obra y herramientas (€/m³).

Coste total de fabricación. Según lo que se ha visto en las subsecciones anteriores, el coste primario total de la instalación de un *SSLFR*, C_T , se puede obtener sumando el coste individual de cada uno de los ocho componentes que forman el diseño:

$$C_T = C_{FS} + C_{MS} + C_{MoS} + C_{MiS} + C_{SRS} + C_{TS} + C_A + C_F \quad (5.23)$$

Una vez definidos todos los costes del proyecto se procederá a minimizar el coste total de un *SSLFR*. Esto plantea un problema matemático complejo, ya que se maneja un número alto de variables, entre las cuales existen restricciones. En la siguiente sección se recoge un resumen sobre los problemas de optimización y se resolverá el propuesto en este trabajo.

5.1.4. Problemas de Optimización

En la mayor parte de los problemas de optimización en ingeniería están presentes ligaduras entre las variables o limitaciones en las mismas. Unas veces estas restricciones son debidas

a las ecuaciones del modelo y otras al rango permisible de las variables. Por ello, y desde el punto de vista matemático, muy a menudo un problema de optimización se formula como un problema con restricciones. La presencia de restricciones limita el espacio de búsqueda pero, al mismo tiempo, dificulta el encontrar la solución óptima. Estos problemas podemos dividirlos de forma sencilla según la siguiente clasificación:

- Atendiendo a la función objetivo:
 - Lineal.
 - No lineal.
- Atendiendo a las restricciones:
 - Sin restricciones.
 - Con restricciones.
- Atendiendo a las variables:
 - Continuas.
 - Discretas.

En este trabajo nos vamos a enfrentar a un problemas de tipo no lineal (NLP) con restricciones, tanto de igualdad como de desigualdad. Además nuestro problema considerará variables continuas y discretas.

5.1.4.1. NLP con restricciones de igualdad

El caso más simple de problemas NLP con restricciones, es el que solo involucra restricciones de igualdad:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Para resolver este problema hay diversos métodos. Uno de los más clásicos es el conocido como método de los multiplicadores de Lagrange, que proporciona condiciones necesarias que deben cumplirse en el óptimo. La idea es convertir el problema original (5.24) en otro problema, sin restricciones, pero ampliado con los multiplicadores de Lagrange. El primer paso es construir la función $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})$, conocida como Lagrangiana:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = J(\mathbf{x}) + \sum_j \lambda_j h_j(\mathbf{x}) \quad (5.25)$$

Se cumple que si \mathbf{x}^* es óptimo para el problema original (5.24), minimiza $J(\mathbf{x}^*)$ y cumple $\mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$, también tiene que ser una solución del problema de la Lagrangiana. Es decir:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned} \implies \min_{\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (5.26)$$

La solución del problema ampliado sin restricciones es:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*} = 0 \\ \frac{\partial L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \boldsymbol{\lambda}} \Big|_{\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*} = 0 \implies \mathbf{h}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \end{array} \right\} \quad (5.27)$$

Además debe cumplirse que los gradientes $\nabla_x h_j$ sean linealmente independientes, lo que se conoce como cualificación de las restricciones.

5.1.4.2. NLP con restricciones de igualdad y desigualdad

El caso general de problema NLP incluye restricciones de igualdad y desigualdad en las variables de decisión \mathbf{x} , es decir:

$$\begin{array}{l} \underset{\mathbf{x}}{\text{mín}} J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{array} \quad (5.28)$$

Es posible encontrar condiciones necesarias de óptimo del problema, mediante las denominadas condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) (o solo KTC, Kuhn-Tucker Conditions). La idea fundamental para desarrollar las condiciones KKT parte de la Lagrangiana:

$$L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = J(\mathbf{x}) + \sum_j \lambda_j h_j(\mathbf{x}) + \sum_i \mu_i g_i(\mathbf{x}) \quad (5.29)$$

De esta forma, el óptimo del problema (5.28) debe cumplir las condiciones de óptimo de la Lagrangiana $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$, más ciertas condiciones adicionales:

$$\left. \begin{array}{l} \nabla_x J(\mathbf{x}) + \sum_j \lambda_j \nabla_x h_j(\mathbf{x}) + \sum_i \mu_i \nabla_x g_i(\mathbf{x}) = 0 \\ h_j(\mathbf{x}) = 0 \\ g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ \mu_i g_i(\mathbf{x}) = 0 \\ \mu_i \geq 0 \end{array} \right\} \quad (5.30)$$

Además también es necesario la condición de cualificación de las restricciones.

La solución analítica del problema general NLP con restricciones de igualdad y desigualdad (5.28), utilizando las condiciones KKT, solo es posible en casos sencillos. Por ello, se han propuesto en la literatura numerosas alternativas prácticas para abordar la solución numérica de este tipo de problemas NLP.

En todos los casos la idea básica de los métodos de optimización con restricciones es transformar el problema en otro sin restricciones. Los métodos más usados son:

1. Métodos de penalización (penalización externa).
2. Métodos de barrera (penalización interna).
3. Métodos de programación lineal sucesiva.
4. Métodos de gradiente reducido.
5. Programación cuadrática sucesiva.

5.1.4.3. Programación entero-mixta

Por último debemos indicar que muchos problemas de decisión involucran no solo variables que pueden representarse por valores reales, sino decisiones de tipo discreto que están representadas de forma natural por variables enteras o binarias. Estos problemas de optimización híbridos con variables reales y enteras se denominan de programación entera-mixta o mixta-entera. En concreto, en este trabajo vamos a considerar un problema denominado en la literatura como Mix-Integer Non-Linear Programming (MINLP):

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \mathbf{0} \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{y} \in \mathbf{Z} \end{array} \right\} \quad (5.31)$$

Uno de los métodos más conocidos para resolver MINLPs es el método de Ramificación y acotación o Branch and Bound (B&B). Este método es un examen inteligente de diversas alternativas enteras y consiste en una enumeración en forma de árbol, en el cual el problema se divide de forma sucesiva dando lugar a subproblemas NLP que se resuelven en cada nodo del árbol.

La ramificación consiste en dividir cada problema en dos nuevos subproblemas, obtenidos mediante la imposición de restricciones excluyentes que dividen el problema original en dos partes, pero eliminando en ambas partes la solución no entera del problema original. Si al proceso de ramificación no se mejora de alguna forma, llegaríamos a analizar todas las soluciones enteras (Enumeración Total). Por eso, se añade la fase de Acotación, que tiene que ver con el valor de la función objetivo.

Cuando en un nodo se obtiene una solución entera, ésta es un límite superior a la solución óptima del problema, de tal forma que todas las ramas abiertas con valor superior de la función objetivo no necesitan evaluarse (acotamiento). La enumeración continúa hasta que la diferencia entre las cotas inferior y superior están dentro de una tolerancia o bien no existen ramas abiertas.

5.1.4.4. Nuestro Problema de Optimización

En nuestro problema nos vamos a encontrar con el problema de minimizar una función no lineal de dos variables, el coste total del *SSLFR*, $C_T(W_M, n)$, función del ancho de los espejos, W_M y el número de espejos n .

En primer lugar estas dos variables ligadas por una restricción de igualdad no lineal, la relación que nos da el ancho total del *SSLFR*, W , valor que es un dato proporcionado por la etapa anterior del algoritmo de metodología.

Además es necesario determinar el mínimo de $C_T(W_M, n)$ en un dominio restringido a un cierto subconjunto de \mathbb{R}^2 : una región rectangular cerrada y acotada, definida por los límites mínimo y máximo de W_M y n . Finalmente una de las variables, W_M , es continua y toma valores reales, pero la otra, n , el número de espejos, es entera.

En resumen el problema de optimización toma la forma:

$$\left. \begin{aligned} & \min_{W_M, n} C_T(W_M, n) \\ & f(W_M, n) = W \\ & W_M^{\min} \leq W_M \leq W_M^{\max}; \quad n^{\min} \leq n \leq n^{\max} \\ & W_M \in \mathbb{R}; \quad n \in \mathbf{Z} \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

que podemos expresar como:

$$\left. \begin{aligned} & \min_{W_M, n} C_T(W_M, n) \\ & f(W_M, n) - W = 0 \\ & W_M^{\min} - W_M \leq 0 \\ & W_M - W_M^{\max} \leq 0 \\ & n^{\min} - n \leq 0 \\ & n - n^{\max} \leq 0 \\ & W_M \in \mathbb{R}; \quad n \in \mathbf{Z} \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

Por tanto nos encontramos ante un MINLP:

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \mathbf{0} \\ & \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{y} \in \mathbf{Z} \end{aligned} \right\} \quad (5.34)$$

Para la resolución de nuestro problema, hemos optado por el paquete comercial MathematicaTM, una de las herramientas más completas para resolver problemas como el planteado en este trabajo. La siguiente tabla resume brevemente las funciones que incorpora sobre optimización con restricciones.

Tabla 5.3. Resumen de funciones sobre optimización con restricciones.

<i>Function</i>	<i>Solves</i>	<i>Algorithms</i>
<code>FindMinimum</code> , <code>FindMaximum</code>	numeric local optimization	linear programming methods, nonlinear interior point algorithms, utilize second derivatives
<code>NMinimize</code> , <code>NMaximize</code>	numeric global optimization	linear programming methods, Nelder-Mead, differential evolution, simulated annealing, random search
<code>Minimize</code> , <code>Maximize</code>	exact global optimization	linear programming methods, cylindrical algebraic decomposition, Lagrange multipliers and other analytic methods, integer linear programming
<code>LinearProgramming</code>	linear optimization	linear programming methods (simplex, revised simplex, interior point)

Para el caso que nos ocupa, dado que estamos buscando una optimización global (y si es posible exacta) hemos optado por el comando `Minimize` cuyo uso veremos posteriormente en este trabajo. Como vemos en la Tabla extraída del manual, para su resolución utiliza diversos métodos, y entre ellos los multiplicadores de Lagrange o las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Además combina la optimización sobre los reales con la búsqueda de soluciones enteras.

5.2. Parámetros L_a , L_a^l , y L_a^r .

5.2.1. Estudio longitudinal.

La elección de estos parámetros se realiza mediante la optimización de la posición del tubo absorbedor y su longitud, basándose en el diseño lateral del *SSLFR*. Para este estudio se estudiarán una serie de configuraciones [45]. En la siguiente figura se representa el caso general.

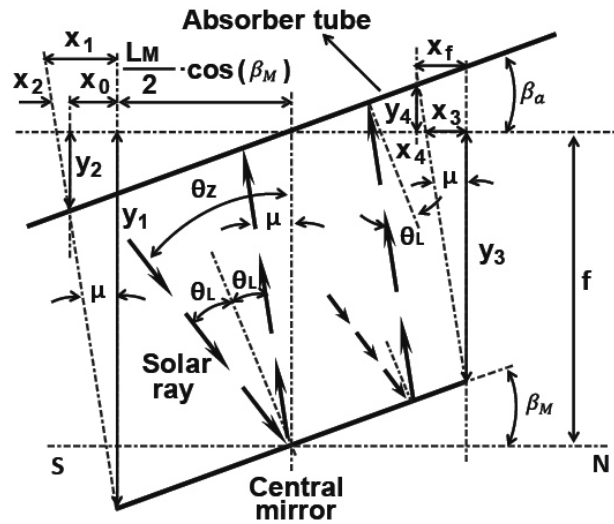


Fig. 5.10. Definiciones para el diseño lateral. Fuente: Elaboración propia.

Debido a que el diseño tiene simetría lateral, solo se necesita tener en cuenta el espejo central para este apartado. En la figura, β_M es el ángulo entre el espejo y el plano horizontal, β_a es el ángulo que forma el tubo absorbedor con el plano horizontal, θ_z es el ángulo del cenit solar, L_M representa la longitud de los espejos, f es la distancia (altura) entre el tubo absorbedor y los espejos, μ es el ángulo que se forma entre el rayo reflejado y el cenit, y θ_L es el ángulo formado entre el rayo incidente y el plano normal al espejo. Como se puede ver en la figura, se verifican las siguientes relaciones entre los ángulos:

$$y_1 = f + \frac{L_M}{2} \sin \beta_M \quad (5.35)$$

$$y_2 = \left[x_0 + \frac{L_M}{2} \cos \beta_M \right] \tan \beta_a \quad (5.36)$$

$$y_3 = f - \frac{L_M}{2} \sin \beta_M \quad (5.37)$$

$$y_4 = \left[\frac{L_M}{2} \cos \beta_M - x_f \right] \tan \beta_a \quad (5.38)$$

$$x_i = y_i \tan \mu; \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.39)$$

$$\mu = 2\beta_M - \theta_z \quad (5.40)$$

Por lo tanto, se obtiene la siguiente relación:

$$x_0 = x_1 - x_2 = \frac{\left[f + \frac{L_M}{2} [\sin \beta_M - \cos \beta_M \tan \beta_a] \right] \tan \mu}{1 + \tan \beta_a \tan \mu} \quad (5.41)$$

y

$$x_f = x_3 + x_4 = \frac{\left[f + \frac{L_M}{2} [\cos \beta_M \tan \beta_a - \sin \beta_M] \right] \tan \mu}{1 + \tan \beta_a \tan \mu} \quad (5.42)$$

Por lo tanto se puede definir la longitud iluminada a la izquierda del tubo absorbedor, l_a^l , como:

$$l_a^l = \frac{x_0 + \frac{L_M}{2} \cos \beta_M}{\cos \beta_a} \quad (5.43)$$

y la longitud iluminada a la derecha del absorbedor, l_a^r , como:

$$l_a^r = \frac{\frac{L_M}{2} \cos \beta_M - x_f}{\cos \beta_a} \quad (5.44)$$

Se considerarán las longitudes medidas desde el centro del espejo hacia la izquierda como positivas, y las medidas hacia la derecha como negativas. De esta manera, al optimizar los valores escogidos de l_a^l y l_a^r , se tendrá en cuenta no solo la longitud total del tubo absorbedor, L_a^* , sino también la posición relativa de dicho tubo con respecto al centro del espejo, en el sentido longitudinal.

Se supone ahora una ubicación geográfica fija para el *SSLFR*, que establecerá la latitud, λ . En las expresiones (5.43) y (5.44) se puede ver que tanto l_a^l como l_a^r son funciones de β_M , β_a y μ . Los ángulos de inclinación de los espejos y el tubo absorbedor, β_M y β_a , dependerán a su vez de θ_z , δ y λ . Por lo tanto, una vez λ es conocido y en base a lo que se vió en las expresiones (2.1) y (2.2), las longitudes (5.43) y (5.44) serán entonces función de dos variables: el día del año, n_d , y el ángulo horario, ω :

$$l_a^l(n_d, \omega); \quad l_a^r(n_d, \omega) \quad (5.45)$$

Para cada configuración del *SSLFR* estudiada se deberá variar el n_d entre 1 y 365, considerando el ángulo horario, ω , fijo con valor $\omega = 0$, ya que este representa el momento de mayor radiación diaria, que se corresponde con el mediodía solar. Se considera que esta simplificación de la hora solar es aceptable, ya que las horas del mediodía son aquellas durante las cuales el *LFR* recibe la mayor cantidad de energía. De esta manera, fijando el valor de ω , se obtendrán las curvas $l_a^l(n_d)$ y $l_a^r(n_d)$. Un ejemplo de ello se puede ver en la siguiente figura, donde se representa la curva de $l_a^l(n_d)$ y una línea recta horizontal de valor k_l que representa la posición ideal para el tubo absorbedor, que permanece constante durante todos los días del año. La optimización se lleva a cabo de la siguiente manera: se busca el valor óptimo de k_l (línea recta horizontal) tal que el área entre $l_a^l(n_d)$ y k_l sea mínima:

$$\min_{k_l} J^l = \min_{k_l} \int_1^{365} \text{Abs}[l_a^l(n_d) - k_l] dn_d \quad (5.46)$$

De esta manera se asegura que, a pesar de las pérdidas, la posición del tubo absorbedor será la que optimice su funcionamiento a lo largo del año.

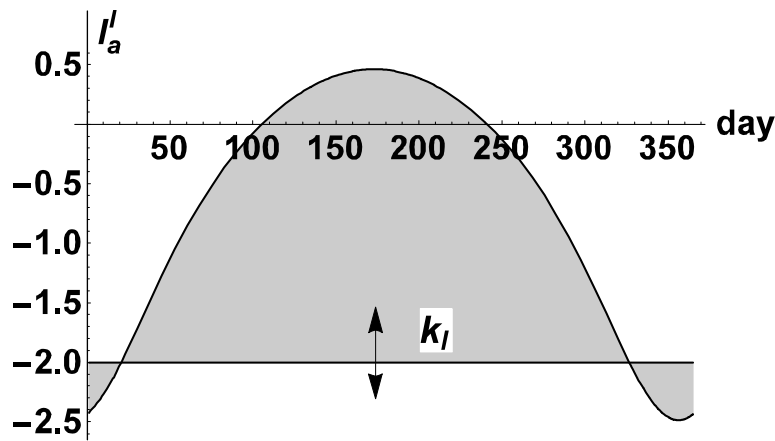


Fig. 5.11. Algoritmo de optimización de la posición y longitud del tubo absorbedor.

Fuente: Elaboración propia.

Se opera de manera análoga con la otra curva, $l_a^r(n_d)$:

$$\min_{k_r} J^r = \min_{k_r} \int_1^{365} \text{Abs}[l_a^r(n_d) - k_r] dn_d \quad (5.47)$$

Por simetría, es sencillo demostrar que solo en los casos en que $\beta_M = \beta_a$ se verifica la siguiente igualdad:

$$\min_{k_l} J^l = \min_{k_r} J^r \quad (5.48)$$

Utilizando el comando Interpolation el algoritmo, que ha sido programado en el software MathematicaTM, calcula los valores de las curvas $l_a^l(n_d)$ y $l_a^r(n_d)$ discretizando para $n_d = 1, \dots, 365$ en las expresiones (5.43) y (5.44). A continuación se utiliza el comando NIntegrate para despejar el área sombreada que se ve en la figura. Por último, el algoritmo evalúa los valores posibles de k_l y k_r , y de esta manera es posible calcular el valor mínimo para las expresiones (5.46) y (5.47). Este algoritmo permite a su vez escoger la discretización con la que los valores son obtenidos, dentro de unos valores límite $\{\min l_a^l(n_d), \max l_a^l(n_d)\}$ y $\{\min l_a^r(n_d), \max l_a^r(n_d)\}$.

5.2.2. Configuraciones de un SSLFR

Resulta necesario definir distintas configuraciones de movimientos en un *SSLFR* para realizar correctamente este análisis. Para ello se considerará si la estructura móvil y el sistema de reflector secundario tienen o no movimiento longitudinal. Con estas suposiciones se pueden obtener distintas configuraciones. A la hora de realizar este análisis es interesante estudiar el efecto de la latitud en las distintas configuraciones. Usando el diseño del prototipo que se ha presentado previamente en este trabajo, se pueden implementar un alto número de configuraciones, usando como referencia la posición relativa entre el sistema de reflector primario y el sistema del reflector secundario. En la tabla 5.4 se muestran 7 diseños para posibles configuraciones, que han sido escogidos para este estudio.

Tabla 5.4. Configuraciones estudiadas.

Configuración	Estructura móvil		Sistema del reflector secundario	
	β_M ($^\circ$)	Movimiento	β_a ($^\circ$)	Movimiento
C_1	0	No	0	No
C_2	$\theta_z/2$	Si	$\theta_z/2$	Si
C_3	$\theta_z/2$	Si	λ	No
C_4	$\theta_z/2$	Si	0	No
C_5	$\lambda - \delta$	Si	$\lambda - \delta$	Si
C_6	$\lambda - \delta$	Si	λ	No
C_7	$\lambda - \delta$	Si	0	No

Como se puede ver en la tabla 5.4, cuando se utiliza la configuración C_1 , tanto la estructura móvil como el sistema del reflector secundario carecen de movimiento longitudinal y ambos son paralelos al plano horizontal. Esta se considera la configuración base, ya que es la que se utiliza para los reflectores lineales Fresnel a gran escala, y se comparará con las demás configuraciones estudiadas a continuación. Las configuraciones C_2 , C_3 , y C_4 , están diseñadas de tal manera que a cualquier hora de cualquier día se asegura que los rayos reflejados por los espejos en la dirección longitudinal son siempre verticales al suelo, variando el ángulo en el que los rayos inciden en el tubo absorbedor dependiendo de la configuración que se use. En el caso de C_2 , el sistema del reflector secundario tiene el mismo movimiento longitudinal que la estructura móvil. En la configuración C_3 , el sistema del reflector secundario carece de movimiento y forma un ángulo con la horizontal de λ . Para la configuración C_4 , el sistema del reflector secundario tampoco tiene movimiento longitudinal, pero en este caso es paralelo al plano horizontal. De todas ellas, la configuración que obtiene mejores resultados en términos de energía, manteniendo los parámetros de diseño del *SSLFR* constantes es la configuración C_2 [45].

A la hora de estudiar las configuraciones restantes, se tomará como diseño base el de un seguidor solar de un solo eje. Los valores utilizados para la configuración C_5 han sido inspirados por este tipo de seguidores, y es la configuración que se utiliza para comparaciones futuras. Este tipo de seguidores tienen rotación sobre un eje orientado en la dirección Norte-Sur, con una inclinación axial que coincide con la latitud del lugar en el que se instalan, habitualmente corregida en función de la declinación. Por lo tanto, el eje de rotación del sistema es paralelo al eje de rotación de la Tierra. Ese caso concreto se denomina seguidor solar polar y puede alcanzar eficiencias mayores al 96 % comparado con sistemas con dos ejes de rotación. Las configuraciones C_6 y C_7 se obtienen mediante pequeñas variaciones en esta configuración base. En la configuración C_5 , el sistema del reflector secundario y la estructura tienen el mismo movimiento longitudinal. En el caso de las configuraciones C_6 y C_7 no se permite movimiento longitudinal en el sistema del reflector secundario. En el caso de C_6 se forma un ángulo λ entre el sistema del reflector secundario y el plano horizontal. Por último, en la configuración C_7 el sistema del reflector secundario se coloca paralelo al plano horizontal.

A parte de las presentadas en la tabla 5.4 se consideraron otras configuraciones que fueron descartadas debido a los bajos niveles de energía absorbida que proporcionaban.

Capítulo 6

Resultados numéricos

En este apartado se van a presentar los resultados numéricos obtenidos sobre distintos casos propuestos. Se va a seguir, lógicamente, el esquema general de metodología que presentamos en el Capítulo 3. Con este Capítulo 6 se pretende mostrar, sobre casos reales, la aplicación de los resultados teóricos que se han ido analizando a lo largo de todo el trabajo.

En primer lugar, se empieza el estudio con una sección de carácter introductorio, en la que se justifican los límites técnicos impuestos para W y L . En segundo lugar, y una vez elegidos esos límites, el problema calcula la distribución óptima de los *SSLFRs* sobre distintos casos de terrazas. Conseguida la maximización del área de los espejos, se habrán obtenido ya los parámetros W y L óptimos para cada *SSLFR*.

En tercer lugar, se fijan los valores óptimos de W y L , y con ellos se van a elegir los parámetros n y W_M , que proporcionen el W dado. En este apartado el criterio elegido para el diseño ha sido el elegir la configuración que proporcione el coste mínimo de construcción del *SSLFR*. En cuarto lugar, y dado el valor fijo de L , se realiza ahora un estudio longitudinal que permita obtener los parámetros L_a , L_a^l , y L_a^r . En este caso, como ya se ha comentado, el criterio se basa en conseguir reducir, a lo largo de todo el año, las pérdidas sobre el tubo absorbedor.

Una vez realizados todos estos cálculos se habrá finalizado el proceso y completado el esquema general de diseño del *SSLFR*.

6.1. Elección de los límites para W y L

En este apartado se muestran los resultados de una serie de simulaciones numéricas que se han hecho para este estudio. Para ello se ha desarrollado un código en el software MATLABTM. Se estudian varios escenarios en los que se varían los valores correspondientes al número de *SSLFR* a instalar, los parámetros relativos al *SSLFR* y se estudia la energía total anual para cada escenario.

Todos los cálculos se basan en una distribución sub-horaria de la irradiancia normal directa en una localización geográfica específica. En este caso, como ya se nombró ante-

riormente se ha escogido realizar el estudio para Almería (España) que tiene una latitud de $36^{\circ}50'07''N$, una longitud de $02^{\circ}24'08''W$ y una altitud de $22 (m)$. La irradiancia solar utilizada para estos cálculos se ha estimado a partir de las bases de datos publicadas en [87]. Los escenarios estudiados se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 6.1. Escenarios estudiados.

Área disponible ($a \times b$) (m^2)	$10 \times 10, 10 \times 20, 10 \times 30, 20 \times 10, 30 \times 10$
Aspect ratio (AR)	$= 1, < 1, > 1$
Orientación ($^{\circ}$)	$0, 15, 30, 45, 60, 75, 90$

Después de realizar un número elevado de simulaciones utilizando cada uno de los tres algoritmos de empaquetamiento, para el área disponible y la orientación de la azotea elegidas para el estudio, se ha realizado la clasificación que muestra la tabla 6.2, donde se clasifican los casos de mayor a menor energía obtenida.

Tabla 6.2. Relación de los límites de W y L .

Caso	$W^{\min} (m)$	$W^{\max} (m)$	$L^{\min} (m)$	$L^{\max} (m)$
1	2.0	2.5	2.0	2.5
2	2.0	2.5	1.0	1.5
3	1.0	1.5	2	2.5

Se muestran a continuación las estimaciones de energía total anual obtenida para cada algoritmo. Como se puede ver, en las figuras 6.1 a 6.3 se representa con un punto el resultado obtenido al operar con las distintas orientaciones estudiadas, siendo el área de este punto proporcional a la energía obtenida. En la figura 6.1 se trabaja con el algoritmo X-Y para $A_r = 10 \times 10 (m^2)$ y las diferentes orientaciones. En esta figura se puede apreciar que, debido a la forma que tiene el tejado, hay valores de energía que se superponen y que la mayor energía total anual se obtiene con los valores relativos al caso 1. En la figura 6.2 se representan los valores obtenidos trabajando con el mismo algoritmo, el X-Y y $A_r = 10 \times 20 (m^2)$. En este caso se puede apreciar que la energía total anual obtenida es mayor que en la primera figura, ya que el área disponible ha aumentado. Los valores de energía para las orientaciones de 0° y 90° se superponen, obteniéndose mayores valores de energía para los límites del caso 1. En la figura 6.3 se muestra la energía total obtenida mediante el algoritmo X-Y para $A_r = 10 \times 30 (m^2)$ y las diferentes orientaciones estudiadas. En este caso se puede observar que los valores de energía obtenidos son mayores que en las figuras anteriores, al aumentar el área total disponible. Los mayores valores de energías anuales se obtienen, una vez más, trabajando con los límites del caso 1.

Estudiando artículos anteriores se puede encontrar que los valores utilizados por [38], [45], [46] y [48] en sus estudios se encuentran dentro de los límites del caso 1. En el caso 2, al disminuir el valor de L se disminuye la energía obtenida y la reducción del coste no es apreciable. Esta reducción en la energía total anual se debe a que, al disminuir L disminuye también el área ocupada por cada $SSLFR$. El sentido común nos lleva a pensar que, al ocupar cada receptor menos área será posible instalar más receptores en el espacio disponible y, de esta manera aumentar la energía obtenida. Este razonamiento es solo válido en ciertos casos ya que, cada $SSLFR$ requiere, como vimos en apartados anteriores, de espaciados a su alrededor que no tienen fines energéticos, sino que su propósito es permitir las funciones de mantenimiento. Por otro lado, al disminuir el tamaño de

los *SSLFRs* el coste unitario disminuirá, aunque es probable que el ahorro sea poco significativo, sin embargo al subir el número de reflectores que es posible instalar el coste total de la instalación subirá, haciendo que el diseño no sea óptimo en este aspecto.

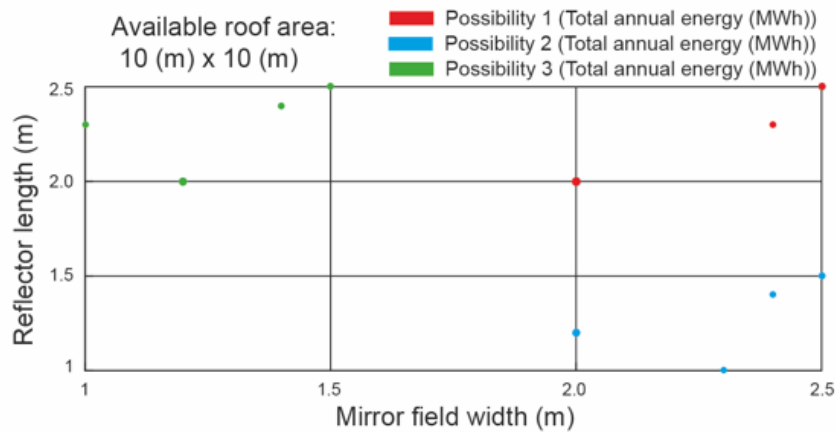


Fig. 6.1. Límites de W y L para 10×10 . Fuente: Elaboración propia.

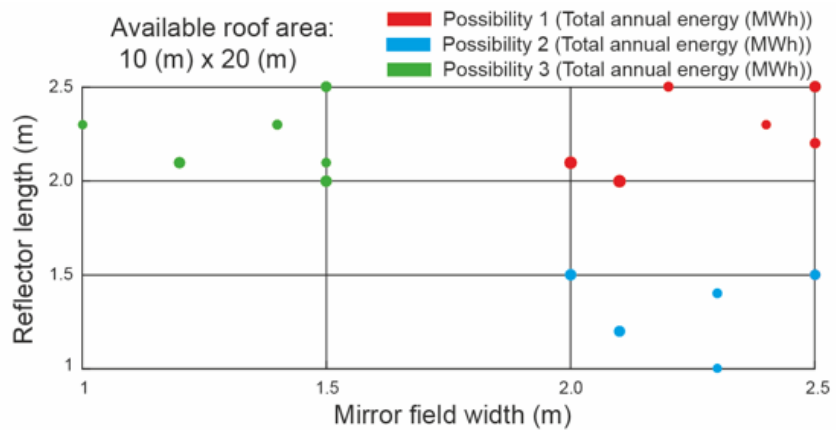


Fig. 6.2. Límites de W y L para 10×20 . Fuente: Elaboración propia.

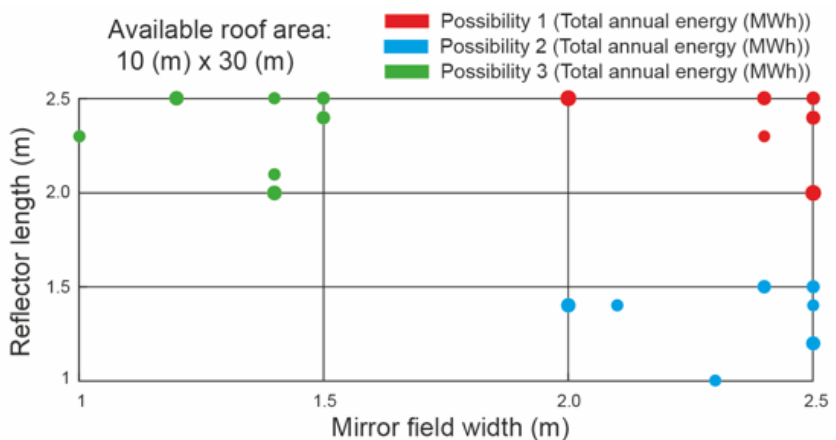


Fig. 6.3. Límites de W y L para 10×30 . Fuente: Elaboración propia.

6.2. Maximización del área de los espejos. Elección de los parámetros W y L

En esta sección se presentan resultados obtenidos para los tres tipos de algoritmos de empaquetamiento que se presentaron anteriormente. Esta simulación se realizó implementando los algoritmos de optimización en el software comercial MathematicaTM.

Como se mencionó anteriormente en este documento, existe un prototipo de *SSLFR* con características similares a las aquí estudiadas que ha sido construido en la escuela de formación profesional CIFP-Mantenimiento y Servicios a la Producción e instalado en La Felguera, Asturias, España. Los valores considerados como cotas superiores e inferiores del reflector de este documento (para el ancho y el largo) están basados en las dimensiones reales de dicho prototipo [49], las cuales son:

$$W = 2.076 (m)$$

$$L = 2.0 (m) \equiv L_M$$

$$f = 1.5(m)$$

$$n = 12 \text{ espejos}$$

$$Wm = 0.06(m)$$

$$D = 0.0486(m)$$

Por ello, se estudian los 3 casos analizados en la Tabla 6.2.

Valores similares a estos pueden ser encontrados también en estudios desarrollados por otros autores, como [48].

Con respecto a las dimensiones del tejado (a y b), se ha analizado el caso de un tejado cuadrado, (por lo tanto $F_r = 1$), y casos rectangulares que corresponden con valores de $F_r = 2$, y $F_r = 3$. Adicionalmente, la influencia de la orientación de la azotea se tiene en cuenta en este estudio mediante la variación del ángulo que la azotea forma con la dirección Norte-Sur entre 0 y 90°.

El programa desarrollado en MathematicaTM encuentra, para cada algoritmo de empaquetamiento, las dimensiones óptimas del reflector (su ancho y su largo) que garantizan maximizar el área total de espejos instalada. El proceso de optimización es de hecho un algoritmo de fuerza bruta o enumeración completa, que evalúa todas las combinaciones posibles de anchos y largos que hay entre los límites superiores e inferiores, usando un ancho de paso, l_s , de 0.1 (m). A pesar de ello, el algoritmo de MathematicaTM es capaz de realizar todos los cálculos en 1 sec en un ordenador personal (Intel Core 2/2.66 GHz).

En las tablas 6.3-6.5 se muestran los resultados, para cada terraza y algoritmo, a diferentes ángulos de estudio. Los valores representan el ancho, el largo de un *SSLFR*, así como el número de *SSLFRs* de esas dimensiones que se pueden empaquetar en la terraza estudiada, de manera que se maximice el valor de r , el ratio entre el área total de espejos y el área total de terraza (ver ecuación (6.1)), mostrado en la última columna para cada caso.

$$r = \frac{A_T}{a \cdot b} \tag{6.1}$$

Tabla 6.3 (a). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR < 1$

$a \times b$	0°				15°				30°				45°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10 × 10																
I	2.0	1.0	12	0.288	2.5	1.4	6	0.210	2.0	1.4	8	0.224	2.3	1.0	9	0.207
II	2.0	1.2	12	0.288	2.5	1.5	6	0.225	2.0	1.1	8	0.176	2.5	1.4	6	0.210
III	2.0	1.2	12	0.288	2.5	1.5	6	0.225	2.4	1.4	6	0.201	2.3	1.0	9	0.207
10 × 20																
I	2.0	1.5	21	0.315	2.5	1.4	14	0.245	2.1	1.5	17	0.267	2.5	1.4	14	0.245
II	2.0	1.5	21	0.315	2.3	1.5	13	0.224	2.3	1.5	14	0.241	2.2	1.5	15	0.247
III	2.0	1.5	21	0.315	2.5	1.5	14	0.262	2.5	1.5	12	0.225	2.3	1.0	18	0.207
20 × 10																
I	2.1	1.2	24	0.302	2.2	1.4	16	0.246	2.5	1.5	13	0.243	2.5	1.4	14	0.245
II	2.1	1.2	24	0.302	2.5	1.5	14	0.262	2.3	1.2	17	0.234	2.2	1.5	15	0.247
III	2.1	1.2	24	0.302	2.5	1.5	15	0.281	2.3	1.4	15	0.241	2.3	1.0	18	0.207
10 × 30																
I	2.0	1.4	36	0.336	2.5	1.5	21	0.262	2.1	1.4	29	0.284	2.5	1.5	22	0.275
II	2.0	1.4	36	0.336	2.3	1.5	20	0.230	2.5	1.5	19	0.237	2.3	1.5	23	0.264
III	2.0	1.4	36	0.336	2.5	1.5	22	0.275	2.5	1.4	20	0.233	2.3	1.0	30	0.230
30 × 10																
I	2.5	1.2	32	0.320	2.3	1.4	24	0.257	2.5	1.5	21	0.262	2.5	1.5	22	0.275
II	2.5	1.2	32	0.320	2.3	1.5	24	0.276	2.4	1.2	26	0.249	2.3	1.5	23	0.264
III	2.5	1.2	32	0.320	2.4	1.5	24	0.288	2.1	1.4	24	0.235	2.3	1.0	30	0.230

Tabla 6.3 (b). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR < 1$

$a \times b$	60°				75°				90°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10 × 10												
I	2	1.4	8	0.224	2.5	1.4	6	0.210	2	1.2	12	0.288
II	2	1.1	8	0.176	2.5	1.5	6	0.225	2	1.2	12	0.288
III	2.4	1.4	6	0.201	2.5	1.5	6	0.225	2	1.2	12	0.288
10 × 20												
I	2.5	1.5	13	0.243	2.2	1.4	16	0.246	2.1	1.2	24	0.302
II	2.3	1.2	17	0.234	2.5	1.5	14	0.262	2.1	1.2	24	0.302
III	2.3	1.4	15	0.241	2.5	1.5	15	0.281	2.1	1.2	24	0.302
20 × 10												
I	2.1	1.5	17	0.267	2.5	1.4	14	0.245	2	1.5	21	0.315
II	2.3	1.5	14	0.241	2.3	1.5	13	0.224	2	1.5	21	0.315
III	2.5	1.5	12	0.225	2.5	1.5	14	0.262	2	1.5	21	0.315
10 × 30												
I	2.5	1.5	21	0.262	2.3	1.4	24	0.257	2.5	1.2	32	0.320
II	2.4	1.2	26	0.249	2.3	1.5	24	0.276	2.5	1.2	32	0.320
III	2.1	1.4	24	0.235	2.4	1.5	24	0.288	2.5	1.2	32	0.320
30 × 10												
I	2.1	1.4	29	0.284	2.5	1.5	21	0.262	2	1.4	36	0.336
II	2.5	1.5	19	0.237	2.3	1.5	20	0.230	2	1.4	36	0.336
III	2.5	1.4	20	0.233	2.5	1.5	22	0.275	2	1.4	36	0.336

Tabla 6.4 (a). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR=1$

$a \times b$	0°				15°				30°				45°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10×10																
I	2.0	2.0	9	0.360	2.5	2.5	4	0.250	2.0	2.1	5	0.210	2.3	2.3	5	0.265
II	2.0	2.0	9	0.360	2.5	2.5	4	0.250	2.1	2.0	5	0.210	2.3	2.3	5	0.265
III	2.0	2.0	9	0.360	2.5	2.5	4	0.250	2.5	2.5	4	0.250	2.3	2.4	4	0.221
10×20																
I	2.0	2.1	18	0.378	2.5	2.4	10	0.300	2.0	2.1	13	0.273	2.3	2.3	11	0.291
II	2.0	2.1	18	0.378	2.2	2.1	11	0.254	2.0	2.3	12	0.276	2.3	2.3	11	0.291
III	2.0	2.1	18	0.378	2.5	2.5	10	0.313	2.5	2.2	10	0.275	2.3	2.4	8	0.221
20×10																
I	2.1	2.0	18	0.378	2.1	2.2	11	0.254	2.3	2.0	12	0.276	2.3	2.3	11	0.291
II	2.1	2.0	18	0.378	2.4	2.5	10	0.300	2.1	2.0	13	0.273	2.3	2.3	11	0.291
III	2.1	2.0	18	0.378	2.5	2.5	10	0.313	2.2	2.5	10	0.275	2.3	2.4	8	0.221
10×30																
I	2.0	2.5	24	0.400	2.5	2.3	16	0.307	2.0	2.1	22	0.308	2.4	2.1	18	0.302
II	2.0	2.5	24	0.400	2.2	2.3	16	0.269	2.0	2.3	18	0.276	2.1	2.4	18	0.302
III	2.0	2.5	24	0.400	2.5	2.4	16	0.320	2.5	2.5	14	0.292	2.3	2.4	12	0.221
30×10																
I	2.5	2.0	24	0.400	2.3	2.2	16	0.270	2.3	2.0	18	0.276	2.4	2.1	18	0.302
II	2.5	2.0	24	0.400	2.3	2.5	16	0.307	2.1	2.0	22	0.308	2.1	2.4	18	0.302
III	2.5	2.0	24	0.400	2.4	2.5	16	0.320	2.5	2.5	14	0.292	2.3	2.4	12	0.221

Tabla 6.4 (b). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR=1$

$a \times b$	60°				75°				90°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10×10												
I	2.0	2.1	5	0.210	2.5	2.5	4	0.250	2.0	2.0	9	0.360
II	2.1	2.0	5	0.210	2.5	2.5	4	0.250	2.0	2.0	9	0.360
III	2.5	2.5	4	0.250	2.5	2.5	4	0.250	2.0	2.0	9	0.360
10×20												
I	2.3	2.0	12	0.276	2.1	2.2	11	0.254	2.1	2.0	18	0.378
II	2.1	2.0	13	0.273	2.4	2.5	10	0.300	2.1	2.0	18	0.378
III	2.2	2.5	10	0.275	2.5	2.5	10	0.313	2.1	2.0	18	0.378
20×10												
I	2.0	2.1	13	0.273	2.5	2.4	10	0.300	2.0	2.1	18	0.378
II	2.0	2.3	12	0.276	2.2	2.1	11	0.254	2.0	2.1	18	0.378
III	2.5	2.2	10	0.275	2.5	2.5	10	0.313	2.0	2.1	18	0.378
10×30												
I	2.3	2.0	18	0.276	2.3	2.2	16	0.270	2.5	2.0	24	0.400
II	2.1	2.0	22	0.308	2.3	2.5	16	0.307	2.5	2.0	24	0.400
III	2.5	2.5	14	0.292	2.4	2.5	16	0.320	2.5	2.0	24	0.400
30×10												
I	2.0	2.1	22	0.308	2.5	2.3	16	0.307	2	2.5	24	0.400
II	2.0	2.3	18	0.276	2.2	2.3	16	0.269	2	2.5	24	0.400
III	2.5	2.5	14	0.292	2.5	2.4	16	0.320	2	2.5	24	0.400

Tabla 6.5 (a). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR > 1$

$a \times b$	0°				15°				30°				45°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10×10																
I	1.2	2.0	12	0.288	1.5	2.5	6	0.225	1.1	2.0	8	0.176	1.4	2.5	6	0.210
II	1.2	2.0	12	0.288	1.4	2.5	6	0.210	1.4	2.0	8	0.224	1.0	2.3	9	0.207
III	1.2	2.0	12	0.288	1.5	2.5	6	0.225	1.4	2.4	6	0.201	1.0	2.3	9	0.207
20×10																
I	1.2	2.1	24	0.302	1.5	2.5	14	0.263	1.2	2.3	17	0.235	1.5	2.2	15	0.248
II	1.2	2.1	24	0.302	1.4	2.2	16	0.246	1.5	2.5	13	0.244	1.4	2.5	14	0.245
III	1.2	2.1	24	0.302	1.5	2.5	15	0.281	1.4	2.3	15	0.242	1.0	2.3	18	0.207
10×20																
I	1.5	2.0	21	0.315	1.5	2.3	13	0.224	1.5	2.3	14	0.242	1.5	2.2	15	0.248
II	1.5	2.0	21	0.315	1.4	2.5	14	0.245	1.5	2.1	17	0.268	1.4	2.5	14	0.245
III	1.5	2.0	21	0.315	1.5	2.5	14	0.263	1.5	2.5	12	0.225	1	2.3	18	0.207
30×10																
I	1.2	2.5	32	0.320	1.5	2.3	24	0.276	1.2	2.4	26	0.249	1.5	2.3	23	0.265
II	1.2	2.5	32	0.320	1.4	2.3	24	0.258	1.5	2.5	21	0.262	1.5	2.5	22	0.275
III	1.2	2.5	32	0.320	1.5	2.4	24	0.288	1.4	2.1	24	0.235	1.0	2.3	30	0.230
10×30																
I	1.4	2.0	36	0.336	1.5	2.3	20	0.230	1.5	2.5	19	0.238	1.5	2.3	23	0.265
II	1.4	2.0	36	0.336	1.5	2.5	21	0.263	1.4	2.1	29	0.284	1.5	2.5	22	0.275
III	1.4	2.0	36	0.336	1.5	2.5	22	0.275	1.4	2.5	20	0.233	1.0	2.3	30	0.230

Tabla 6.5 (b). Valores óptimos de r para los 3 tipos de empaquetamiento. $AR > 1$

$a \times b$	60°				75°				90°			
	L	W	N	r	L	W	N	r	L	W	N	r
10×10												
I	1.1	2.0	8	0.176	1.5	2.5	6	0.225	1.2	2.0	12	0.288
II	1.4	2.0	8	0.224	1.4	2.5	6	0.210	1.2	2.0	12	0.288
III	1.4	2.4	6	0.201	1.5	2.5	6	0.225	1.2	2.0	12	0.288
10×20												
I	1.5	2.3	14	0.242	1.5	2.3	13	0.224	1.5	2.0	21	0.315
II	1.5	2.1	17	0.268	1.4	2.5	14	0.245	1.5	2.0	21	0.315
III	1.5	2.5	12	0.225	1.5	2.5	14	0.263	1.5	2.0	21	0.315
20×10												
I	1.2	2.3	17	0.235	1.5	2.5	14	0.263	1.2	2.1	24	0.302
II	1.5	2.5	13	0.244	1.4	2.2	16	0.246	1.2	2.1	24	0.302
III	1.4	2.3	15	0.242	1.5	2.5	15	0.281	1.2	2.1	24	0.302
10×30												
I	1.5	2.5	19	0.238	1.5	2.3	20	0.230	1.4	2.0	36	0.336
II	1.4	2.1	29	0.284	1.5	2.5	21	0.263	1.4	2.0	36	0.336
III	1.4	2.5	20	0.233	1.5	2.5	22	0.275	1.4	2.0	36	0.336
30×10												
I	1.2	2.4	26	0.249	1.5	2.3	24	0.276	1.2	2.5	32	0.320
II	1.5	2.5	21	0.262	1.4	2.3	24	0.258	1.2	2.5	32	0.320
III	1.4	2.1	24	0.235	1.5	2.4	24	0.288	1.2	2.5	32	0.320

Con el fin de facilitar la lectura de los resultados y mostrarlos de manera conjunta para su comparación, la solución óptima, para cada método de empaquetamiento (I, II y III) se muestra en las tabla 6.6 para $AR < 1$, en la tabla 6.7 para $AR = 1$ y en la tabla 6.8 para $AR > 1$. El método de empaquetamiento que proporciona mejores resultados se encuentra representado en negrita. Los valores que se muestran en la tabla representan el ratio r .

De acuerdo con estos resultados, el algoritmo de empaquetamiento que presenta mejor resultado depende del ángulo de orientación de la azotea. Como es obvio, cuando este ángulo tiene el valor de 0° o 90° , los tres algoritmos de empaquetamiento dan la misma solución, ya que los reflectores y la terraza son ortogonales. Cuando se trabaja con ángulos inferiores a los 15° o por encima de los 75° , el algoritmo de empaquetamiento que da mejores resultados es el tipo III. Sin embargo, cuando el ángulo de la azotea está entre 30° y 60° , los mejores resultados se obtienen utilizando algoritmos de tipo I o tipo II.

Tabla 6.6. Resumen de los valores óptimos de r para el caso $AR < 1$.

$a \times b$		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
10×10	I	0.288	0.210	0.224	0.207	0.224	0.210	0.288
	II	0.288	0.225	0.176	0.210	0.176	0.225	0.288
	III	0.288	0.225	0.201	0.207	0.201	0.225	0.288
10×20	I	0.315	0.245	0.267	0.245	0.243	0.246	0.302
	II	0.315	0.224	0.241	0.247	0.234	0.262	0.302
	III	0.315	0.262	0.225	0.207	0.241	0.281	0.302
20×10	I	0.302	0.246	0.243	0.245	0.267	0.245	0.315
	II	0.302	0.262	0.234	0.247	0.241	0.224	0.315
	III	0.302	0.281	0.241	0.207	0.225	0.262	0.315
10×30	I	0.336	0.262	0.284	0.275	0.262	0.257	0.320
	II	0.336	0.230	0.237	0.264	0.249	0.276	0.320
	III	0.336	0.275	0.233	0.230	0.235	0.288	0.320
30×10	I	0.320	0.257	0.262	0.275	0.284	0.262	0.336
	II	0.320	0.276	0.249	0.264	0.237	0.230	0.336
	III	0.320	0.288	0.235	0.230	0.233	0.275	0.336

Tabla 6.7. Resumen de los valores óptimos de r para el caso $AR = 1$.

$a \times b$		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
10×10	I	0.360	0.250	0.210	0.265	0.210	0.250	0.360
	II	0.360	0.250	0.210	0.265	0.210	0.250	0.360
	III	0.360	0.250	0.250	0.221	0.250	0.250	0.360
10×20	I	0.378	0.300	0.273	0.291	0.276	0.254	0.378
	II	0.378	0.254	0.276	0.291	0.273	0.300	0.378
	III	0.378	0.313	0.275	0.221	0.275	0.313	0.378
20×10	I	0.378	0.254	0.276	0.291	0.273	0.300	0.378
	II	0.378	0.300	0.273	0.291	0.276	0.254	0.378
	III	0.378	0.313	0.275	0.221	0.275	0.313	0.378
10×30	I	0.400	0.307	0.308	0.302	0.276	0.270	0.400
	II	0.400	0.269	0.276	0.302	0.308	0.307	0.400
	III	0.400	0.320	0.292	0.221	0.292	0.320	0.400
30×10	I	0.400	0.270	0.276	0.302	0.308	0.307	0.400
	II	0.400	0.307	0.308	0.302	0.276	0.269	0.400
	III	0.400	0.320	0.292	0.221	0.292	0.320	0.400

 Tabla 6.8. Resumen de los valores óptimos de r para el caso $AR > 1$.

$a \times b$		0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
10×10	I	0.288	0.225	0.176	0.210	0.176	0.225	0.288
	II	0.288	0.210	0.224	0.207	0.224	0.210	0.288
	III	0.288	0.225	0.201	0.207	0.201	0.225	0.288
10×20	I	0.302	0.263	0.235	0.248	0.242	0.224	0.315
	II	0.302	0.246	0.244	0.245	0.268	0.245	0.315
	III	0.302	0.281	0.242	0.207	0.225	0.263	0.315
20×10	I	0.315	0.224	0.242	0.248	0.235	0.263	0.302
	II	0.315	0.245	0.268	0.245	0.244	0.246	0.302
	III	0.315	0.263	0.225	0.207	0.242	0.281	0.302
10×30	I	0.320	0.276	0.249	0.265	0.238	0.230	0.336
	II	0.320	0.258	0.262	0.275	0.284	0.263	0.336
	III	0.320	0.288	0.235	0.230	0.233	0.275	0.336
30×10	I	0.336	0.230	0.238	0.265	0.249	0.276	0.320
	II	0.336	0.263	0.284	0.275	0.262	0.258	0.320
	III	0.336	0.275	0.233	0.230	0.235	0.288	0.320

De todos los casos presentados en las tablas 6.6, 6.7 y 6.8, se han escogido algunas configuraciones para su visualización. El código en MathematicaTM que, conocidas las dimensiones de la terraza, su inclinación y los límites para W y L no solo busca el empaquetamiento óptimo sino que también devuelve los datos de manera visual.

En la figura 6.4 se muestra un ejemplo de las configuraciones óptimas para una azotea de dimensiones $a \times b = 20 \times 10$ (m), con orientación de 15° en el primer caso (tipo III), de 45° (tipo II), y de 60° (tipo I). Para este estudio se fijaron los límites de los $SSLFR$ a los correspondientes al caso 3 (ver tabla 6.2). Para cada configuración, en la parte superior de la figura se muestran los valores óptimos de los parámetros, siendo de arriba a abajo:

la longitud (L), el ancho (W), el ratio de áreas (r), y el número de reflectores (N). Como se puede observar estos valores coinciden con los que se habían presentado al inicio de esta sección (ver tablas 6.3-6.5).

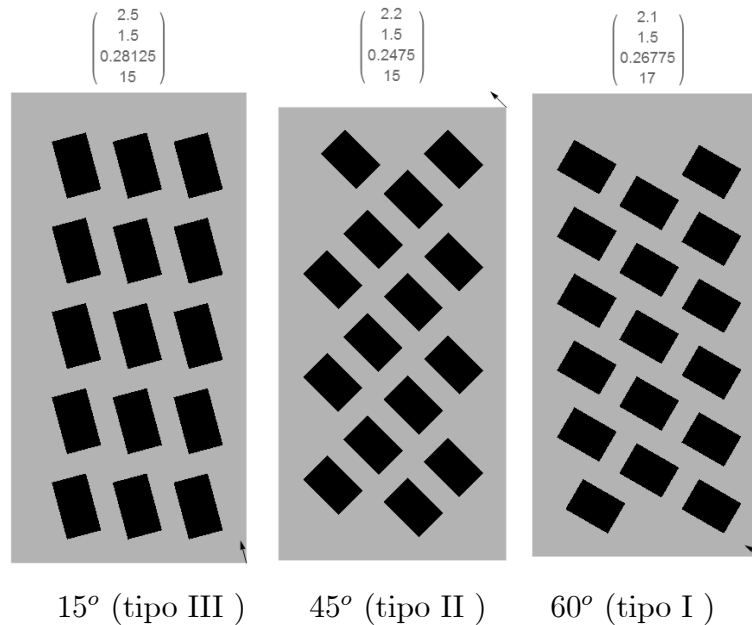


Fig. 6.4. Solución óptima. $AR < 1$. Fuente: Elaboración propia.

El mismo estudio se repitió para $AR = 1$ y $AR > 1$, variando los casos que se estudiaban y los límites de los $SSLFR$ con el fin de cubrir diferentes configuraciones.

Para una terraza de dimensiones $a \times b = 30 \times 10$ (m) y límites de W y L correspondientes al caso 1, se obtuvieron los empaquetamientos mostrados en la figura 6.5. Como se puede observar, los empaquetamientos obtenidos para 30° y 60° obtienen el mismo valor de r ya que son complementarios. Aplicando dos algoritmos de empaquetamiento distintos se llega a la misma solución (con valores de W y L muy similares que varían un función de la inclinación del tejado).

Por último, en la figura 6.6 se muestran los empaquetamientos obtenidos para $SSLFR$ correspondientes al caso 2, cuya forma asegura un $AR > 1$ y una terraza de dimensiones $a \times b = 20 \times 10$ (m).

Los valores de r que se obtienen en los casos reflejados en la figura 6.5 son los mayores de entre los casos estudiados. Es interesante destacar que, a pesar de que existe la posibilidad, el algoritmo:

- No maximiza el área de cada $SSLFR$ ($W \times L = 2.5 \times 2.5$) para obtener una mayor r a base de aparatos mayores.
- No minimiza el área de cada $SSLFR$ para maximizar la r a base de empaquetar un mayor número de $SSLFR$ en la terraza ($W \times L = 2 \times 2$).
- No tiende a diseñar $SSLFRs$ completamente cuadrados, que quizás sería la opción a la que se recurriría basándose en el sentido común.

Debido a ello, estos casos se consideran interesantes para el estudio y serán los que se utilicen como ejemplo numérico en los siguientes apartados. Para simplificar el estudio se ha decidido presentar únicamente dos casos, debido a la simetría entre los resultados obtenidos para los empaquetamientos a 30° (tipo II) y a 60° (tipo I).

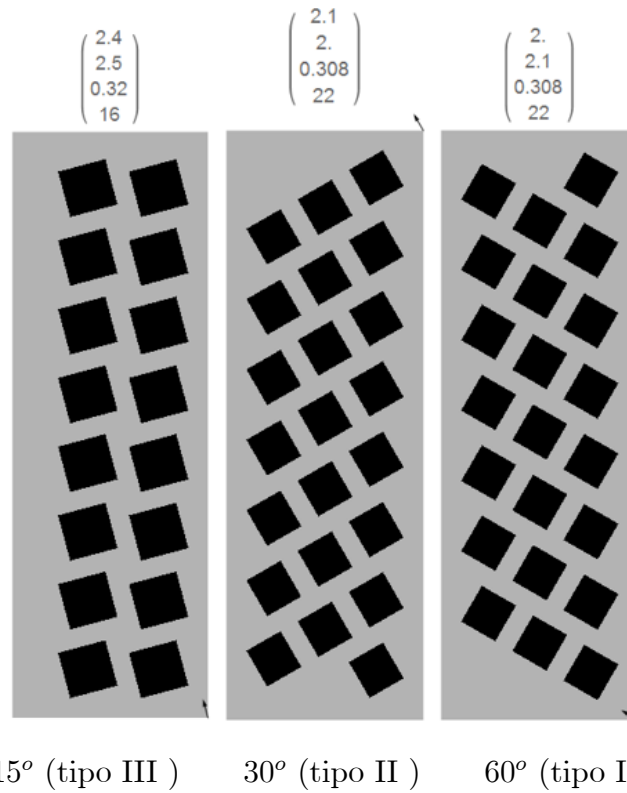


Fig. 6.5. Solución óptima. $A_r = 1$. Fuente: Elaboración propia.

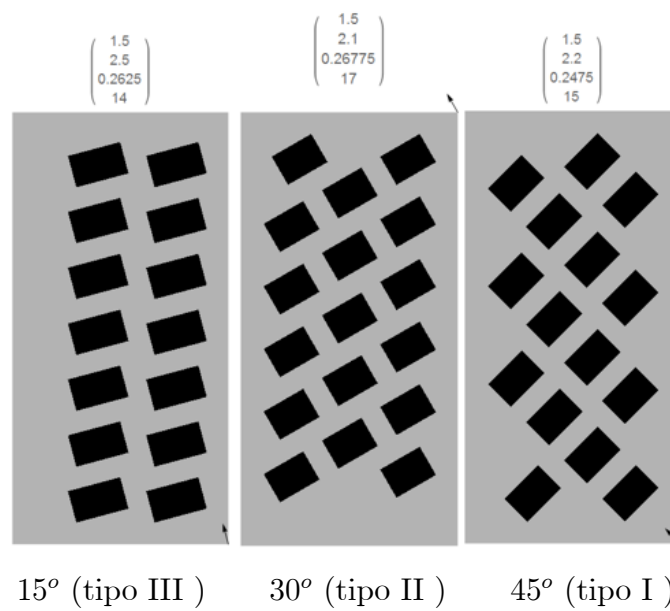


Fig. 6.6. Solución óptima. $A_r > 1$. Fuente: Elaboración propia.

6.3. Estudio de costes. Elección de los parámetros n y W_M

En este apartado se calcularán los valores óptimos para los parámetros n y W_M . Para ello se ha decidido realizar un estudio económico para el diseño de un *SSLFR*. Se consideran parámetros óptimos para el diseño aquellos que minimicen el coste total de la fabricación de un *SSLFR*. A la hora de resolver el problema estudiado, como se vio en el apartado de teoría correspondiente, nos vamos a encontrar con el problema de minimizar una función no lineal de dos variables, el coste total del *SSLFR*, $C_T(W_M, n)$, función del ancho de los espejos, W_M y el número de espejos, n . En primer lugar, estas dos variables están ligadas por una restricción de igualdad no lineal, la relación que nos da el ancho total del *SSLFR*, W , valor que es un dato proporcionado por la etapa anterior del algoritmo de metodología. Además es necesario determinar el mínimo de $C_T(W_M, n)$ en un dominio restringido a un cierto subconjunto especial de \mathbb{R}^2 : una región rectangular cerrada y acotada, definida por los límites mínimo y máximo de W_M y n . Finalmente una de las variables, W_M , es continua y toma valores reales, pero la otra, n , el número de espejos, es entera.

En resumen el problema de optimización toma la forma:

$$\left. \begin{array}{l} \min_{W_M, n} C_T(W_M, n) \\ W_M(1 + 2.15n) = W \\ W_M^{\min} \leq W_M \leq W_M^{\max}; n^{\min} \leq n \leq n^{\max} \\ W_M \in \mathbb{R}; n \in \mathbf{Z} \end{array} \right\} \quad (6.2)$$

que podemos expresar como:

$$\left. \begin{array}{l} \min_{W_M, n} C_T(W_M, n) \\ W_M(1 + 2.15n) - W = 0 \\ W_M^{\min} - W_M \leq 0 \\ W_M - W_M^{\max} \leq 0 \\ n^{\min} - n \leq 0 \\ n - n^{\max} \leq 0 \\ W_M \in \mathbb{R}; n \in \mathbf{Z} \end{array} \right\} \quad (6.3)$$

Por tanto nos encontramos ante un MINLP:

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \mathbf{0} \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{y} \in \mathbf{Z} \end{array} \right\} \quad (6.4)$$

El primer paso para resolver este problema será sustituir todos los parámetros conocidos del modelo de coste, cuyos valores se resumen en la Tabla 6.9.

Tabla 6.9. Parámetros de la función de Coste.

Param.	Valor	Param.	Valor	Param.	Valor
k^{St}	4.53 (€/kg)	k^I	50 (€/m ²)	k^F	100 (€/m ³)
k^R	29 (€/m)	k^{GC}	60 (€/m ²)	L_M	2.00 (m)
k^{MoU}	53 (€/unit)	k^{PC}	600 (€/m ²)	f	1.50 (m)
k^{mirror}	54.83 (€/m ²)	k^{CR}	1588 (€/m ²)	L_a	2.00 (m)
k^{frame}	103.65 (€/m ²)	k^{MD}	212 (€)	C_{fg}	1,2,3
$k^{shaft\ Mi}$	2.8 (€/m)	k^C	100 (€)	W_{FS}^U	8.96 (kg/m)
$k^{shaft\ SRS}$	3 (€/m)	k^{Se}	200 (€)	W_{MS}^U	5.19 (kg/m)
k^{AT}	20 (€/kg)	k^A	12 (€/unit)	W_{SRSS}^U	1.7 (kg/m)

A continuación se va a resolver el problema utilizando los comandos disponibles en el programa de cálculo simbólico MathematicaTM. En este programa, el método utilizado para resolver el problema de optimización depende del tipo de problema específico. Por ejemplo MathematicaTM distingue si las funciones involucradas en el problema de optimización son lineales o no lineales. También depende de si las restricciones involucran $\mathbf{y} \in \mathbf{Z}$, en cuyo caso aparecen problemas de optimización entero-mixtos. Además, los algoritmos de optimización se pueden dividir en algoritmos numéricos y simbólicos (exactos) y los extremos pueden ser locales o globales.

Las funciones que incluye MathematicaTM para la optimización con restricciones son Minimize, Maximize, NMinimize y NMaximize para optimización global, y FindMinimum, FindMaximum para optimización local. Además para programación lineal incluye el comando LinearProgramming, cuyas descripciones se pueden encontrar en el apartado correspondiente de teoría (ver tabla 5.3).

En el caso que nos ocupa, al ser optimización exacta y global, usaremos Minimize. Dependiendo del tipo de problema, el comando Minimize puede usar varios algoritmos diferentes. El método más general se basa en el algoritmo de descomposición algebraica cilíndrica (CAD). Otro enfoque que también usa para encontrar extremos globales es encontrar todos los extremos locales, utilizando los multiplicadores de Lagrange o las condiciones KKT (Karush-Kuhn-Tucker), y elegir el más pequeño (o el más grande). A continuación necesita verificar los extremos en el límite del conjunto definido por las restricciones y en el infinito, si el conjunto no tiene límites.

Para ilustrar el estudio de costes se realizarán los cálculos para los dos casos de estudio de un *SSLFR* que se destacaron en la subsección anterior, siendo $L \times W = 2.4 \times 2.5$ y $L \times W = 2.1 \times 2.0$. Cada uno de estos casos se estudiará para todas las combinaciones de movimiento posibles. Se considera $C_{fg} = 1$ para las configuraciones sin movimientos laterales, $C_{fg} = 2$ para las configuraciones con un movimiento lateral y $C_{fg} = 3$ para las configuraciones que tengan dos movimientos laterales.

En los cálculos realizados para $L \times W = 2.4 \times 2.5$ se fijó el rango de variación de n , que es un dato de entrada del programa, entre $n_{min} = 10$ y $n_{max} = 15$ (siendo el número total de espejos del *SSLFR* $2n + 1$). Con ese dato de entrada se obtiene que el rango de variación de W es entre $W_{min} = 0.075188$ (m) y $W_{max} = 0.111111$ (m). De esta manera, para el caso $C_{fg} = 3$ se obtiene:


```

ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{7495.24, {WM -> 0.0932836, n -> 12}}

```

(6.5)

Con un solo movimiento lateral ($C_{fg} = 2$):

```

ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{7218.24, {WM -> 0.0932836, n -> 12}}

```

(6.6)

y para $C_{fg} = 1$:

```

ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{6941.24, {WM -> 0.0932836, n -> 12}}

```

(6.7)

Como se puede observar, el punto óptimo es el mismo para los tres casos, ya que las dimensiones de diseño son las mismas. Sin embargo, el coste total varía de un caso a otro, ya que los diseños que permiten mayor número de movimientos laterales son más caros. En la figura 6.10 se puede encontrar la representación gráfica de los valores para $C_{fg} = 3$, siendo el coste total de un *SSLFR* en el punto mínimo de 7495.24€. El coste total de cada diseño de *SSLFR* se puede encontrar en las expresiones (6.5), (6.6) y (6.7), siendo el primer dato de la salida del programa (última línea del código)

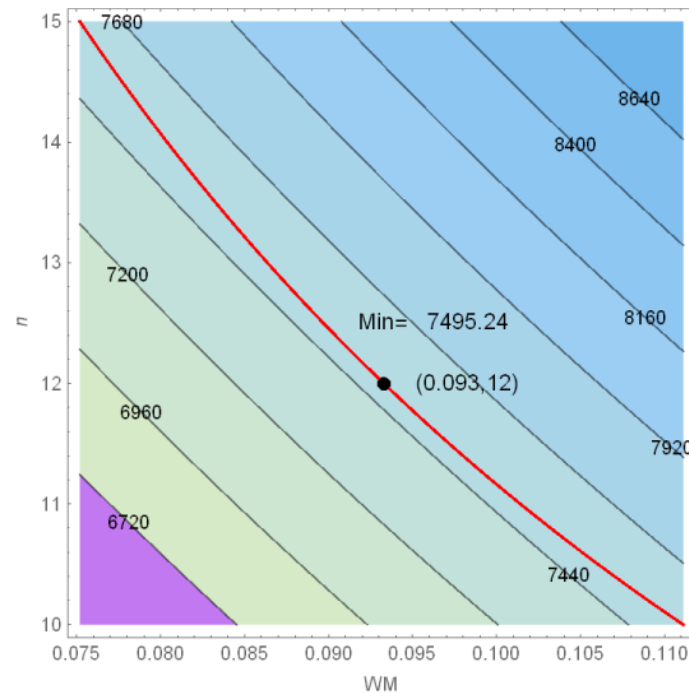


Fig. 6.10. Tamaño óptimo de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

De igual manera, se resuelve el otro supuesto, y en este caso para $L \times W = 2.1 \times 2.0$ se ha decidido fijar los límites de n entre $n_{min} = 8$ y $n_{max} = 13$. Conocido este dato se obtienen los límites de W . En este caso la variación es entre $W_{min} = 0.0690846$ (m) y $W_{max} = 0.10989$ (m). Para el caso $C_{fg} = 3$ se obtiene la siguiente salida:

```
ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{6394.54, {WM -> 0.0888889, n -> 10}}
```

(6.8)

para el caso $C_{fg} = 2$ se obtiene:

```
ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{6117.54, {WM -> 0.0888889, n -> 10}}
```

(6.9)

y en el caso de un diseño sin movimientos laterales ($C_{fg} = 1$) se obtiene la expresión (6.10), coincidiendo el punto óptimo en $n = 10$ espejos a cada lado del central para todos los casos y obteniéndose el coste más bajo para éste en concreto:

```
ss = Minimize[{CT,
  WMmin <= WM <= WMmax && nmin <= n <= nmax &&
  W == WM * (1 + 2.15 * n) &&
  Element[WM, Reals] && Element[n, Integers]}, {WM, n}]
{5840.54, {WM -> 0.0888889, n -> 10}}
```

(6.10)

Si se representa la salida del programa de manera gráfica se obtiene la figura 6.11. En este caso la gráfica corresponde al caso $C_{fg} = 3$ ya que muestra el precio obtenido para un *SSLFR* con dos movimientos laterales, 6394.54€.

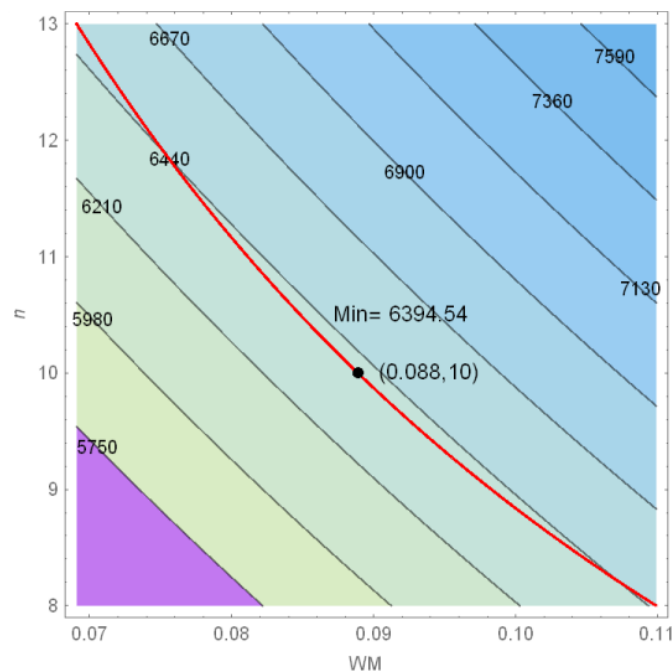


Fig. 6.11. Tamaño óptimo de un *SSLFR*. Fuente: Elaboración propia.

6.4. Estudio longitudinal. Elección de los parámetros L_a , L_a^l y L_a^r

En este apartado se calcularán los parámetros L_a , L_a^l y L_a^r . Para realizar esos cálculos se debe fijar el valor de L . Se estudiarán las 7 configuraciones para las dos localizaciones de estudio (Almería y Berlín) para los dos casos de interés: $L = 2.4$ y $L = 2.1$ (m). Como se explicó en el apartado 5.2, se optimizarán los valores de L_a^l y L_a^r de manera que la energía absorbida en conjunto a lo largo del año se maximice. Con estos parámetros se conocerá no solo L_a , la longitud total del tubo absorbedor, sino que se conoce la situación óptima del tubo absorbedor sobre el *SSLFR*.

Como se puede ver en la tabla 6.10, las configuraciones C_1 , C_2 y C_5 proporcionan un $L_a = L$. Esto se debe a que el tubo y los espejos son paralelos en todo momento, gracias a los movimientos del *SSLFR*.

Las configuraciones en las que $L_a^l = L_a^r$, son las más ventajosas de cara a empaquetar *SSLFRs* en tejados de edificios, ya que el tubo absorbedor queda encima del campo de espejos. En las configuraciones en las que $L_a^l \neq L_a^r$ el tubo absorbedor se encuentra desplazado con respecto al centro del campo de espejos del *SSLFR* y, por lo tanto, causará problemas de sombreado a los *SSLFRs* adyacentes. En caso de utilizar una de esas configuraciones se deberían reconsiderar los valores de espaciado entre *SSLFRs* para evitar estos problemas.

La configuración C_2 es la que resultaría más beneficiosa para la instalación en tejados ya que el tubo absorbedor se coloca encima del campo de espejos y ambos tienen la misma longitud, lo cual facilita el diseño. Esta configuración, al tener doble movimiento, ambos a $\theta_z/2$ asegura que la estructura móvil y el sistema del reflector secundario son paralelos, lo que optimiza la absorción de energía.

En las figuras 6.12-6.39 se representa el estudio longitudinal para cada configuración en los 4 escenarios de estudio. Cada figura representa la posición óptima del tubo absorbedor para cada día, a lo largo de un año. La curva superior (azul) representa el valor de L_a^r mientras que la inferior (verde) representa L_a^l . Las rectas naranja y roja representan los valores de L_a^l y L_a^r que optimizan la posición del tubo absorbedor para todos los días. Esta posición óptima será la que minimice tanto las pérdidas end loss como las pérdidas por luz reflejada fuera del tubo absorbedor. La distancia entre estas dos rectas será L_a .

Como se puede ver en las figuras 6.13, 6.20, 6.27 y 6.34, la configuración C_2 consigue anular estas pérdidas para todos los días del año. Esto se debe al doble movimiento en paralelo de la estructura, que asegura que todos los rayos reflejados lleguen al tubo absorbedor.

Tabla 6.10. Parámetros L_a , L_a^l y L_a^r

Lugar = Almería $L = 2.4(m)$							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
L_a^l	-2.23746	-1.2	-1.42178	-1.13794	-0.327456	-0.304896	-0.389239
L_a^r	0.16254	1.2	1.42178	1.13794	2.07254	2.19278	2.62664
L_a	2.4	2.4	2.84356	2.27588	2.4	2.40767	3.01588
Lugar = Berlín $L = 2.4(m)$							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
L_a^l	-0.665864	-1.2	-1.7674	-1.07533	-0.0354083	-0.0386346	-0.0621
L_a^r	-3.06587	1.2	1.7674	1.07533	2.36459	2.37941	3.95286
L_a	2.4	2.4	3.53479	2.15066	2.4	2.41805	4.01496
Lugar = Almería $L = 2.1(m)$							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
L_a^l	-2.08746	-1.05	-1.24406	-0.995697	-0.177456	-0.193473	-0.229931
L_a^r	0.0125396	1.05	1.24406	0.995697	1.92254	1.93928	2.428
L_a	2.1	2.1	2.48812	1.99139	2.1	2.13275	2.65793
Lugar = Berlín $L = 2.1(m)$							
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇
L_a^l	-2.91587	-1.05	-1.54647	-0.940915	0.114592	0.124855	0.2434
L_a^r	-0.815874	1.05	1.54647	0.940915	2.21459	2.21591	3.69198
L_a	2.1	2.1	3.09294	1.88183	2.1	2.09106	3.44858

Estudio longitudinal, caso $L = 2.4$ (m) Almería. Fuente: Elaboración propia.

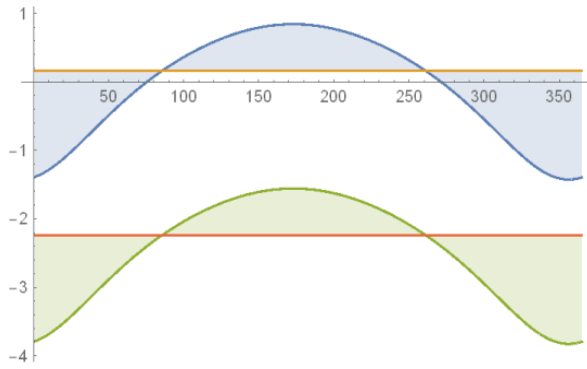


Fig 6.12. Configuración C₁.

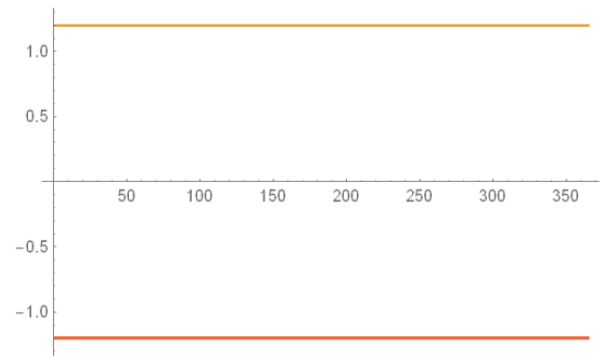


Fig 6.13. Configuración C₂.

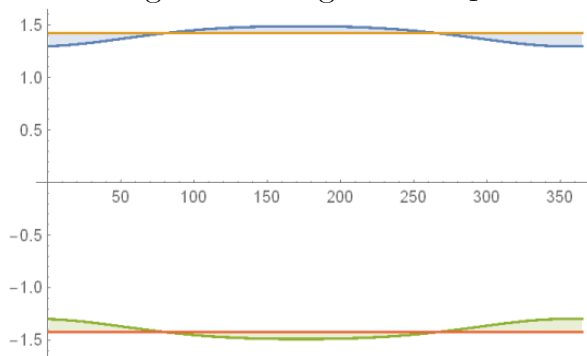


Fig 6.14. Configuración C₃.

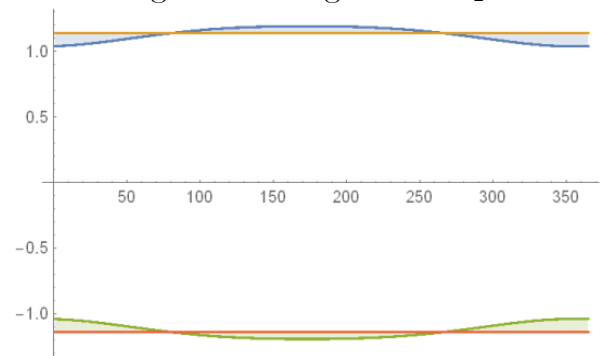


Fig 6.15. Configuración C₄.

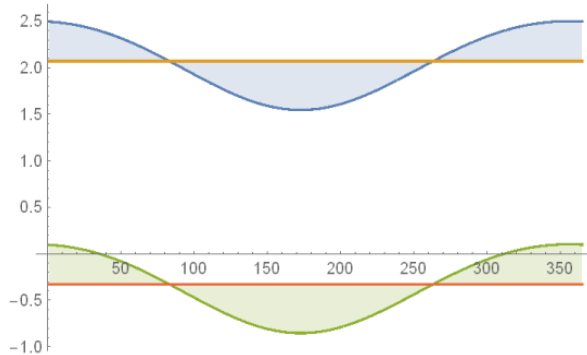


Fig 6.16. Configuración C₅.

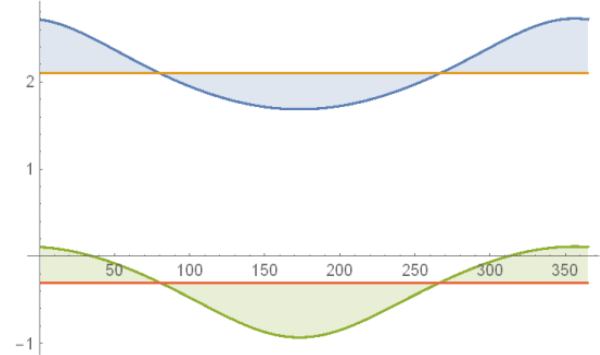


Fig 6.17. Configuración C₆.

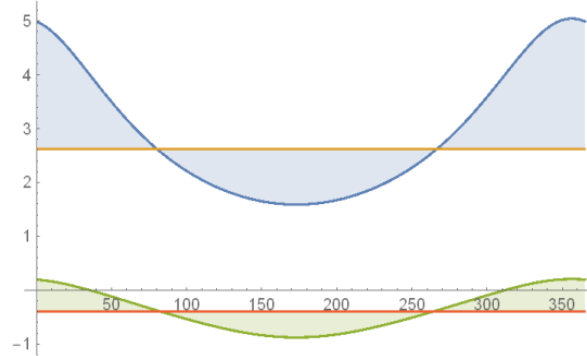


Fig 6.18. Configuración C₇.

Estudio longitudinal, caso $L = 2.1$ (m) Almería. Fuente: Elaboración propia.

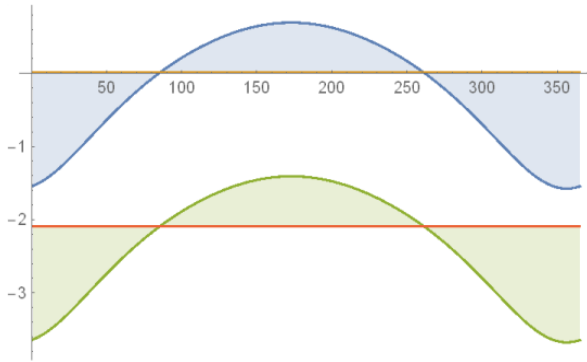


Fig 6.19. Configuración C₁.

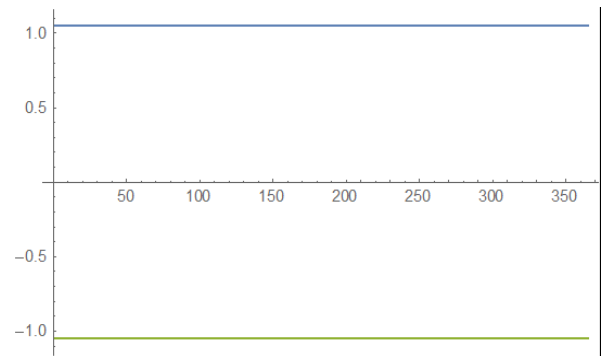


Fig 6.20. Configuración C₂.

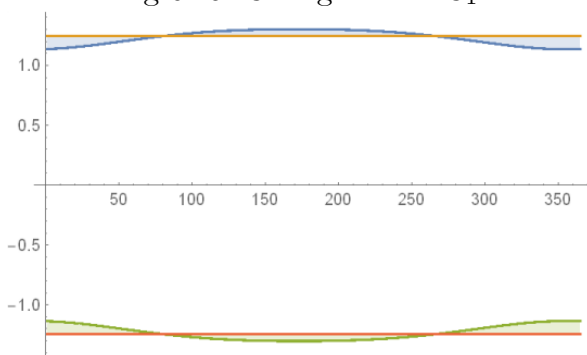


Fig 6.21. Configuración C₃.

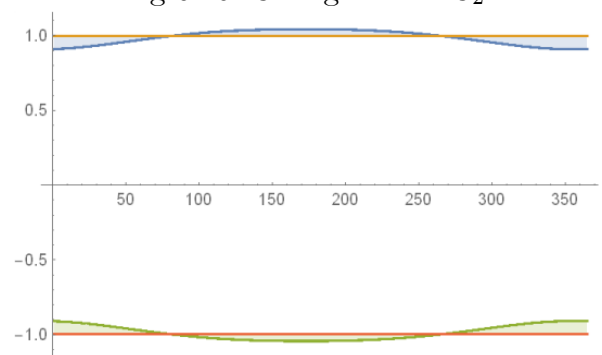


Fig 6.22. Configuración C₄.

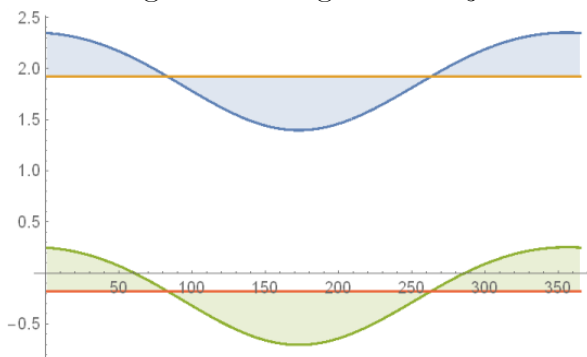


Fig 6.23. Configuración C₅.

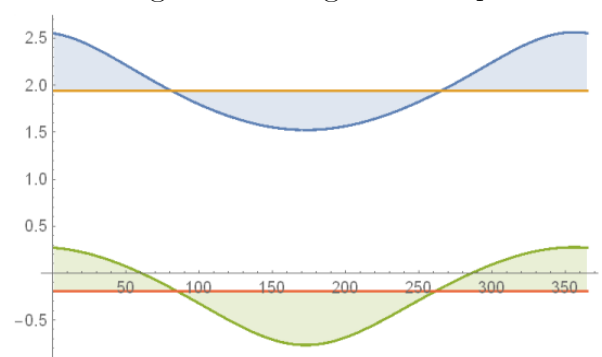


Fig 6.24. Configuración C₆.

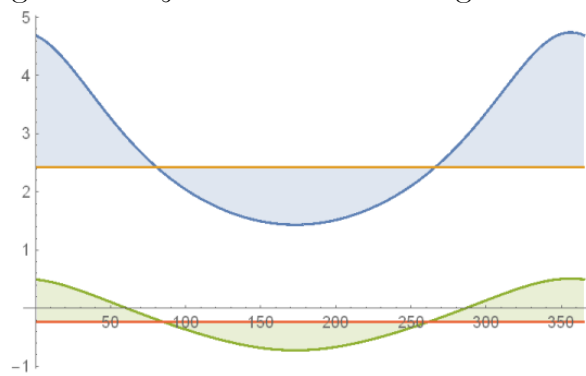


Fig 6.25. Configuración C₇.

Estudio longitudinal, caso $L = 2.4$ (m) Berlín. Fuente: Elaboración propia.

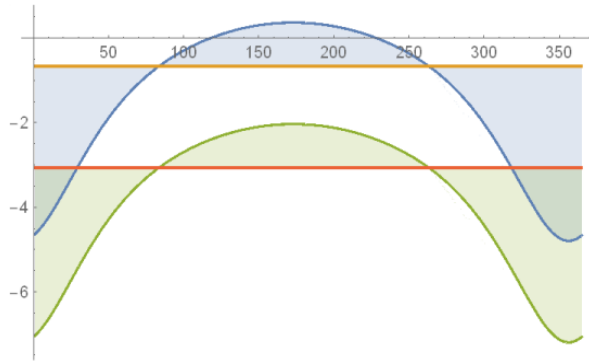


Fig 6.26. Configuración C₁.

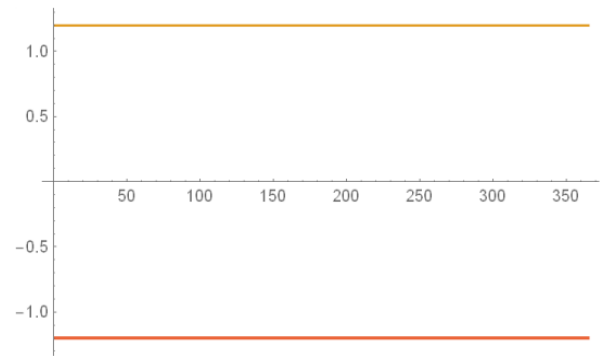


Fig 6.27. Configuración C₂.

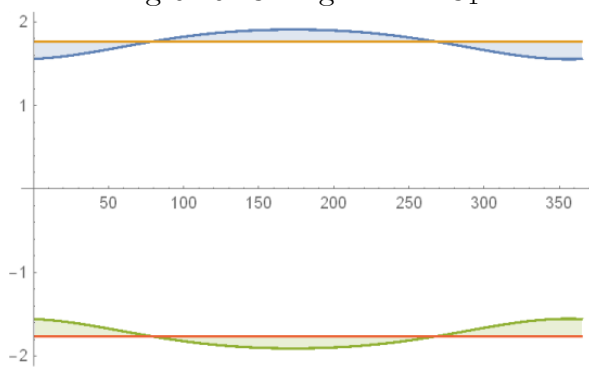


Fig 6.28. Configuración C₃.

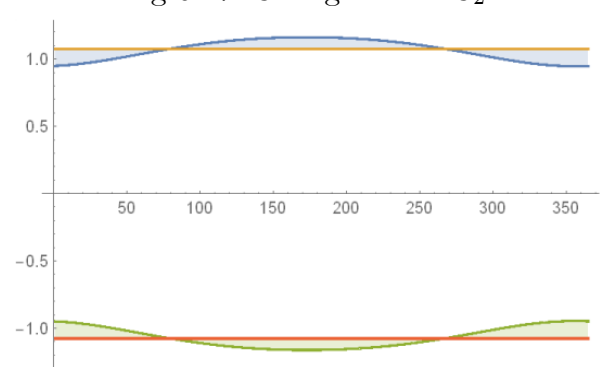


Fig 6.29. Configuración C₄.

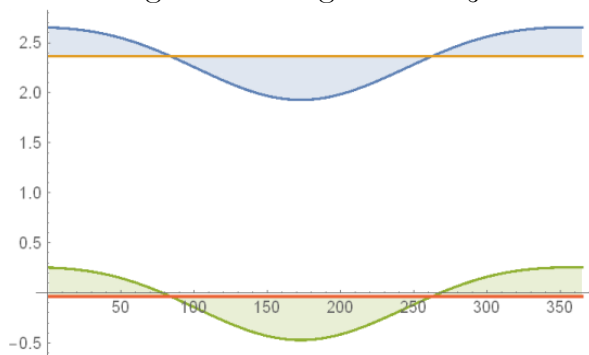


Fig 6.30. Configuración C₅.

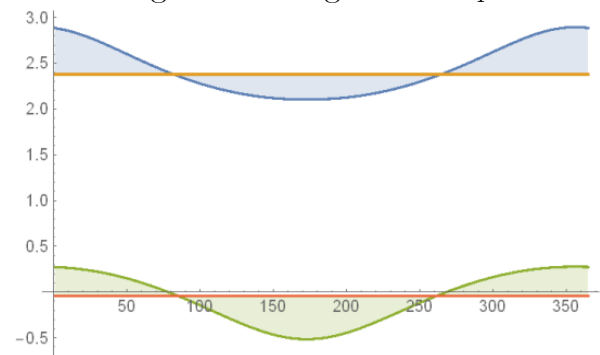


Fig 6.31. Configuración C₆.

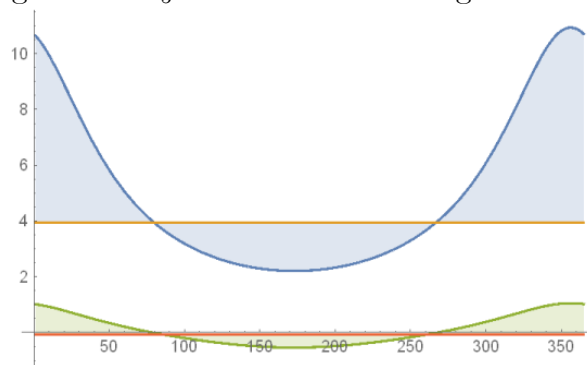


Fig 6.32. Configuración C₇.

Estudio longitudinal, caso $L = 2.1$ (m) Berlín. Fuente: Elaboración propia.

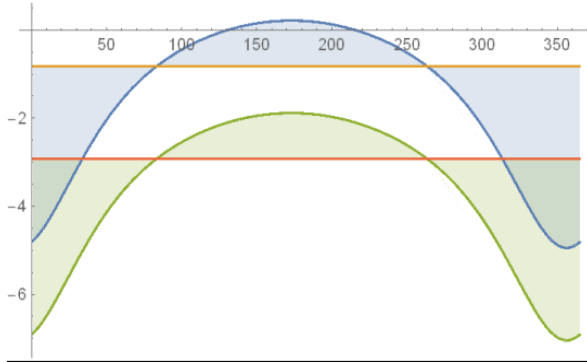


Fig 6.33. Configuración C₁.

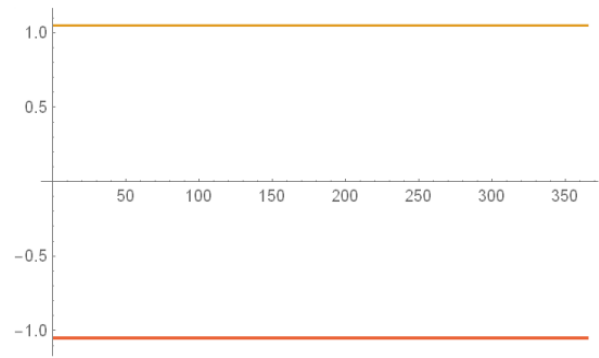


Fig 6.34. Configuración C₂.

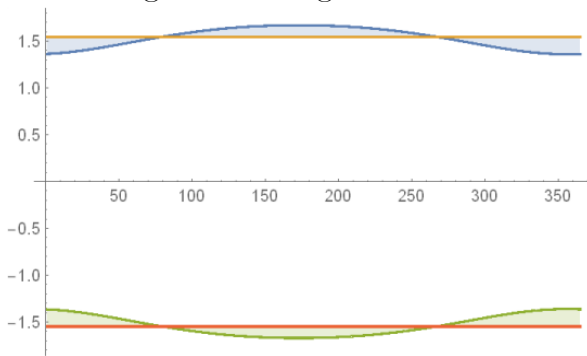


Fig 6.35. Configuración C₃.

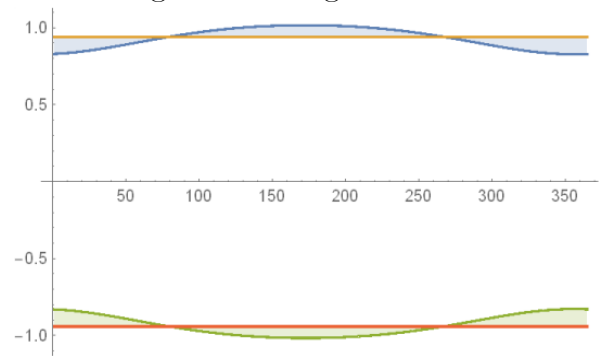


Fig 6.36. Configuración C₄.

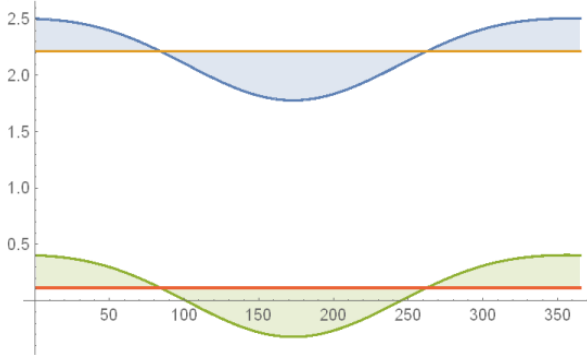


Fig 6.37. Configuración C₅.

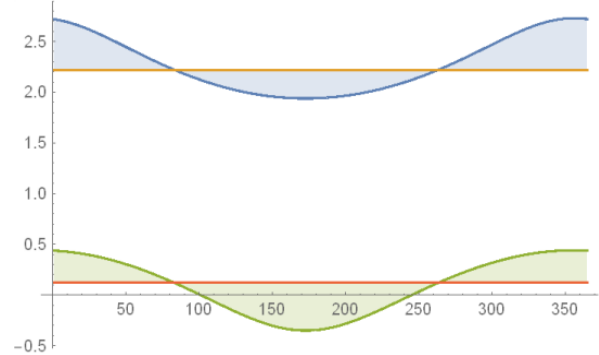


Fig 6.38. Configuración C₆.

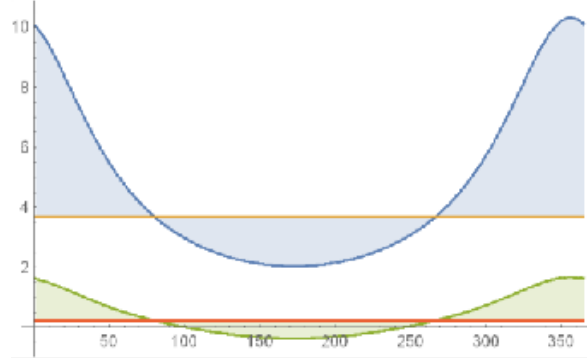


Fig 6.39. Configuración C₇.

6.5. Verificación de los parámetros

El último paso de la metodología consiste en la verificación de los datos obtenidos en los pasos anteriores. Para ello se calcula la energía anual total absorbida para cada diseño. La Tabla 6.14 muestra la energía absorbida por el tubo absorbedor por año para la configuración óptima que se presentó en la figura 6.4. Todos los cálculos se basan en una distribución sub-horaria, con irradiancia normal directa, para la localización específica que se ha escogido para realizar este estudio: Almería (España) que tiene una latitud de $36^{\circ}50'07''N$, una longitud de $02^{\circ}24'08''W$, y una altitud de 22 (m). La base de datos utilizada y los datos integrados del sistema [87] se han utilizado para la estimación de la irradiancia solar. Se han usado a su vez las simulaciones numéricas presentadas en [46] en las que se utiliza un código implementado en MATLABTM, el cual incorpora subrutinas, discretizadas cada 10 minutos con las que se calcula: el DNI , la posición de los espejos, el IAF_i , la l_{ciai} , y la l_a . A la hora de realizar este estudio se han tenido en cuenta tanto los efectos de sombreado como los de bloqueo y pérdidas end loss.

Tabla 6.14. Energía anual absorbida por el tubo absorbedor (MWh) $AR < 1$.

Orientación	Algoritmo		
	I	II	III
15°	60.85	71.94	77.08
45°	60.50	67.83	46.59
60°	73.38	66.18	61.66

Los mismos cálculos se han realizado para los casos estudiados para $AR = 1$, $AR > 1$. Como se puede observar al comparar los valores de las tablas resumen 6.6, 6.7 y 6.8 con los valores de la energía absorbida recogidos en las tablas 6.14, 6.15 y 6.16, para todos los casos se cumple que el diseño con mayor r obtiene una mayor energía absorbida anual. De esta manera se verifica que los criterios de evaluación escogidos y, por tanto los valores de los parámetros, optimizan el diseño.

Tabla 6.15. Energía anual absorbida por el tubo absorbedor (MWh) $AR = 1$.

Orientación	Algoritmo		
	I	II	III
15°	115.10	130.59	136.26
30°	116.15	129.62	124.20
60°	130.83	117.98	124.20

Tabla 6.16. Energía anual absorbida por el tubo absorbedor (MWh) $AR > 1$.

Orientación	Algoritmo		
	I	II	III
15°	63.91	69.56	74.52
30°	68.82	75.82	63.88
45°	70.37	69.56	58.99

Capítulo 7

Conclusiones finales

A lo largo de este trabajo se ha diseñado una nueva metodología que determina el número de reflectores y sus parámetros geométricos para diseñar una instalación de reflectores lineales Fresnel a pequeña escala en terrazas urbanas. Para ello se han desarrollado los siguientes apartados:

-Identificar las características del problema a tratar y establecer los parámetros de estudio. En este apartado se debe estudiar el *SSLFR*, la terraza y los parámetros que los relacionan.

-Se ha realizado un análisis de los parámetros que se consideraron interesantes en el paso anterior.

-Se han desarrollado una serie de algoritmos de empaquetamiento que garanticen que se optimiza el área de espejos a instalar en la terraza. Es necesario aplicar los tres algoritmos de empaquetamiento a cada caso estudiado, ya que no hay un algoritmo que garantice la solución óptima en todas las situaciones.

-Se presenta un estudio del coste de un *SSLFR*, que se utiliza para optimizar las dimensiones del mismo de manera que se asegure el menor coste para el diseño escogido.

-Se ha realizado un estudio longitudinal de varias configuraciones posibles para evaluar la más adecuada al diseño.

-De todas las configuraciones estudiadas para un *SSLFR*, se recomienda el uso de la C_2 , con doble movimiento a $\theta_z/2$ para la instalación de *SSLFRs* ya que, en colectores a pequeña escala el estudio lateral es más significativo y la configuración C_2 asegura un diseño compacto (que minimiza las pérdidas de los *SSLFR* adyacentes) y con los espejos y el tubo absorbedor paralelos en todo momento (lo que maximiza la absorción, mejorando la eficiencia energética del diseño).

-Los criterios de selección de parámetros escogidos garantizan que el diseño que se obtiene con esta metodología maximiza la energía total anual absorbida.

Bibliografía

- [1] UN Treaty Collection, Kyoto Protocol to the United Nations Framework Convention on Climate Change, 1998.
- [2] European Council Report. http://www.consilium.europa.eu/uedocs/cms_data/docs/pressdata/en/ec/145397.pdf, 2014 (*consultado 30.11.17.*)
- [3] United Nations. World Urbanization Prospects: Revision 2014, 2014.
- [4] Directive 2010/31/EC. On the Energy Performance of Buildings, 2010.
- [5] D.G. Gunjo, P. Mahanta, P.S. Robi, CFD and experimental investigation of flat plate solar water heating system under steady state condition, *Renewable Energy* 106 (2017) 24-36.
- [6] B. Zou, J. Dong, Y. Yao, Y. Jiang, An experimental investigation on a small-sized parabolic trough solar collector for water heating in cold areas, *Applied Energy* 163 (2016) 396–407.
- [7] N. Mohajeri, G. Upadhyay, A. Gudmundsson, D. Assouline, J. Kämpf, J.-L. Scartezzi-
ni, Effects of urban compactness on solar energy potential, *Renewable Energy* 93 (2016) 469-482.
- [8] L. Martin, L. March, (Eds.), *Urban Space and Structures*, Cambridge University Press, UK, 1972.
- [9] K. Steemers, N. Baker, D. Crowther, J. Dubiel, M.H. Nikolopoulou, C. Ratti, City texture and microclimate, *Urban Design Studies* 3 (1997) 25-50.
- [10] K.S. Lee, J. W. Lee, J.S. Lee, Feasibility study on the relation between housing density and solar accessibility and potential uses, *Renewable Energy* 85 (2016) 749-758.
- [11] B. Giffith, P. Torcellini, N. Long, Assessment of the Technical Potential for Achieving Zero-Energy Commercial Buildings, ACEEE Summer Study Pacific Grove, 2006T.
- [12] Sultana, G.L. Morrison, G. Rosengarten, Thermal performance of a novel rooftop solar micro-concentrating collector, *Solar Energy* 86 (2012) 1992–2000.
- [13] T. Sultana, G.L. Morrison, R.A. Taylor, G. Rosengarten, Numerical and experimental study of a solar micro concentrating collector, *Solar Energy* 112 (2015) 20-29.

- [14] G. Mokhtar, B. Boussad, S. Noureddine, A linear Fresnel reflector as a solar system for heating water: Theoretical and experimental study, *Case Studies in Thermal Engineering* Case 8 (2016) 176–186.
- [15] P. Bermejo, F.J. Pino, F. Rosa, Solar absorption cooling plant in Seville, *Solar Energy* 84 (2010) 1503–1512.
- [16] F.J. Pino, R. Caro, F. Rosa, J. Guerra, Experimental validation of an optical and thermal model of a linear Fresnel collector system, *Applied Thermal Engineering* 50 (2013) 1463–1471.
- [17] M.A. Serag-Eldin, Thermal design of a roof-mounted CLFR collection system for a desert absorption chiller, *International Journal of Sustainable Energy* 33 (2014) 506–524.
- [18] N. Velázquez, O. García-Valladares, D. Saucedo, R. Beltrán, Numerical simulation of a Linear Fresnel Reflector Concentrator used as direct generator in a Solar-GAX cycle, *Energy Conversion and Management* 51 (2010) 434–445.
- [19] R. Singh, Modeling and performance analysis of linear Fresnel collector for process heat generation for ice cream factory in Konya. MS Thesis, Middle East Technical University, 2017.
- [20] A. Häberle, M. Berger, F. Luginsland, C. Zahler, M. Baitsch, H. Henning, M. Rommel, Linear concentrating Fresnel collector for process heat applications. *Solar Paces*. In: 13th International Symposium on Concentrating Solar Power and Chemical Energy Technologies, June 20–23, Sevilla, Spain, 2006.
- [21] J. Rawlins, M. Ashcroft, Report: small scale concentrated solar power – a review of current activity and potential to accelerate employment, carbon trust, 2013.
- [22] A. Barbón, J.A. Sánchez-Rodríguez, L. Bayón, N. Barbón, Development of a fiber daylighting system based on a small scale linear Fresnel reflector: Theoretical elements, *Applied Energy* 212 (2018) 733–745.
- [23] http://www.ree.es/sites/default/files/11_PUBLICACIONES/Documentos/Renovables-2016-v3.pdf (*consultado 10.03.18.*)
- [24] http://www.ree.es/sites/default/files/downloadable/avance_informe_sistema_electrico_2017_v3.pdf (*consultado 10.03.18.*)
- [25] [https://energypedia.info/wiki/Concentrating_Solar_Power_\(CSP\)_-_Technology](https://energypedia.info/wiki/Concentrating_Solar_Power_(CSP)_-_Technology) (*consultado 30.11.17.*)
- [26] https://www.iea.org/publications/freepublications/publication/csp_roadmap.pdf (*consultado 23.03.18.*)
- [27] <http://thegreenwombat.com/tag/kimberlina/> (*consultado 13.04.18.*)
- [28] <http://www.ohlindustrial.com/proyectos/planta-termosolar-30-mw-puerto-errado-2-murcia/> (*consultado 30.01.17.*)
- [29] https://www.nrel.gov/csp/solarpaces/linear_fresnel.cfm (*consultado 23.03.18.*)

- [30] Novatec-Solar, Technical Data NOVA-1, Puerto Errado; 2015. [http:// www.novatec-biosol.com/](http://www.novatec-biosol.com/)
- [31] <http://helioscsp.com/ntpc-awards-the-contract-for-asias-first-integrated-concentrated-solar-power-plant/> (*consultado 23.03.18.*)
- [32] M.J., Montes, C., Rubbia, R. Abbas ,and J.M., Martínez-Val, A comparative analysis of configurations of linear Fresnel collectors for concentrating solar power, *Energy* 73 (2014), 192-203.
- [33] R. Grena, P.Tarquini, Solar linear Fresnel collector using molten nitrates as heat transfer fluid, *Energy* 36 (2011) 1048-1056.
- [34] J.W. Spencer. - Fourier series representation of the position of the sun. *Search*, (1971) 2:172.
- [35] P.I. Cooper. - The absorption of solar radiation in solar stills. *Solar Energy*, (1969) 12:3.
- [36] Sun Positions Algorithm Solpos, 2015. <http://rredc.nrel.gov/solar/codesandalgorithms/>
- [37] J. A. Duffie, W. A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 2006
- [38] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Otero, Theoretical elements for the design of a small scale Linear Fresnel Reflector: Frontal and Lateral Views, *Solar Energy* 132 (2016) 188-202.
- [39] P.H. Theunissen, W.A. Beckman, Solar transmittance characteristics of evacuated tubular collectors with diffuse back reflectors, *Solar Energy* 35 (1985) 311-320.
- [40] C. Bayón-Cueli. Trabajo fin de grado "Trazador de rayos", Universidad de Oviedo, Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón (2016).
- [41] S. Pu, C. Xia, End-Effect of Linear Fresnel Collectors, *Proc. Conf. APPEEC*, (2011) 1-4.
- [42] Y. Elmaanaoui, D. Saifaoui, Parametric analysis of end loss efficiency in linear Fresnel reflector, *Renewable and Sustainable Energy Conference*, (2014) 104-107.
- [43] R.M. Muthusivagami, The impact of end effects in parabolic trough collector pilot set-ups, *Electrical Energy Systems (ICEES)*, (2011) 237-239.
- [44] Directive 2009/28/EC, 2009. On the promotion of the use of energy from renewable sources.
- [45] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Otero, Optimization of the length and position of the absorber tube in small-scale Linear Fresnel Concentrators, *Renewable Energy* 99 (2016) 986-995.
- [46] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A.Sánchez-Rodríguez, Parametric study of the small scale linear Fresnel reflector, *Renewable Energy* 116 (2018) 64-74.
- [47] Spanish Technical Building Code Royal Decree 314/2006 of 17 March 2006

- [48] Y. Zhu, J. Shi, Y. Li, L. Wang, Q. Huang, G. Xu, Design and thermal performances of a scalable linear Fresnel reflector solar system, *Energy Conversion and Management* 146 (2017) 174–181.
- [49] A. Barbón, N. Barbón, L. Bayón, J.A. Sánchez-Rodríguez, Optimization of the distribution of small scale linear Fresnel reflectors on roofs of urban buildings, *Applied Mathematical Modelling* 59 (2018) 233–250.
- [50] A. Barbón, J.A. Sánchez-Rodríguez, L. Bayón, C. Bayón-Cueli, Cost estimation relationships of a small scale linear Fresnel reflector, *Renewable Energy* xxx (2018) xx-xx. (En proceso de revisión).
- [51] S.S. Mathur, T.C. Kandpal, B.S. Negi, Optical design and concentration characteristics of linear Fresnel reflector solar concentrators-I. Mirror elements of varying width, *Energy Convers. Manag.* 31 (3) (1991) 205-219.
- [52] S.S. Mathur, T.C. Kandpal, B.S. Negi, Optical design and concentration characteristics of linear Fresnel reflector solar concentrators- II. Mirror elements of equal width, *Energy Convers. Manag.* 31 (3) (1991) 221-232.
- [53] M. Binotti, G. Manzolini, G. Zhu, An alternative methodology to treat solar radiation data for the optical efficiency estimate of different types of collectors, *Solar Energy* 110 (2014) 807–817.
- [54] M.A. Moghimi, K.J. Craig, J.P. Meyer, A novel computational approach to combine the optical and thermal modelling of Linear Fresnel Collectors using the finite volume method, *Solar Energy* 116 (2015) 407–427.
- [55] J.A. Duffie, W.A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, fourth ed. John Wiley & Sons, New York (2013).
- [56] V.M. Sharma, J.K. Nayak, S.B. Kedare, Comparison of line focusing solar concentrator fields considering shading and blocking, *Solar Energy* 122 (2015) 924–939.
- [57] S. Gadsden, M. Rylatt, K. Lomas, D. Robinson, Predicting the urban solar fraction: a methodology for energy advisers and planners based on GIS, *Energy and Buildings* 35 (2003) 37-48.
- [58] S. Izquierdo, M. Rodrigues, N. Fueyo, A method for estimating the geographical distribution of the available roof surface area for large-scale photovoltaic energy-potential evaluations, *Solar Energy* 82 (2008) 929-939.
- [59] L.K. Wiginton, H.T. Nguyen, J.M. Pearce, Quantifying rooftop solar photovoltaic potential for regional renewable energy policy, *Computers, Environment and Urban Systems* 34 (2010) 345 -357.
- [60] H. Bryan, H. Rallapalli, J. Jin Ho, Designing a solar ready roof: Establishing the conditions for a high-performing solar installation, In 39th ASES National Solar Conference 5 (2010) 4081-4110.
- [61] L. Bergamasco, P. Asinari, Scalable methodology for the photovoltaic solar energy potential assessment based on available roof surface area: Application to Piedmont Region (Italy), *Solar Energy* 85 (2011) 1041–1055.

- [62] MVIV. Ministry of Housing (Spanish Government). Technical Building Code (RD 314/2006, March 17th); Basic Document: Basic health safety (HS) requirements, 2009.
- [63] H. Dyckhoff, A typology of cutting and packing problems, *European Journal of Operations Research* 44 (1990) 145-159.
- [64] S. Imahori, M. Yagiura, H. Nagamochi, Practical algorithms for two-dimensional packing, Department of Mathematical Informatics, University of Tokyo METR2006-19 (2006).
- [65] E.G. Coffman, M.R. Garey, D.S. Johnson, Approximation algorithms for bin-packing - A Survey, in *Approximation Algorithms for bin packing for NP-Hard Problems*, Hochbaum, D.S. (eds), PWS Publishing Company, Boston, 46-93, 1997.
- [66] A. Lodi, S. Martello, D. Vigo, Heuristic and metaheuristic approaches for a class of two-dimensional bin packing problems. *INFORMS Journal on Computing* 11 (1999) 345-357.
- [67] S. Martello, P. Toth, *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*. Wiley and Sons, Chichester, 1990.
- [68] Y.L. Wu, W. Huang, S. Lau, C.K. Wong, G.H. Young, An effective quasi-human based heuristic for solving the rectangle packing problem, *European Journal of Operational Research* 141 (2002) 341-358.
- [69] P.C. Gilmore, R.E. Gomory, Multistage cutting stock problems of two and more dimensions, *Operations research* 13 (1965) 94-120.
- [70] R.A. Valdes, A. Parajon, J.M. Tamarit, A tabu search algorithm for large-scale guillotine (un)constrained two-dimensional cutting problems, *Computers & Operations Research* 29 (2002) 925-947.
- [71] F. Vanderbeck, A nested decomposition approach to a three-stage, two-dimensional cutting-stock problem, *Management Sci.* 47 (2001) 864-879.
- [72] R. Morabito, S. Morales, A simple and effective recursive procedure for the manufacturer's pallet loading problem, *Journal of the Operational Research Society* 49 (1998) 819-828.
- [73] E.G. Birgin, R.D. Lobato, R. Morabito, An effective recursive partitioning approach for the packing of identical rectangles in a rectangle, *Journal of the Operational Research Society* 61 (2010) 306-320.
- [74] OEPM. Oficina Española de Patentes y Marcas. [cited 2017, February 14th].
- [75] A. Niazi, J.S. Dai, S. Balabani, L. Seneviratne, Product cost estimation: Technique classification and methodology review, *Journal of Manufacturing Science and Engineering* 128 (2) (2006) 563 - 575.
- [76] P. Sandborn, *Cost analysis of electronic systems*, World Scientific Publishing Co. Ptr. Ltd., Singapore, 2013.

- [77] I. Reda, A. Andreas, Solar position algorithm for solar radiation applications, *Solar Energy* 76 (2004) 577–589.
- [78] J.J. Michalsky, The astronomical Almanac’s algorithm for approximate solar position (1950–2050), *Solar Energy* 40 (1988) 227–235.
- [79] M. Blanco-Muriel, D.C. Alarcon-Padilla, T. Lopea-Moratalla, M. Lara-Coira, Computing the solar vector, *Solar Energy* 70 (2001) 431–441.
- [80] R. Grena, An algorithm for the computation of the solar position, *Solar Energy* 82 (2008) 462–470.
- [81] R. Grena, Five new algorithms for the computation of sun position from 2010 to 2110, *Solar Energy* 86 (5) (2012) 1323–1337.
- [82] S. Malav, S. Vadhera, Hardware implementation of solar tracking system using a stepper motor, in: *IEEE International Conference on Energy, Power and Environment (ICEPE)*, IEEE, 2015.
- [83] X. Jin, G. Xu, R. Zhou, X. Luo, Y. Quan, A Sun Tracking System Design for a Large Dish Solar Concentrator, *International Journal of Clean Coal and Energy* 2 (2013) 16–20.
- [84] R. Abd Rahim, M.N.S. Zainudin, M.M. Ismail, M.A. Othman, Image-based solar tracker using raspberry pi, *Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology (JMEST)* 1(5) (2014) 369–373.
- [85] L.E. Palomino, G. Alexandre, Solar radiation monitoring using electronic embedded system raspberry pi database connection MySQL, ubidots and TCS-230 sensor, in: *IEEE Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON)*, IEEE, 2015.
- [86] J.T. Black, *The desian of the Factorv with a Future*, McGraw Hill, Inc., New York, 1991.
- [87] Andalusian Energy Agency (AEA). <https://www.agenciaandaluzadelaenergia.es>.