Dinámica de la partícula: Fuerzas

Fuerzas

- La dinámica estudia el movimiento en relación con las causas que lo producen: *Las fuerzas*.

- Fuerza: toda causa capaz de modificar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo o producir en él deformaciones y tensiones.

- Algunas fuerzas son el resultado de la acción conjunta de otras más elementales que actúan a nivel microscópico:
  - Fuerzas de enlace químico
  - Fuerzas elásticas
  - Fuerzas de contacto entre superficies
  - Fuerzas de resistencia en fluidos

Interacciones fundamentales

- Origen: propiedades intrínsecas de las partículas que componen la materia: masa, carga eléctrica …

- Hay cuatro interacciones fundamentales:
  - *Gravitatoria:* asociada a la masa de las partículas.
  - *Electromagnética:* producida por las cargas eléctricas.
  - *Nuclear fuerte:* responsable de la cohesión del núcleo atómico.
  - *Nuclear débil:* interviene en ciertas desintegraciones radiactivas.

Leyes de la dinámica

- Objetivo: determinar el movimiento de un cuerpo a partir de las fuerzas que actúan sobre él
- Es necesario conocer la relación entre fuerza y movimiento.
- Las tres leyes del movimiento fueron establecidas formalmente por Isaac Newton (1642-1727)

Leyes de la dinámica

1 Ley de Newton o Ley de inercia

- Caracteriza el movimiento en ausencia de fuerzas (movimiento inercial):

Todo cuerpo en reposo o con movimiento rectilíneo y uniforme mantiene su estado de reposo o movimiento a menos que una fuerza actúe sobre él obligándole a cambiar de velocidad.

$$\vec{F} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{v} = cte$$

Leyes de la dinámica

2. Ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

- Establece una relación entre la fuerza y el cambio de movimiento que produce (aceleración).

- La aceleración que adquiere un cuerpo es proporcional a la fuerza aplicada

$$a \propto F \ (siendo\ m\ cte)$$

- La aceleración que adquiere un cuerpo es inversamente proporcional a su masa

$$a \propto \frac{1}{m} \ (siendo\ F\ cte)$$

$$a \propto \frac{F}{m} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

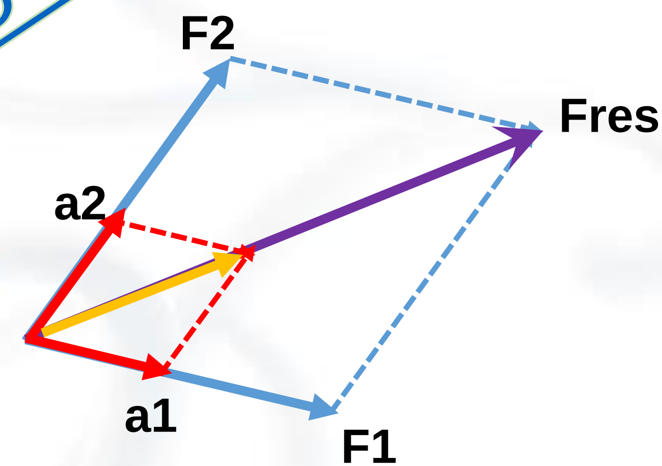
SI: **newton** 1N=1 kg m/s^2

GS: **dina** 1dyn= 1g cm/s^2

- Dimensiones [F]= MLT^{-2}

2. Ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

- **F:** <u>*fuerza neta o motriz*</u> que actúa sobre la partícula, *i.e.* la resultante de todas las fuerzas
- Dadas dos fuerzas $\mathbf{F}_1$ y $\mathbf{F}_2$ actuando simultáneamente sobre la partícula en distintas direcciones
- La aceleración es la suma vectorial de las aceleraciones $\mathbf{a}_1$ y $\mathbf{a}_2$ que producen las fuerzas por separado.



- La segunda ley de Newton para un número cualquiera de fuerzas en forma vectorial queda determinada por:

$$\boxed{\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_R = m\vec{a}}$$

2. Ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

- *Cantidad de movimiento o momento lineal*: vector de la misma dirección y sentido que la velocidad:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Dimensionalmente **[p]**=MLT^{-1}

- **Enunciado general,** sistemas de masa variable:

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}$$

- **Caso particular:** masa del cuerpo constante :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$$

2. Ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

- Enunciado general: sistemas de **masa variable**:

$$\sum_i \vec{F}_i = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\vec{a}$$

- Aunque la fuerza ejercida sea nula, el objeto experimentará una aceleración:

$$\dot{m}\vec{v} + m\vec{a} = 0 \Longrightarrow \vec{a} = -\frac{\dot{m}}{m}\vec{v}$$

-Se puede mantener constante la velocidad si se ejerce una fuerza neta:

$$\vec{a} = \vec{0} \Longrightarrow \vec{F} = \dot{m}\vec{v}$$

Conservación del momento lineal

- Si la **fuerza neta** que actúa sobre un objeto es **igual a cero**, la derivada de la cantidad de movimiento del objeto con respecto al tiempo también lo es:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Longrightarrow m\vec{v} = \text{cte}$$

$$m_1\vec{v}_1 = m_2\vec{v}_2$$

- La cantidad de movimiento del objeto debe ser constante (primera ley de Newton)
- Este es el caso de una partícula aislada (que no interacciona con el entorno)

2. Ley de Newton o ley fundamental de la dinámica

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_R = m\vec{a}$$

- ***CARTESIANAS***

$$F_x = ma_x$$
$$F_y = ma_y$$
$$F_z = ma_z$$

- ***CILINDRICAS***

$$\vec{a}(t) = \left[\ddot{\rho}(t) - \rho(t)\dot{\varphi}^2(t)\right]\vec{u}_\rho + \left[2\dot{\rho}(t)\dot{\varphi}(t) + \rho(t)\ddot{\varphi}(t)\right]\vec{u}_\varphi + \ddot{z}(t)\,\vec{u}_z$$

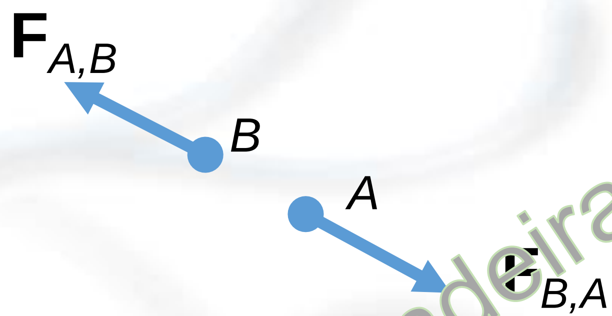
$$F_\rho = m\left[\ddot{\rho}(t) - \rho(t)\dot{\varphi}^2(t)\right]$$
$$F_\varphi = m\left[2\dot{\rho}(t)\dot{\varphi}(t) + \rho(t)\ddot{\varphi}(t)\right]$$
$$F_z = m\ddot{z}(t)$$

- ***INTRINSECAS***

$$\vec{F} = m\vec{a} = m[\dot{v}\vec{u}_T + (v^2/\rho_C)\vec{u}_N]$$

3. Ley de Newton o ley de acción y reacción

- Si un cuerpo *A* ejerce una fuerza $\mathbf{F}_{A,B}$ sobre otro *B*, éste hará lo mismo sobre *A* con una fuerza $\mathbf{F}_{B,A}$ tal que:



$$\vec{F}_{A,B} = -\vec{F}_{B,A}$$

Todas las fuerzas se presentan por parejas, llamadas de acción y reacción, de igual módulo y dirección pero sentido opuesto.

Determinación del movimiento de una partícula conocidas las fuerzas

- Conocidas las fuerzas sobre una partícula, su movimiento se deduce de la ecuación dinámica mediante integración:

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}\,dt = \int \frac{\vec{F}}{m}\,dt \quad \rightarrow \quad \vec{r}(t) = \int \vec{v}\,dt$$

  - **F** puede ser función de **r**, **v** o *t* $\Rightarrow$ integración directa NO siempre posible.

  - Fuerza constante $\Rightarrow$ **a** = **F**/*m* también MRUA

  - Ejemplo: movimiento en la superficie de la Tierra (considerando Peso constante)

$$\vec{F} = -mg\,\mathbf{j} \;\Rightarrow\; \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -g\,\mathbf{j}$$

Determinación del movimiento: fuerzas variables

Ejemplo: Fuerza proporcional a la velocidad

- **NO** podemos integrar directamente la ecuación del movimiento:

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}\,dt = \int \frac{\vec{F}(v)}{m}\,dt$$

- Separación de variables

Ejemplo Movimiento de un cuerpo en el seno de un fluido. Fuerza resistiva debida a la viscosidad. Fuerza proporcional a la velocidad y de sentido opuesto a ella:

$$\vec{F}_r = -k\vec{v}$$

Momento angular respecto de un punto O

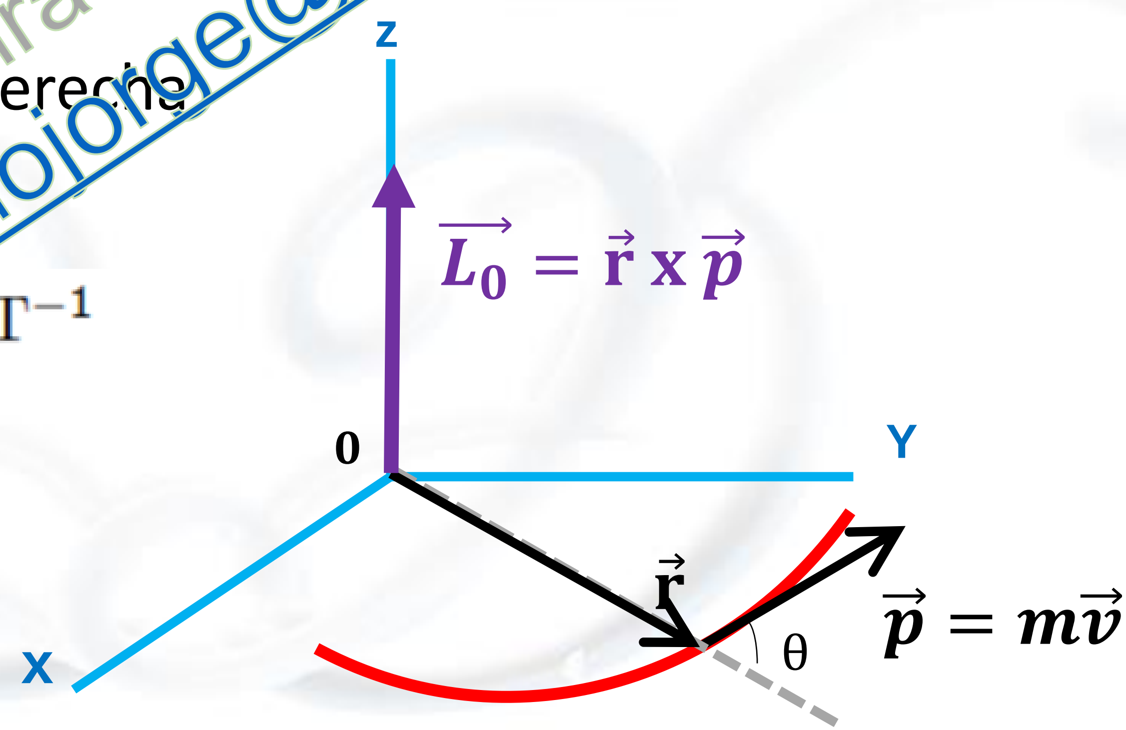
- Momento angular de una partícula de masa *m* respecto de un punto *O* : momento de su cantidad de movimiento **p** = *m***v**:

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}$$

- **Dirección**: vector perpendicular al plano formado por **r** y **p**.
- **Módulo** $\left|\overrightarrow{L_0}\right| = |\vec{r}||\vec{p}|sen\theta$
- **Sentido:** regla mano derecha
- Dimensiones

$$[L] = LMLT^{-1} = ML^2T^{-1}$$

- Unidades SI: Kg m^2/s



Momento de una fuerza respecto a un punto

- Aplicación de una fuerza a una distancia de un punto fijo del sistema
- Movimiento de rotación
- Momento de la fuerza respecto al punto O

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times m\vec{a}$$

- Unidades: N.m

- Teorema del momento angular

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}_O}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

- Primer término $\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} \times \vec{p}$ nulo
- Considerando $\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \vec{F}$

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{L}_O/\mathrm{d}t = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M}_O}$$

Ejemplo

Una partícula de 6 kg de masa tiene un vector de posición determinado por $\vec{r}(t) = (3t^2 - 6t)\vec{\imath} - 4t^3\vec{\jmath}$. Determinar: a) la fuerza sobre la partícula, b) el momento lineal, c) el momento de la fuerza respecto al origen de coordenadas y d) el momento angular respecto al origen de coordenadas.

Tipos de fuerzas: según interacción

- **Contacto** (requieren contacto físico)
  - Tensión de un hilo
  - Fuerza elástica
  - Fuerza de rozamiento …
- **A distancia** (No se requiere contacto físico)
  - Fuerza Gravitatoria
  - Fuerza Magnética …

Tipos de fuerzas: según origen

- **Fuerzas solicitantes:** actúan sobre la partícula y no están asociadas a ninguna ligadura
  - Ejemplos:
    - Peso
    - Fuerzas aplicadas sobre la partícula, etc

<u>Ligadura:</u> enlace que restringe el movimiento de la partícula en una o más direcciones

Tipos de fuerzas: según origen

- **Fuerzas de ligadura**: fuerza de reacción cuantificando la restricción del movimiento.
  - Ejemplos:
    - Normal
    - Rozamiento, etc
  - **NO** pueden producir movimiento, solamente **restringirlo**.
  - **Módulo**: depende de las fuerzas solicitantes
  - **Dirección**: la de la restricción del movimiento
  - **Sentido** el opuesto

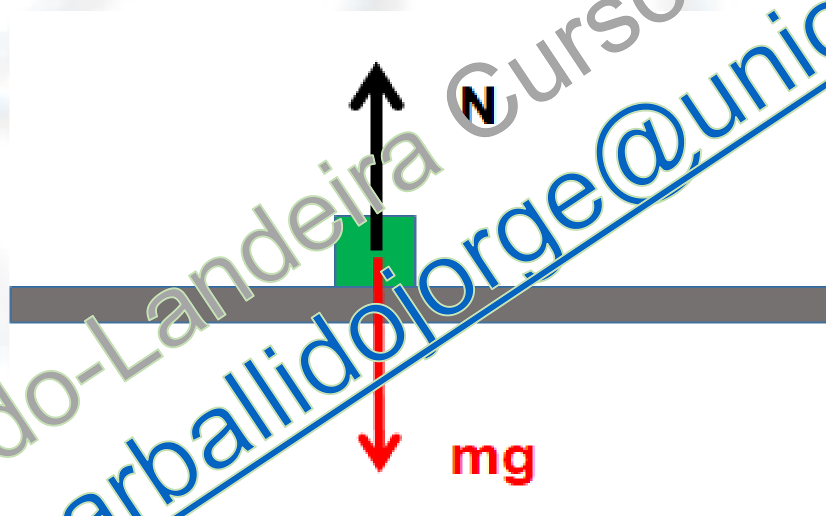
Diagramas de cuerpo libre

- Esquema: se dibujan sobre el objeto caso de estudio
  - los ejes del sistema de coordenadas a utilizar
  - Totalidad de las fuerzas vectoriales que actúan sobre él
  - Descomposición de las fuerzas en las direcciones de los ejes
  - Si el Sistema es *NO inercial* se dibujan también las fuerzas de inercia
- Si un sistema está compuesto por **varios cuerpos**
  - Se pueden separar
  - Dibujamos el **Diagrama de cuerpo libre para cada uno de ellos**
- Aplicación de la Ley de la Dinámica

Normal

Reacción que ejerce el plano sobre el cuerpo

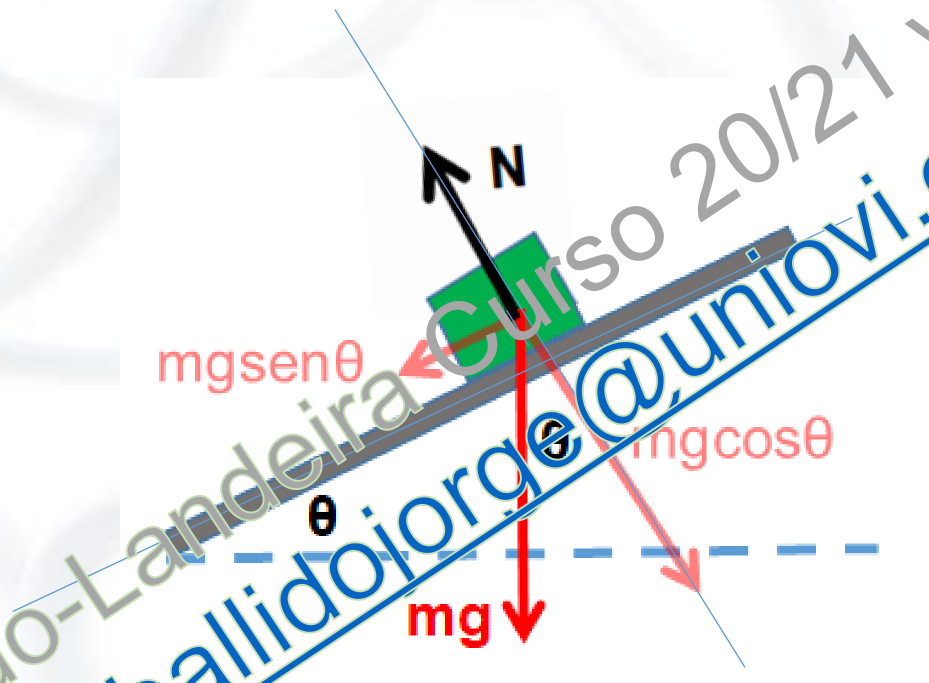
- Relación con el peso del cuerpo



Eje y $\sum F_y = 0$ $\Rightarrow$ N-mg=0

Normal

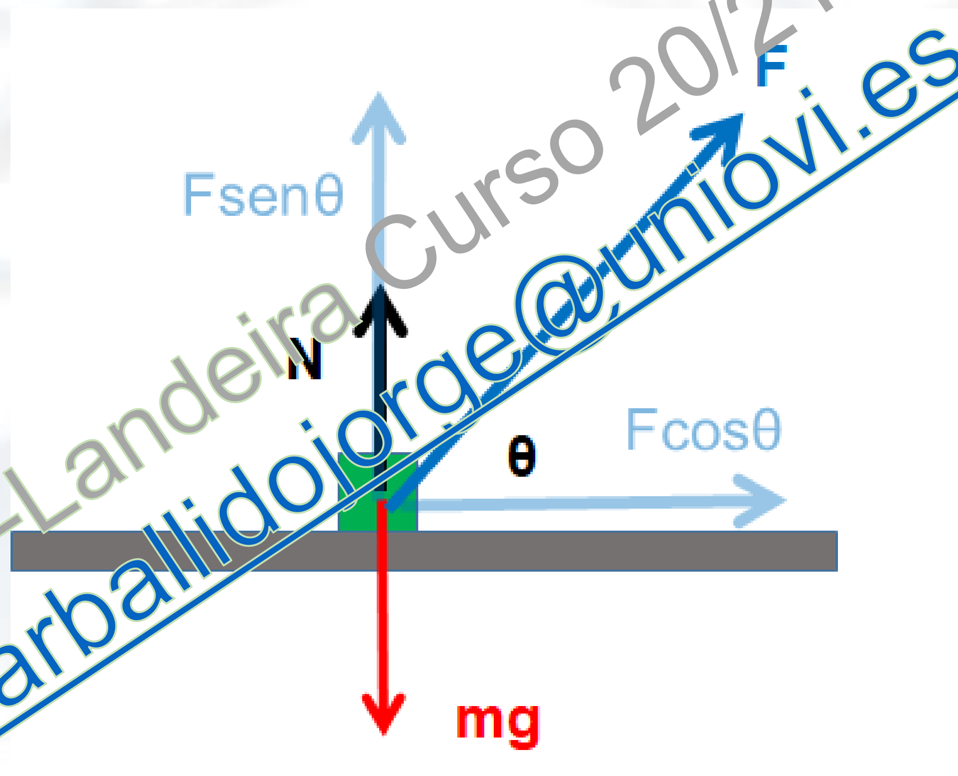
- Relación con la inclinación del plano



Eje y $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ N-mgcos θ=0

Normal

- Relación con otras fuerzas ejercidas sobre el cuerpo.



Eje y $\sum F_y = 0 \Rightarrow$ N+Fsenθ-mg=0

Fuerzas elásticas

Reacción de algunos materiales a ser deformados (ej: resorte, muelle)

Se aplica una fuerza **Fa** sobre un resorte de masa *m* ➡ aparece una fuerza restauradora o elástica **Fe**

Según la **ley de Hooke:**

- Proporcional a la deformación
- Sentido contrario

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{L}$$

Es una fuerza central

K cte recuperadora o elástica caracteristica del resorte o muelle

Ley de Hooke: Movimiento

- Considerando la fuerza restauradora del muelle, la ecuación del movimiento:

$$F = -kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad \textbf{(Eq 1)}$$

- La solución debe ser una función de tipo sinusoidal

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$$

- La partícula oscila entre $x = +A$ y $x = -A$ (amplitud); es un *M.A.S.*

- Completa un ciclo de ida y vuelta en un tiempo *T* (periodo).

- En un periodo el argumento de la función seno se incrementa en 2π: $\omega(t+T)+\varphi_0 = \omega t + \varphi_0 + 2\pi \Rightarrow T = 2\pi/\omega$

Ley de Hooke: Movimiento

- $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ frecuencia angular.

$$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x \qquad \textbf{(Eq 2)}$$

- Igualando **(Eq 1)** y **(Eq 2)**

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Periodo del movimiento: puede expresarse en función de *m* y *k*:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Fuerza de rozamiento

Cuando un cuerpo se mueve respecto a otro (en contacto), hay un tipo de fuerzas tangenciales a la superficie que restringen el movimiento: **fuerzas de rozamiento**

Existen dos tipos de rozamiento:

- El rozamiento *fluido*: que se presenta en el movimiento en el seno de un fluido.
- El *rozamiento seco* o de *Coulomb*: movimiento de un sólido sobre otro.
  - <u>*Causas*</u>: rugosidad de las superficies e interacción molecular entre los sólidos en contacto.
  - <u>*Tres tipos*</u>
    - **por rodadura:** permite que un neumático ruede sobre el asfalto,
    - **por pivotamiento:** provoca que una peonza siempre acabe dejando de girar
    - **por deslizamiento:** oposición al deslizamiento de una superficie sobre otra

Fuerza de rozamiento

Caso de estudio: cuerpo (masa m) en contacto sobre el suelo horizontal y sobre el que actúa una fuerza horizontal **F**

Aumentamos el módulo de **F** lentamente desde un valor nulo hasta que el objeto comienza a moverse

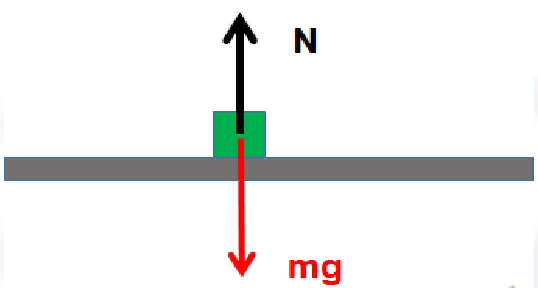
Existe un valor del módulo (F_{lim}) tal que

- $F < F_{lim}$ cuerpo permanecerá en reposo
- $F > F_{lim}$ el cuerpo comenzará a deslizar sobre la superficie del suelo.

Fuerza de rozamiento

- F < F_{lim} cuerpo permanecerá en reposo
  - Antes de deslizar, el *rozamiento estático* iguala y se opone a la fuerza aplicada.

Caso A F=0

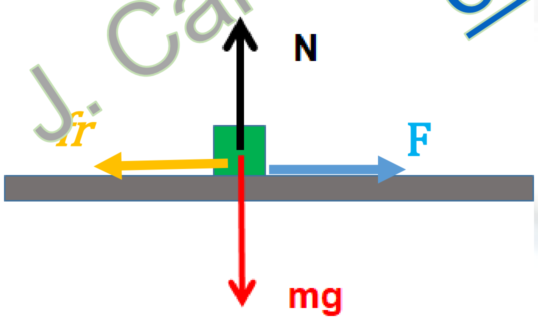


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow fr = F = 0$$

$$\sum F_y = N - P = 0 \Rightarrow N = mg$$

Caso B F< F_{lim}

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow fr = F$$

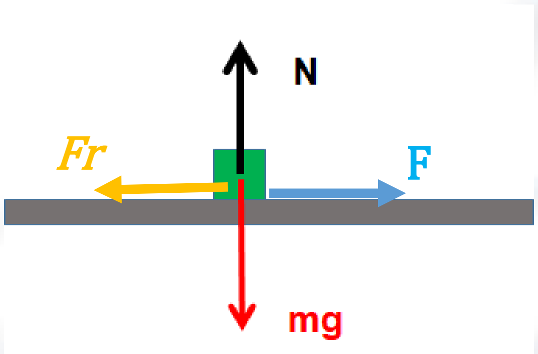


$$\sum F_y = N - P = 0 \Rightarrow N = mg$$

Fuerza de rozamiento

- F = Flim *deslizamiento inminente* del cuerpo

Resultante de todas las fuerzas aplicadas que actúan sobre el cuerpo es nula, por lo que éste se encuentra en *equilibrio estático*.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Fr = Flim = \mu_e N$$

$$\sum F_y = N - P = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$F_{lim} = \mu_e N$$

OJO **Relación escalar**

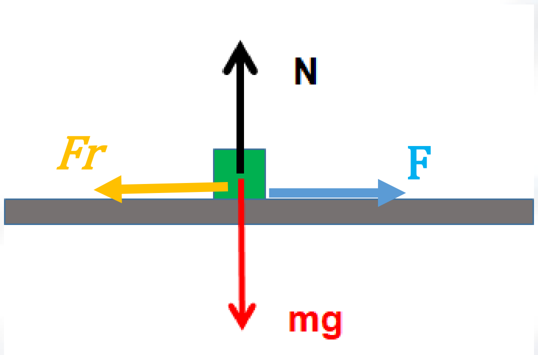
- **Módulo del valor máximo es proporcional a la componente normal de la fuerza ejercida entre los dos cuerpos.**

μ_e coeficiente de rozamiento estático (adimensional)

Fuerza de rozamiento

- F > Flim deslizamiento del cuerpo

Cuando hay deslizamiento: fuerza de *rozamiento dinámico*.



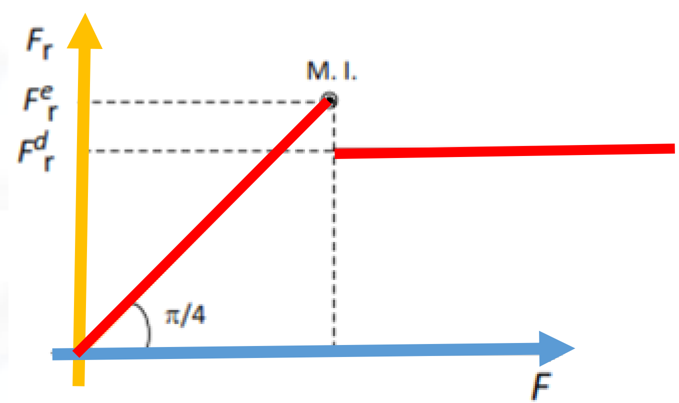
$$\sum F_x = ma_x \Rightarrow F - Fr > 0$$

$$\sum F_y = N - P = 0 \Rightarrow N = mg$$

Experimentalmente: $F^d_r < F_{lim}$,

$$F_r^e > F_r^d \quad \Rightarrow \mu_e > \mu_d$$

La fuerza de rozamiento con deslizamiento tiene un valor constante $F_r^d = \mu_d N$



μ_d coeficiente de rozamiento dinámico (adimensional)

Leyes de Coulomb del rozamiento al deslizamiento

- Rozamiento: depende de la naturaleza y el estado de las superficies en contacto

- **Dirección:** = al de la velocidad de movimiento
  Sentido: opuesto al sentido del movimiento

- La fuerza de rozamiento nunca es mayor que la necesaria para evitar el movimiento.
- El valor máximo de la fuerza de rozamiento es proporcional a la normal

$F_r^e = \mu_e N$ μ_e coeficiente de rozamiento estático (adimensional)

.

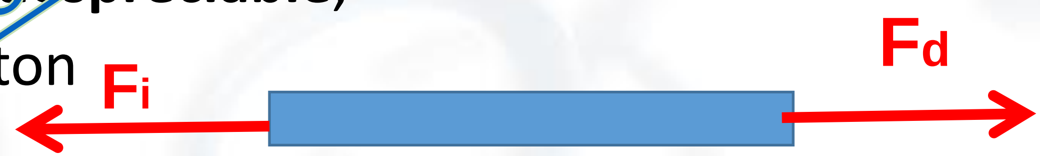
$F_r^d = \mu_d N$ μ_d coeficiente de rozamiento dinámico (adimensional)

Fuerzas de Tensión

Enlace entre objetos mediante cables o hilo (masa despreciable)
<u>**Origen**</u>: consecuencia de la oposición al alargamiento del hilo y cuerdas
Dirección: tangente al hilo
Sentido: contrario al alargamiento del cable o hilo

Cuerdas, hilos <u>*inextensibles*</u>: longitud constante:

- **masa** de la cuerda/hilo es **despreciable**,
  - Según la 2ª ley de Newton



$F_d - F_i = ma = 0 \quad F_d = F_i = T$

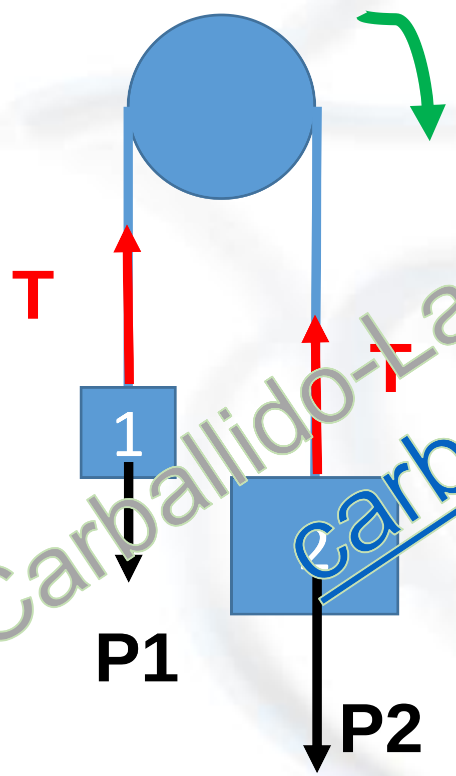
  Las fuerzas aplicadas sobre ambos extremos de la cuerda sean iguales

- La cuerda/hilo transmite por igual la tensión de un extremo a otro

- **EJEMPLO.** Una locomotora tira de dos vagones de idénticas masas. Decir si la siguiente afirmación es cierta o falsa: Mientras la locomotora acelera, la tensión en el acoplamiento entre la locomotora y el primer vagón es el doble de la tensión entre el primer y segundo vagón

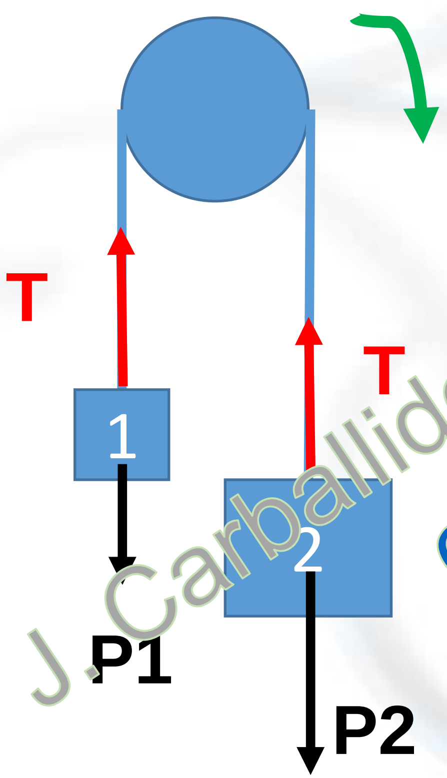
Máquina de Atwood

- Una polea fija y una cuerda inextensible (masa despreciable) de cuyos extremos cuelgan dos masas. Supongamos m2> m1



Máquina de Atwood

- Una polea fija y una cuerda inextensible (masa despreciable) de cuyos extremos cuelgan dos masas. Supongamos m2> m1



- Bloque 1 T-P1 =m1a eq(1)
- Bloque 2 P2-T=m2a eq(2)
- Eq(1)+eq(2) P2-P1=a(m1+m2)

m2g-m1g= a(m1+m2)

g(m2-m1)=a(m1+m2)

a= g(m2-m1) /(m1+m2)

Sustityendo la expresión de a en una de las eq (1) o (2) obtenemos:

T= 2m1m2g/(m1+m2)

Curvas con peralte y rozamiento

$$\sum F_n = m a_n \;\Rightarrow\; N sen\theta + f_r cos\theta = m a_n = m\frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_v = m a_v = 0 \;\Rightarrow\; N cos\theta - P - f_r sen\theta = 0$$

$$f_r = \mu_e N$$

$$\boxed{v_{max} = \sqrt{\frac{Rg(sen\theta + \mu_e cos\theta)}{cos\theta - \mu_e sen\theta}}}$$

Caso particular: Curva sin peralte (θ=0)

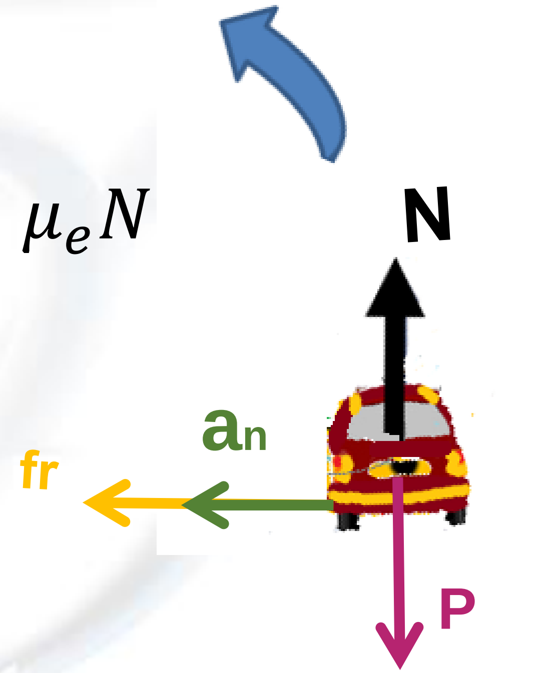
$$v_{max} = \sqrt{\frac{Rg(sen\theta + \mu_e cos\theta)}{cos\theta - \mu_e sen\theta}} \rightarrow \boxed{v_{max} = \sqrt{Rg\mu_e}}$$

Comprobemos el resultado para la curva sin peralte (θ=0)

$$\sum F_n = ma_n \rightarrow f_r = ma_n = m\frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_v = ma_v = 0 \rightarrow N - P = 0$$

$$f_r = \mu_e N$$



$$\boxed{v_{max} = \sqrt{Rg\mu_e}}$$

Estática

Estudio de las condiciones de *equilibrio*

CASO 1 Partícula libre bajo la acción de fuerzas aplicadas

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \vec{0}$$

Velocidad nula (reposo) → ***equilibrio estático***

Velocidad constante MRU → ***equilibrio dinámico***

Condiciones de *equilibrio* partícula libre

$$\sum_i F_{x_i} = 0, \quad \sum_i F_{y_i} = 0, \quad \sum_i F_{z_i} = 0$$

Bibliografía

- **Alonso, M., Finn, E. J.**, 1995. *Física*, Addison-Wesley.
- **Halliday, D., Resnick, R., Walker J.**, 2001. *Fundamentos de Física*, (2 vols.), Compañía Editorial Continental, México.
- **Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., Freedman, R. A.**, 2004. *Física universitaria* (2 vols.), Pearson.
- **Serway, R. A., Jewett, J. W.**, 2005, *Física para Ciencias e Ingeniería* (2 Vols.), Thomson.
- **Tipler, P. A., Mosca, G.**, 2005. *Física para la ciencia y la tecnología* (2 vols.), Reverté.