



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE  
GIJÓN**

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN INTEGRIDAD Y  
DURABILIDAD DE MATERIALES, COMPONENTES Y  
ESTRUCTURAS**

**ÁREA DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE  
ESTRUCTURAS**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**APLICACIÓN DEL MODELO LOCAL GENERALIZADO PARA EL  
ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DEL EFECTO DE ENTALLA EN LA  
CARACTERIZACIÓN A FRACTURA Y FATIGA**

**D. VENTA VIÑUELA, LUCAS**

**TUTORES: D. MUÑIZ CALVENTE, MIGUEL  
D. BELZUNCE VARELA, FRANCISCO JAVIER**



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE  
GIJÓN**

**MÁSTER UNIVERSITARIO EN INTEGRIDAD Y  
DURABILIDAD DE MATERIALES, COMPONENTES Y  
ESTRUCTURAS**

**ÁREA DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE  
ESTRUCTURAS**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**APLICACIÓN DEL MODELO LOCAL GENERALIZADO PARA EL  
ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DEL EFECTO DE ENTALLA EN LA  
CARACTERIZACIÓN A FRACTURA Y FATIGA**

**DOCUMENTO N°1: MEMORIA**

**D. VENTA VIÑUELA, LUCAS**

**TUTORES: D. MUÑIZ CALVENTE, MIGUEL  
D. BELZUNCE VARELA, FRANCISCO JAVIER**

**JULIO 2020**



## ÍNDICE DE CONTENIDOS

I. INTRODUCCIÓN.....	8
1.    CONTEXTO Y MOTIVACIÓN.....	9
2.    OBJETIVOS.....	10
II. CARACTERIZACIÓN A FRACTURA.....	11
1.    INTRODUCCIÓN.....	12
2.    CAMPAÑA EXPERIMENTAL DE ENSAYOS .....	13
2.1.  Introducción.....	13
2.2.  Metodología.....	13
2.3.  Resultados experimentales .....	15
2.4.  Introducción.....	18
2.5.  Aplicación Modelo Local Generalizado.....	18
2.5.1.  Paso 1: Extracción de variables locales.....	19
2.5.2.  Paso 2: Cálculo de la probabilidad de fallo de cada experimento .....	23
2.5.3.  Paso 3: Cálculo de la probabilidad de fallo global .....	23
2.5.4.  Paso 4: Cálculo tamaños equivalentes.....	24
2.5.5.  Paso 5: Ajuste de la función de Weibull.....	25
2.5.6.  Paso 6: Proceso iterativo.....	25
2.5.7.  Aplicación del GLM a los resultados de las probetas entalladas .....	25
2.6.  Estudio de validez de la curva PFCDF .....	26
2.7.  Predicciones de fallo.....	27
2.7.1.  Predicciones basadas en la PFCDF de A.....	27
2.7.2.  Predicciones basadas en la PFCDF de B y C .....	28
2.8.  Discusión de resultados .....	29
2.9.  Refinado de malla.....	30
III. CARACTERIZACIÓN A FATIGA .....	33
1.    INTRODUCCIÓN.....	34



2.	CAMPAÑA EXPERIMENTAL.....	35
2.1.	Introducción.....	35
2.2.	Metodología.....	35
2.3.	Resultados experimentales .....	36
3.	EVALUACIÓN DE RESULTADOS.....	38
3.1.	Introducción al modelo probabilístico de Weibull en fatiga .....	38
3.2.	Estudio de la influencia del efecto de escala en fatiga .....	38
3.3.	Predicción de probabilidad de fallo por fatiga basada en resultados numéricos .....	44
3.4.	Predicción de componentes entallados a fatiga .....	48
3.5.	Discusión de resultados .....	49
IV.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO .....	50
1.	CONCLUSIONES.....	51
2.	TRABAJO FUTURO .....	52
V.	BIBLIOGRAFÍA .....	53



## ÍNDICE DE FIGURAS

### CARACTERIZACIÓN A FRACTURA

Figura 2.1.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla A.....	15
Figura 2.2.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla B.....	16
Figura 2.3.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla C.....	16
Figura 2.4.- Tensiones de rotura medidas en los ensayos de tracción uniaxial en los diferentes tipos de probeta entallada con indicación del valor medio de la carga de rotura medida en cada serie .....	17
Figura 2.5.- Esquema GLM.....	19
Figura 2.6.- Probeta tipo A simulada en Abaqus.....	20
Figura 2.7.- Malla de elementos finitos de la probeta tipo B .....	21
Figura 2.8.- Caras y nodos del elemento tipo C3D8R.....	21
Figura 2.9.- Punto de referencia superior y condiciones de contorno .....	22
Figura 2.10.- Detalle de distribución de tensiones en la zona de entalla de la Probeta A...	24
Figura 2.11.- Curvas PFCDF obtenidas a partir de las probetas de resina epoxi entalladas	26
Figura 2.12.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida con la Probeta A .....	28
Figura 2.13.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida con la Probeta B .....	29
Figura 2.14.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida con la Probeta C .....	29
Figura 2.15.- Curvas PFCDF de probetas entalladas - Comparación malla inicial y refinada .....	32

### CARACTERIZACIÓN A FATIGA

Figura 3.1.- Esquema de cálculo para la predicción de fallo (cálculo de PFCDF) de la probeta F a partir de los parámetros de Weibull de la probeta E.....	39
Figura 3.2.- Predicción de fallo de la probeta E a partir de PFCDF de la probeta F en función de la variable normalizada V .....	40



Figura 3.3.- Predicción de fallo de la probeta F a partir de PFCDF de la probeta E en función de la variable normalizada V .....	40
Figura 3.4.- Predicción de las curvas de fallo por fatiga para la probeta E p-S-N (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida para la Probeta F .....	41
Figura 3.5.- Predicción de las curvas de fallo por fatiga para la probeta F p-S-N (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida para la Probeta E.....	42
Figura 3.6.- Curvas PFCDF predicción conjunta - Efecto de escala.....	43
Figura 3.7.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF conjunta (parámetros de E y F).....	44
Figura 3.8.- Mallado de probetas en Abaqus – a) Probeta E, b) Probeta F .....	45
Figura 3.9.- Esquema de cálculo predicción curvas S-N – Probetas a fatiga.....	45
Figura 3.10.- Mapa de tensiones en la Probeta F (tensión principal máxima) .....	46
Figura 3.11.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) – Predicción de fallo Probeta E – Parámetros conjuntos .....	47
Figura 3.12.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) – Predicción de fallo Probeta F – Parámetros conjuntos .....	47
Figura 3.13.- Curvas S-N de isoprobabilidad (1%; 5%; 50%; 95%; 99%) – Predicción de fallo Probeta entallada A a partir de los Parámetros de Weibull obtenidos de una evaluación conjunta de las probetas E y F .....	49



## ÍNDICE DE TABLAS

### CARACTERIZACIÓN A FRACTURA

Tabla 2.1.- Geometría y velocidades de ensayo de especímenes según el tipo de entalla ..	14
Tabla 2.2.- Cargas y desplazamientos a rotura obtenidos en los ensayos de tracción uniaxial de las distintas probetas entalladas .....	17
Tabla 2.3.- Ejemplo de aplicación de la técnica de punteo de Benard para la probeta A ...	23
Tabla 2.4.- Número de elementos del modelo de Elementos Finitos, según el tipo de probeta .....	31
Tabla 2.5.- Mallado de probetas en la zona de la entalla para las mallas inicial y refinada	31

### CARACTERIZACIÓN A FATIGA

Tabla 2.1.- Geometría de probetas ensayadas a fatiga .....	36
Tabla 2.2.- Resultados de la campaña experimental de fatiga – Probeta E.....	36
Tabla 2.3.- Resultados de la campaña experimental de fatiga – Probeta F .....	37
Tabla 3.1.- Resultados campaña experimental de fatiga – Probeta A .....	48



# **I. INTRODUCCIÓN**





# 1. Contexto y Motivación

Este trabajo se ha realizado en el seno del área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Oviedo (España) y está relacionado con un proyecto de investigación del Programa Estatal de I+D+i Orientada a los Retos de la Sociedad de 2017 dirigido por investigadores de dicho área de conocimiento y otros investigadores de la Universidad Rey Juan Carlos y el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (INTA). El mencionado proyecto tiene como objetivo la predicción probabilística del daño y fallo a fatiga en componentes y estructuras industriales fabricadas con materiales poliméricos.

La fabricación de piezas, en especial en la industria aeronáutica, se caracteriza por la necesidad continua de mejorar las prestaciones de los materiales empleados con el fin de reducir el peso de los componentes estructurales, manteniendo o mejorando su rigidez y resistencia mecánica. La reducción de peso es clave en el ahorro energético y la máxima en este sector es emplear materiales que cumplan simultáneamente altas exigencias de prestaciones mecánicas y bajo peso. Por lo anterior, la fabricación de componentes en la industria aeronáutica busca aquellos materiales con las mejores propiedades específicas. Por ello, materiales como las aleaciones ligeras (aluminio), los materiales compuestos o los polímeros reforzados con fibra de carbono (CFRP) o sin reforzar, que cumplen con estas características, son ideales para la fabricación de este tipo de componentes.

Los materiales poliméricos, como la resina epoxi EPOLAM 2025, están ganando poco a poco nichos de utilización. Son materiales que aún no pueden competir con los compuestos de fibra de carbono en rigidez o resistencia mecánica, pero presentan otras ventajas que los hacen atractivos. En particular, la resina EPOLAM 2025 presenta propiedades interesantes para aplicaciones de la industria electrónica, siendo utilizada como protección química y mecánica. Además, posee buena adherencia a otros materiales y baja densidad, lo que hace que su uso suponga una reducción de peso en los componentes con respecto a los materiales metálicos.

Con motivo de sus ventajosas propiedades, están apareciendo aplicaciones en las que los polímeros termoestables empiezan a ser competitivos. Por ello, es de vital importancia conocer el comportamiento mecánico de la resina EPOLAM 2025, resultando de especial interés conocer sus propiedades a fractura y a fatiga con el fin de establecer criterios de fallo aplicables en el dimensionamiento de componentes con este material.

Desde el punto de vista formativo, el presente trabajo pretende profundizar en los conocimientos adquiridos durante los estudios del Máster, que incluyen el estudio del comportamiento del material y la realización de simulaciones numéricas con un software comercial de elementos finitos. Adicionalmente, se pretende adquirir conocimientos avanzados de programación mediante la aplicación de modelos de predicción de fallo a fatiga y a fractura por medio de distribuciones de probabilidad.



## 2. Objetivos

Este trabajo tiene como principal objetivo llevar a cabo la caracterización a fractura y a fatiga de la resina EPOLAM 2025. De forma más detallada, pueden considerarse como objetivos particulares de este trabajo los siguientes:

Con relación a la caracterización a fractura:

- Obtener experimentalmente las cargas de rotura de probetas de EPOLAM 2025 con diferentes radios de entalla.
- Realizar modelos de elementos finitos para la obtención de los estados tensionales en el momento de fallo para los distintos tipos de probetas entalladas.
- Aplicar el Modelo Local Generalizado (GLM) para la obtención de la relación entre el parámetro crítico considerado, definido por el criterio de fallo seleccionado, y la función de distribución de la resistencia a rotura como propiedad del material.
- Desarrollar un código basado en el GLM que permita realizar predicciones de probabilidad de fallo a nivel local y global para cualquier tipo de elemento realizado en EPOLAM 2025 a partir de simulaciones por el Método de los Elementos Finitos (MEF), y probar la aplicabilidad de este código para realizar predicciones de probabilidad de fallo en las probetas entalladas.

Con relación a la caracterización a fatiga:

- Estudiar el comportamiento a fatiga de la resina EPOLAM 2025 a partir de los resultados experimentales, los cuales presentan una dispersión notable.
- Realizar modelos de elementos finitos para la obtención de los estados tensionales en el momento de fallo en las distintas probetas de fatiga.
- Aplicar la metodología basada en el GLM y el modelo de Castillo y Canteli para realizar predicciones de probabilidad de fallo mediante curvas de isoprobabilidad (curvas S-N) haciendo uso de los resultados de las simulaciones del software de Elementos Finitos.
- Llevar a cabo un estudio del comportamiento de componentes entallados a fatiga a partir de la aplicación de la metodología utilizada para el estudio de las probetas de fatiga.



# II. CARACTERIZACIÓN A FRACTURA



# 1. Introducción

Las probetas de un mismo material y geometría tienden a fallar en torno a un valor, para condiciones de carga similares, con más o menos desviación dependiendo de la similitud dimensional y la calidad del proceso fabricación y del mecanizado. Idealmente, probetas iguales fallan bajo condiciones de carga iguales. Teniendo esto en cuenta, los modelos probabilísticos se utilizan para describir el comportamiento de un material a fractura, definiendo el rango de valores para los que es más probable que ocurra ésta y la probabilidad de fallo para una determinada tensión.

Cuando se compara la caracterización probabilística de los resultados de los ensayos realizados sobre materiales concretos con otros métodos tradicionales de caracterización, los modelos probabilísticos destacan porque ofrecen resultados más precisos, al considerar la dispersión de los resultados experimentales y asociándolos a probabilidades de fallo.

Una de las ventajas que presenta la caracterización probabilística de la fractura de materiales es que puede ser aplicada a cualquier tipo de material, ya sea a vidrios [1], aceros [2] o polímeros [3, 4].

El parámetro escogido, vinculado al fenómeno objeto del estudio (fractura estática, fatiga, etc.), tendrá asociada una dispersión, en la mayoría de los casos asociada a un valor mínimo o máximo, por lo que sería aconsejable considerar la Teoría de Valores Extremos para la caracterización del material [5, 6].

En los siguientes apartados se estudian los aspectos que conducen a la caracterización a fractura de la resina epoxi EPOLAM 2025 así como la evaluación de la probabilidad global de fallo de diferentes probetas entalladas a través del Modelo Local Generalizado [7].



## 2. Campaña experimental de ensayos

### 2.1. Introducción

Con el fin de aplicar el Modelo Local Generalizado para la predicción del fallo en materiales poliméricos, se llevó a cabo una campaña experimental utilizando probetas tipo hueso de perro (“*dogbone*”) con distintos radios de entalla, tal y como se puede observar en la Tabla 2.1. Esta campaña experimental consistió en la realización de ensayos estáticos de tracción uniaxial para la obtención de las curvas carga-desplazamiento, con el fin de obtener los valores críticos de la resistencia de las diferentes probetas, y conocer la tensión última que da lugar al fallo en la resina epoxi EPOLAM 2025.

Con la intención de asegurar las mismas propiedades mecánicas del material en toda la campaña experimental, para la realización de las probetas se utilizó una resina epoxi, EPOLAM 2025, suministrada por un único fabricante, AXSON Technologies (Barcelona). El proceso de fabricación de las planchas de resina de 4 mm de espesor se realizó en el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial (Madrid) y las probetas fueron mecanizadas en Prodintec (Gijón).

### 2.2. Metodología

La geometría de la doble entalla lateral practicada en las diferentes probetas ensayadas se puede observar en la Tabla 2.1. Las dimensiones de estas entallas fueron las siguientes:

- Entalla A: diámetro de 1 mm y 0.5 mm de profundidad.
- Entalla B: diámetro de 0.5 mm y 2 mm de profundidad.
- Entalla C: diámetro de 2 mm y 1 mm de profundidad.

Se realizaron un total de diecinueve ensayos de tracción uniaxial de acuerdo con la norma [8], 8 con las probetas con la entalla A, 6 con las probetas con la entalla B y 5 con las probetas con entalla C. La Tabla 2.1 muestra también la velocidad a la que fueron ensayadas estas probetas.

Tipo entalla	V[mm/min]	Geometría
A	5	<p>Esesor = <math>4 \pm 0.2</math> mm</p> <p>Diámetro = 1 mm</p>
B	2	<p>Esesor = <math>4 \pm 0.2</math> mm</p> <p>Diámetro = 0.5 mm</p>
C	5	<p>Esesor = <math>4 \pm 0.1</math> mm</p> <p>Diámetro = 2 mm</p>

Tabla 2.1.- Geometría y velocidades de ensayo de especímenes según el tipo de entalla

Todos los ensayos se realizaron a  $16 \pm 2$  °C en una máquina MTS Serie 64, situada en el laboratorio del Área de MMC y TE, equipada con una célula de carga de 5 kN, aplicando control de desplazamiento.

### 2.3. Resultados experimentales

En las Figuras 2.1, 2.2. y 2.3 se muestran los resultados de los ensayos de tracción uniaxial realizados con los tres tipos de probeta. En el gráfico se observa que en la mayoría de los casos la resina EPOLAM 2025 tiene un comportamiento a fractura propio de un material elástico-lineal, por lo que se descarta que el material plastifique significativamente antes de la rotura. El comportamiento del material en el ensayo C1 y, en menor medida en el del C3, se ha considerado anómalo y puede deberse a errores en la ejecución de los ensayos.

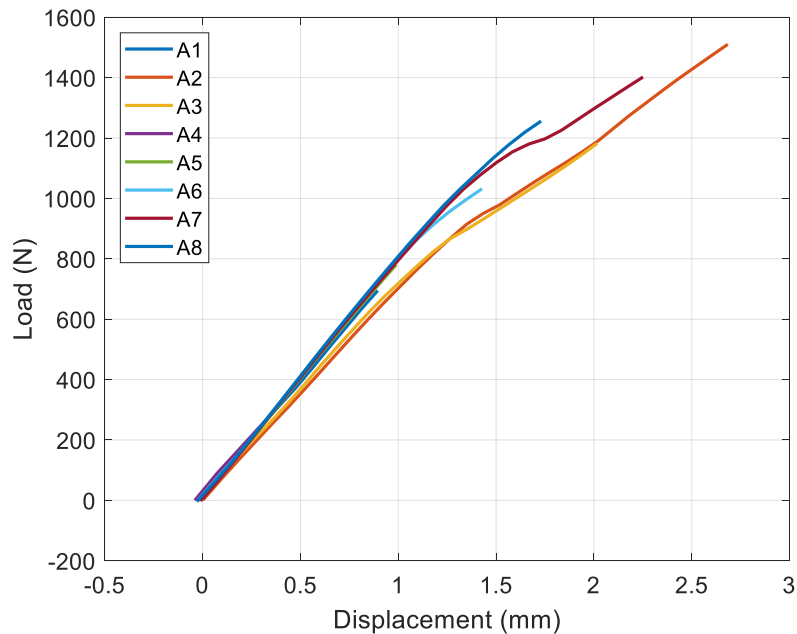


Figura 2.1.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla A

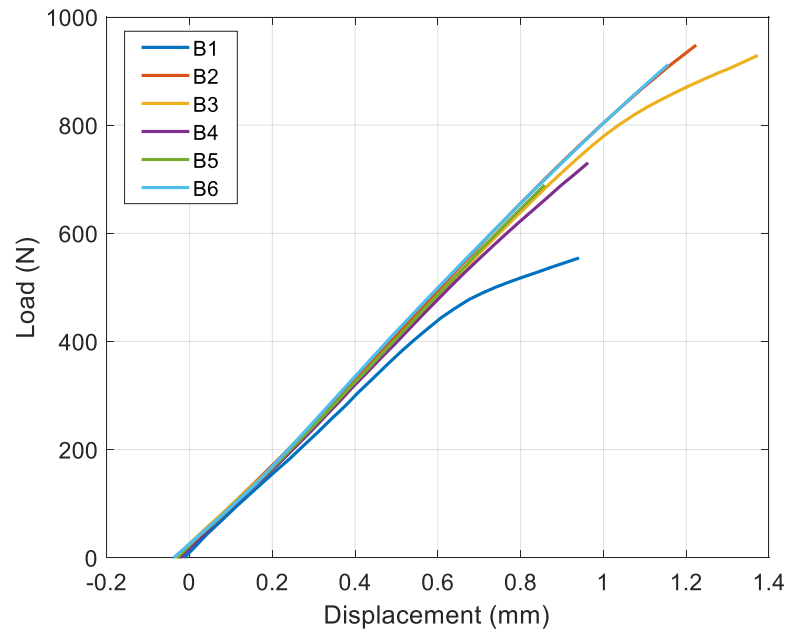


Figura 2.2.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla B

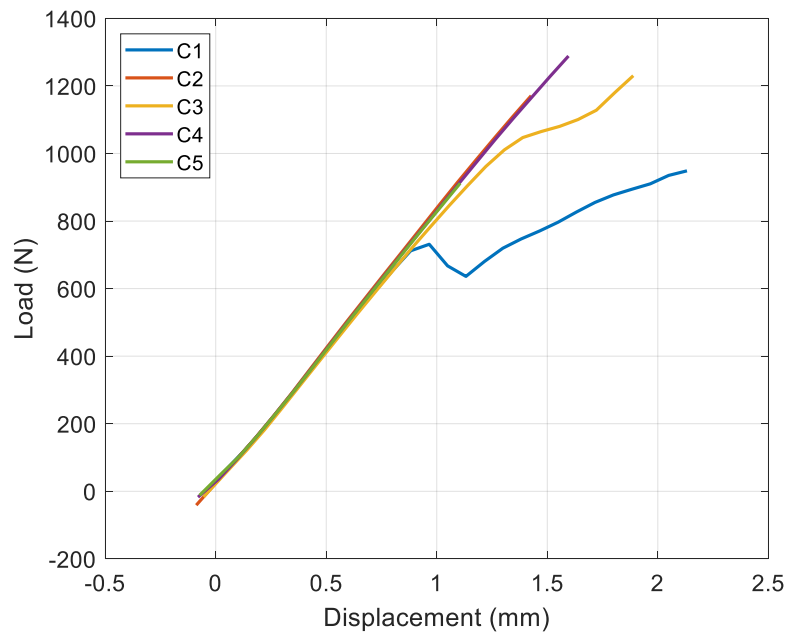


Figura 2.3.- Curva Carga-Desplazamiento obtenidas con las probetas con la entalla C

La Tabla 2.2 muestra los valores de carga, tensión (carga dividida por la sección resistente) y desplazamiento registrados en los ensayos de tracción uniaxial de cada una de las probetas. En la Figura 2.4 se han representado los valores de la tensión de rotura obtenidos con todas las probetas.



Probeta	Carga (N)	Tensión (MPa)	Desplazamiento (mm)
A-1	694,95	19,30	0,895
A-2	1510,33	41,95	2,684
A-3	1182,13	32,84	2,016
A-4	529,92	14,72	0,657
A-5	780,55	21,68	0,990
A-6	1031,98	28,67	1,428
A-7	1401,93	38,94	2,251
A-8	1256,07	34,89	1,730
B-1	554,39	23,10	0,941
B-2	948,04	39,50	1,224
B-3	928,93	38,71	1,373
B-4	730,49	30,44	0,963
B-5	689,41	28,73	0,858
B-6	912,04	38,00	1,156
C-1	948,64	29,65	2,132
C-2	1171,08	36,60	1,427
C-3	1230,23	38,44	1,889
C-4	1288,51	40,27	1,596
C-5	911,94	28,50	1,106

Tabla 2.2.- Cargas y desplazamientos a rotura obtenidos en los ensayos de tracción uniaxial de las distintas probetas entalladas

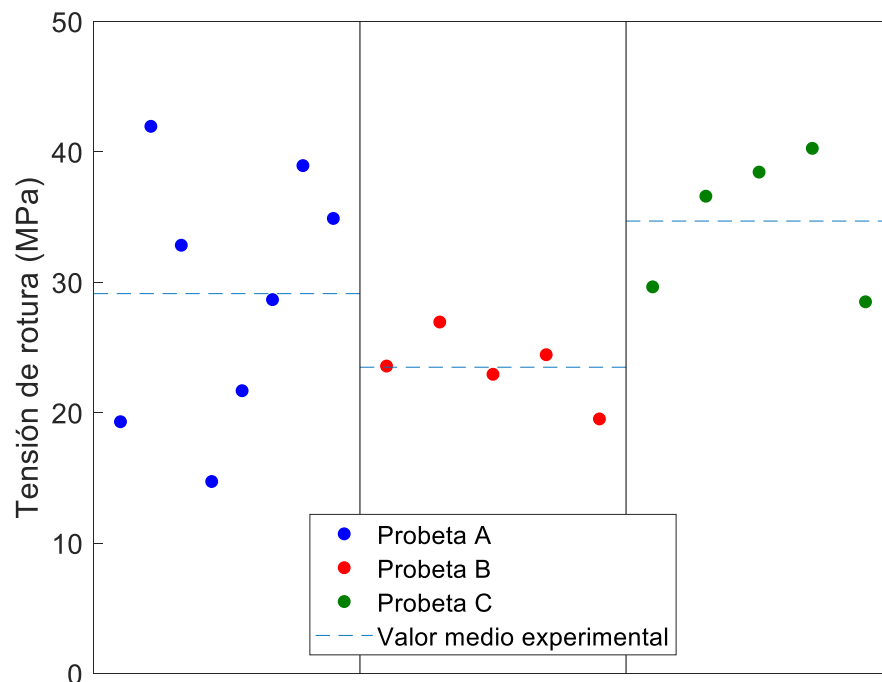


Figura 2.4.- Tensiones de rotura medidas en los ensayos de tracción uniaxial en los diferentes tipos de probeta entallada con indicación del valor medio de la carga de rotura medida en cada serie



## 2.4. Introducción

Idealmente, para proceder al cálculo de la probabilidad de fallo de un componente este puede subdividirse en celdas lo suficientemente pequeñas para que se pueda admitir que el estado tensional es uniforme, es decir, constante, en cada una de dichas celdas y por lo tanto la relación entre la probabilidad de fallo de cada celda y el estado tensional podría obtenerse a través de la función de distribución de la resistencia a rotura, propiedad del material. En el caso de aplicar el método de los elementos finitos para la determinación de las tensiones, las celdas pueden identificarse con los elementos finitos, lo que facilita el proceso de cálculo.

Además, la probabilidad de fallo en materiales a fractura se basa en el concepto del eslabón más débil. Según éste, un componente fallará cuando en una sola de las celdas virtuales constituyentes, la tensión que actúa sea suficientemente grande como para que ocurra el crecimiento inestable de alguno de los defectos presentes en el material. Aplicando esta teoría, la rotura de la probeta se produce cuando la concentración de tensión en el defecto supera un determinado valor crítico.

El presente apartado se estructura, en primer lugar, con la aplicación del Modelo Local Generalizado (GLM) [7], el cual incluye la descripción de la simulación de las probetas en el software Abaqus Standard v6.2 ® y la posterior extracción de las variables necesarias para la caracterización a fractura de las mismas. Finalmente, se discutirán los resultados obtenidos tras la aplicación del modelo.

## 2.5. Aplicación Modelo Local Generalizado

La caracterización mecánica de materiales poliméricos frágiles suele ir acompañada de una gran dispersión en los resultados experimentales, que está principalmente relacionada con la variabilidad inherente a las propiedades del material y al método de fabricación, con el conocimiento limitado de la variable a medir durante el ensayo y con los errores de medida y la precisión de los equipos utilizados.

Este hecho dificulta la aplicación de modelos probabilísticos para el ajuste y evaluación de los resultados. En este trabajo se ha recurrido al uso del Modelo Local Generalizado (GLM) para el análisis y procesado de los datos experimentales.

El GLM tiene como objetivo obtener la función de distribución primaria de fallo (PFCDF) como propiedad del material, es decir, independiente del tipo de ensayo realizado, de las condiciones de carga y de la geometría de la probeta.

Este modelo se basa en la función de distribución de Weibull para valores mínimos, que se expresa mediante la ecuación siguiente:

$$P_{fallo} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{GP - \lambda}{\delta_{ref}} \right)^\beta \right] \quad (2.1)$$

donde  $\lambda$ ,  $\beta$  y  $\delta$  son los parámetros de localización, forma y escala, respectivamente, y  $GP$  es el parámetro generalizado seleccionado (*driving force*).

La PFCDF se considera una propiedad del material, que relaciona el valor de la variable  $GP$ , que actúa en un determinado elemento (tamaño, efecto de escala), con la probabilidad de fallo. En teoría, esta PFCDF se puede obtener a partir de una caracterización probabilística a fractura de cualquier tipo de probeta, lo que permite utilizar diferentes tipos de probetas y también resulta posible transferir los resultados obtenidos con unas probetas a otras diferentes.

A continuación, en la Figura 2.5 se muestran los pasos necesarios para la evaluación de los resultados experimentales de acuerdo con este modelo. Las evaluaciones mostradas en este trabajo se han realizado con la aplicación MATLAB ProLocal, que contiene implícitas las funciones necesarias para llevar a cabo el Modelo Local Generalizado a partir de resultados experimentales y de cálculos por elementos finitos.

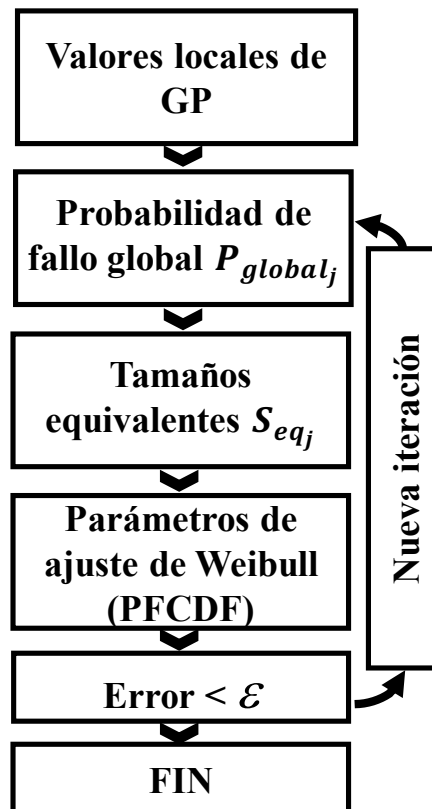


Figura 2.5.- Esquema GLM

En los apartados siguientes se procederá a describir cada uno de estos pasos.

### 2.5.1. Paso 1: Extracción de variables locales

En primer lugar, es necesario obtener la distribución del parámetro crítico o parámetro generalizado ( $GP$ ) definido por el criterio de fractura seleccionado en el material objeto de estudio, el EPOLAM 2025. En este caso, se ha seleccionado la tensión principal máxima

como parámetro crítico característico de la resistencia del material, por lo que este primer paso se centrará en la obtención a nivel local de los valores de este parámetro en el momento del fallo de cada una de las probetas ensayadas. Para ello se han llevado a cabo simulaciones por elementos finitos mediante el software Abaqus CAE v6.2. A continuación se describe el proceso de cálculo por elementos finitos en dicho software:

- *Modelización.* El primer paso es la definición de la geometría de la probeta entallada, de acuerdo con las dimensiones indicadas en la Tabla 2.1, que será definida como una parte (*Part*). La realización del modelo de la probeta entallada pasa por la realización de operaciones como la extrusión (*Solid Extrude*). La Figura 2.6 muestra el modelo en Abaqus de la probeta con la entalla tipo A.

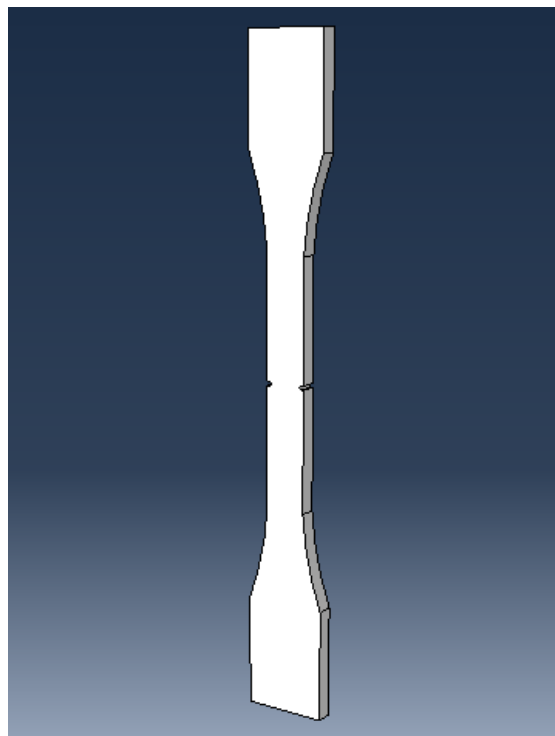


Figura 2.6.- Probeta tipo A simulada en Abaqus

- *Propiedades del material.* En el módulo *Property*, se introducen las propiedades del material constitutivo de la probeta. Para ello, se ha creado un nuevo material con comportamiento elástico, llamado “Resina epoxi”. Las propiedades elásticas de la probeta se seleccionan como isótropas y se introducen el módulo de Young ( $E = 2200 \text{ MPa}$ ) y el coeficiente de Poisson ( $\nu = 0,36$ ).
- *Generación de Ensamblaje y Mallado.* El software Abaqus requiere la generación de un ensamblaje (*Assembly*) en el que se incluyan los componentes objeto de simulación. En este caso el ensamblaje es sencillo, pues éste solo tiene un elemento: la probeta. Dentro de este módulo de Abaqus, se realizan las particiones necesarias en la geometría de la probeta para facilitar su posterior mallado. Estas particiones deben facilitar crear una malla lo más regular posible, así como garantizar que se podrán colocar un mayor número de elementos en las zonas de interés (en este caso en las regiones próximas al frente de las entallas), con el objetivo de obtener

resultados más precisos. La idea principal consiste en generar un mallado muy fino (elementos de pequeño tamaño) en el entorno de la entalla, donde se concentrarán las mayores tensiones durante el ensayo de tracción, y mallar el resto de la probeta con elementos cada vez más grandes cuanto más alejados se encuentren de la entalla. En la Figura 2.7 se muestra el mallado en la zona de la entalla de una de las probetas modeladas.

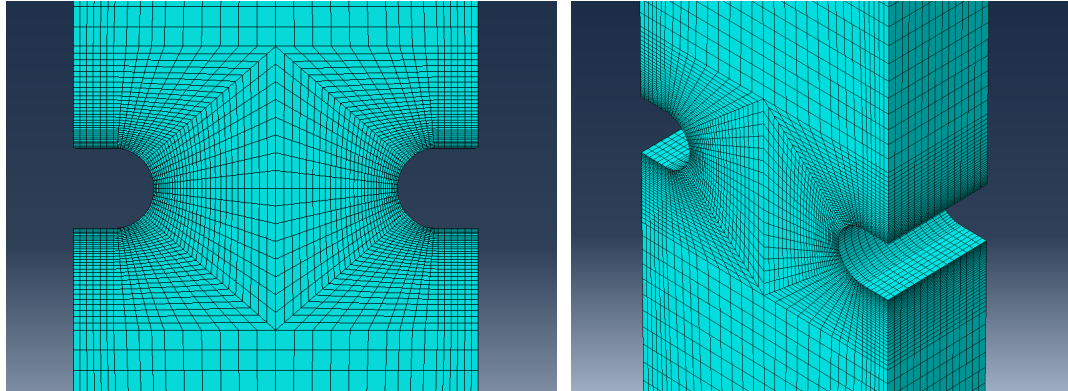


Figura 2.7.- Malla de elementos finitos de la probeta tipo B

Los elementos utilizados para el mallado de los modelos fueron del tipo C3D8R (Figura 2.8). Estos elementos poseen 8 nodos posicionados en los vértices del elemento y 1 punto de integración posicionado en su centroide, al tratarse de un elemento con integración reducida.

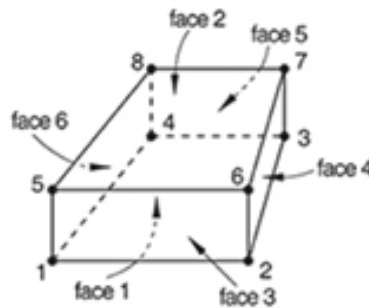


Figura 2.8.- Caras y nodos del elemento tipo C3D8R

- *Condiciones de contorno:* Con el objetivo de facilitar la definición de las condiciones de contorno se han definido dos puntos de referencia (*Reference points*) en ambos extremos (superior e inferior) de la probeta, situados a 10 mm de distancia de estos y sobre el eje longitudinal de las probetas (ver Figura 2.9). Estos puntos de referencia compartirán desplazamientos con todos los nodos de las caras inferior y superior de la probeta respectivamente, permitiendo establecer las condiciones de contorno para todos los nodos que se encuentren en la superficie a la que se refiera el punto de manera sencilla.

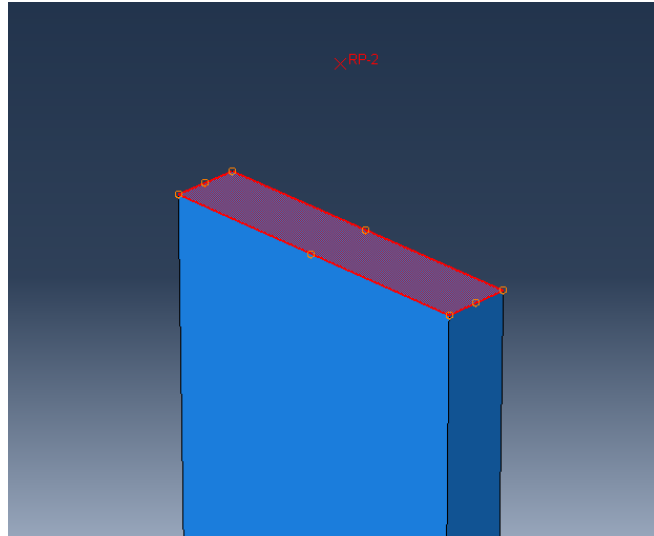


Figura 2.9.- Punto de referencia superior y condiciones de contorno

- Finalmente, con el objetivo de reproducir el ensayo de tracción uniaxial de acuerdo con la norma ASTM D638 [8], se creará una condición de contorno de tipo empotramiento en el extremo inferior de la probeta (esto es, en el punto de referencia inferior) y se restringirán todos los grados de libertad en el extremo superior de la misma, a excepción del desplazamiento vertical. En este grado de libertad libre se introduce un valor de carga correspondiente al máximo valor obtenido experimentalmente para cada tipo de probeta. Finalmente, se crea el *job*, que resumirá toda la información aportada en los pasos anteriores en un archivo de entrada (.inp) para el algoritmo de cálculo por el método de los elementos finitos.
- *Ejecución de la simulación y extracción de las variables de interés:* Con el objetivo de automatizar el proceso de simulación y extracción de las variables de interés se recurrió al software Abaqus2Matlab [9] y se realizó a través del código en MATLAB (incluido en el Anexo I de este Trabajo). Este código permite tanto lanzar las simulaciones en bucle en Abaqus desde MATLAB, como extraer las variables de interés en matrices que pueden ser almacenadas en formato contenedor de datos binarios(.mat). En este caso, se han seleccionado las siguientes variables: reacción en el extremo empotrado de la probeta (*RF*), desplazamiento del punto de referencia superior (*U*), tensiones principales (*SP*) y volumen de cada elemento del modelo (*VOL*<sup>1</sup>). Las dos primeras son necesarias para poder realizar una comparativa de la curva carga-desplazamiento obtenida experimentalmente y mediante la simulación (ver Código 1 de Anexo I), mientras que las dos últimas son la base para la aplicación del Modelo Local Generalizado.

<sup>1</sup> El tamaño de los elementos, que al tratarse de elementos volumétricos se mide en unidades de volumen, se pasa a denominar  $S_{elem}$  con el fin de adecuar la nomenclatura a la utilizada en el Modelo Local Generalizado.



La ejecución en Abaqus del código 3.1 junto con la extracción de las variables desde MATLAB se han recogido en el Anexo I.

### 2.5.2. Paso 2: Cálculo de la probabilidad de fallo de cada experimento

Una vez conocidos los valores críticos del parámetro generalizado seleccionado ( $GP_{ij} = \sigma_{max_{ij}}$ ) es necesario atribuir a cada uno de los ensayos una probabilidad de fallo. Con este fin se han ordenado las cargas de rotura obtenidas experimentalmente con cada probeta y se ha asignado a cada una de ellas una probabilidad de fallo de acuerdo con la técnica de punteo propuesta por Benard:

$$P_{fallo_j} = \frac{j - 0,3}{N + 0,4} \quad (2.2)$$

Donde  $j$  es el estadístico de orden asignado a cada ensayo variando desde 1 hasta el número total de ensayos ( $N$ ). Como ejemplo, se expone en la Tabla 2.3 el proceso mencionado para la asignación de las probabilidades de fallo a las probetas tipo A.

Carga (N)	Orden	$j$	Carga Ordenada (N)	$P_{fallo_j}$ Ec. (2.2)
694,9	2	1	529.9	0,08
1510,3	8	2	694.9	0,20
1182,1	5	3	780.6	0,32
529,9	1	4	1032,0	0,44
780,6	3	5	1182.1	0,56
1032,0	4	6	1256.1	0,68
1401,9	7	7	1401.9	0,80
1256,1	6	8	1510.3	0,92

Tabla 2.3.- Ejemplo de aplicación de la técnica de punteo de Benard para la probeta A

La Tabla 2.3 muestra las probabilidades de fallo para cada ensayo experimental en función del valor del parámetro generalizado definido por el criterio de fallo seleccionado, en este caso la tensión principal máxima.

### 2.5.3. Paso 3: Cálculo de la probabilidad de fallo global

Paralelamente a las probabilidades de fallo experimentales obtenidas a través de la técnica de punteo expresada en el apartado anterior, es posible hacer una estimación de la probabilidad de fallo global atribuida a cada probeta en función del estado tensional de la misma en el momento del fallo aplicando para ello el principio del eslabón más débil. De este modo la probabilidad de fallo global de la probeta  $j$  quedaría definida como:

$$P_{global_j} = 1 - \prod_{i=1}^n \left( 1 - \left( 1 - \exp \left[ -\frac{S_{elem_i}}{S_{ref}} \cdot \left( \frac{GP_{ij} - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \right) \right) \quad (2.3)$$

donde el subíndice  $i$  hace referencia a los diferentes elementos del modelo,  $S_{elem_i}$  es el tamaño del elemento  $i$ ,  $S_{ref}$  es un tamaño de referencia escogido libremente ( $1 \text{ cm}^3$  en este trabajo) y los parámetros  $\lambda$ ,  $\delta$  y  $\beta$  son los factores de localización, escala y forma del modelo de Weibull de mínimos. En la primera iteración del modelo, estos parámetros son desconocidos y deben asignarse arbitrariamente para comenzar la iteración, por lo que es normal obtener una gran diferencia entre las probabilidades obtenidas en los diferentes pasos sucesivos. Sin embargo, al final del proceso iterativo la probabilidad global alcanza un valor prácticamente constante.

A modo de ejemplo, en la Figura 2.10 se observa la distribución de tensiones obtenida para la probeta entallada A en la zona de la entalla.

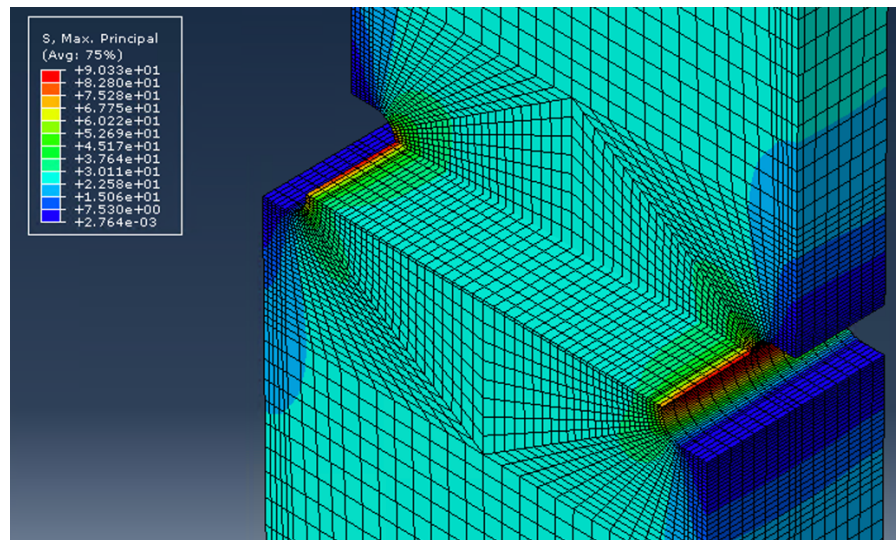


Figura 2.10.- Detalle de distribución de tensiones en la zona de entalla de la Probeta A

#### 2.5.4. Paso 4: Cálculo tamaños equivalentes

Dado que el objetivo de la PFCDF es proporcionar una relación entre la probabilidad de fallo y el valor de GP actuando sobre un tamaño de referencia ( $1 \text{ cm}^3$  en este trabajo), es necesario realizar una transformación de los tamaños de probeta ensayados, que se adecue a la distribución del parámetro generalizado (GP). Esto conduce a la definición del concepto de tamaños equivalentes  $S_{eq_j}$ , que se expresa como la longitud, área o volumen que sujeto de manera uniforme al máximo valor del parámetro generalizado GP que opera cuando ocurre el fallo en el elemento que tiene la misma probabilidad de fallo que la probeta con el tamaño real sujeta a la distribución de GP bajo las mismas condiciones de carga. Esto es, se buscan los tamaños de los elementos  $S_{eq_j}$  que tienen la probabilidad de fallo  $P_{global_j}$ :



$$S_{eq_j} = -\log(1 + P_{global_j}) S_{ref} \left[ \frac{\delta}{GP_{max_j} - \lambda} \right]^\beta \quad (2.4)$$

### 2.5.5. Paso 5: Ajuste de la función de Weibull

Una vez conocidos los tamaños equivalentes, es posible utilizar el factor de escala de la función de Weibull para trasladar todos los resultados experimentales a un único tamaño, el de referencia, lo que permite realizar el ajuste de esta sin más que recurrir a su papel probabilístico.

$$P_{fallo_j} = 1 - \exp \left[ -\frac{S_{eq_j}}{S_{ref}} \left( \frac{GP_{max_j} - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (2.5)$$

El ajuste de esta función da como resultado unos nuevos valores de los parámetros  $\lambda$ ,  $\delta$  y  $\beta$ .

### 2.5.6. Paso 6: Proceso iterativo

Dado que los valores los parámetros  $\lambda$ ,  $\delta$  y  $\beta$  obtenidos en el Paso 5 serán diferentes a los estimados en el paso 3 para el cálculo de la probabilidad global, es necesario recurrir a un proceso iterativo que se repite hasta minimizar la variación en el cálculo del ajuste de la distribución de Weibull (PFCDF) entre 2 iteraciones consecutivas.

### 2.5.7. Aplicación del GLM a los resultados de las probetas entalladas

El proceso iterativo descrito en los apartados anteriores se ha utilizado para ajustar las curvas primarias PFCDF de la resistencia de la resina epoxi EPOLAM 2025 a partir de los resultados experimentales obtenidos con cada tipo de entalla (ver Figura 2.11). Cabe destacar que la PFCDF es una propiedad del material, por lo que el modelo debería conducir a la misma curva utilizando cualquier tipo de probeta. Sin embargo, la Figura 2.11 muestra claras diferencias en las PFCDF obtenidas con las probetas B, C (éstas han dado lugar a resultados muy parecidos) y con las probetas A, lo cual es debido a la gran dispersión experimental observada y al bajo número de ensayos realizados bajo las mismas condiciones (mismo tipo de entalla).

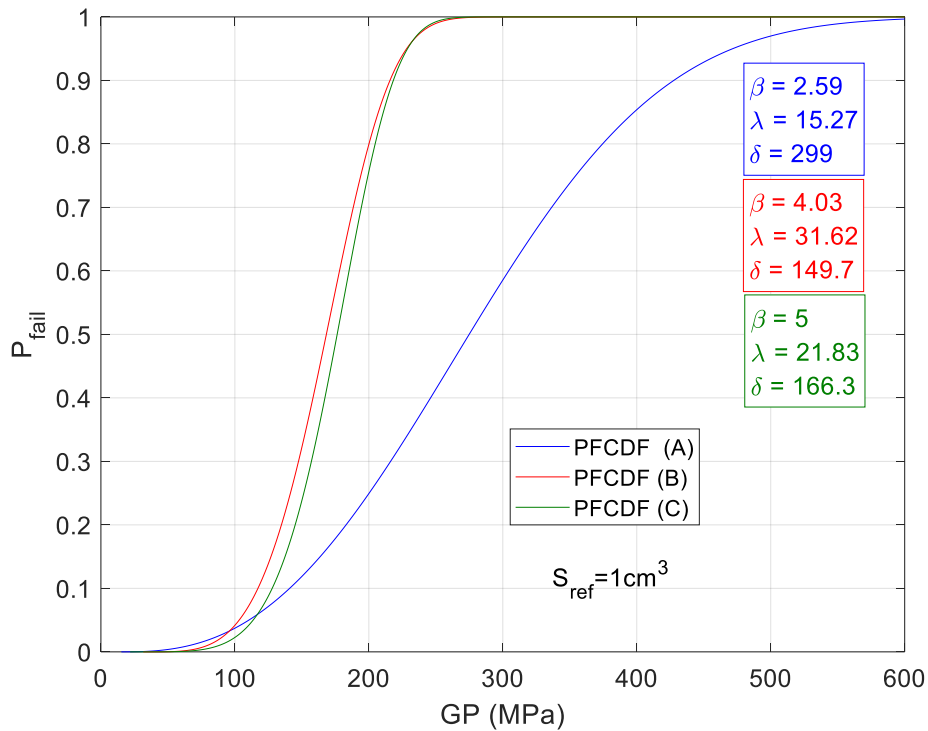


Figura 2.11.- Curvas PFCDF obtenidas a partir de las probetas de resina epoxi entalladas

Dado que no se puede afirmar que ninguna de las PFCDF sea mejor que las otras, todas ellas han sido utilizadas para realizar predicciones de fallo de los resultados experimentales, conduciendo al siguiente estudio de validez de las PFCDF.

## 2.6. Estudio de validez de la curva PFCDF

Una vez obtenidas las PFCDF como propiedad del material, es posible utilizar las mismas para predecir la probabilidad de fallo en función de la carga aplicada con cada tipo de probeta. Dicha predicción de fallo será diferente para cada tipo de probeta, y se basará en el cálculo de la probabilidad de fallo local y en el cómputo de la probabilidad de fallo global a través del principio del eslabón más débil.

A partir de los cálculos por elementos finitos realizados, el cálculo de la probabilidad de fallo local de cada elemento puede obtenerse como

$$P_{elem_i} = 1 - \exp \left[ - \frac{S_{elem_i}}{S_{ref}} \cdot \left( \frac{GP_{ij} - \lambda}{\delta} \right)^\beta \right] \quad (2.6)$$

donde los valores  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  son los obtenidos en el apartado anterior,  $S_{ref}$  es el tamaño de referencia seleccionado ( $1cm^3$ ) y  $GP_{ij}$  y  $S_{elem}$  son los valores de la tensión principal máxima y del tamaño de elemento para un cierto estado de carga determinado. Tras la



obtención de las probabilidades de fallo locales, se aplica el principio del eslabón más débil, que nos permite predecir la probabilidad de fallo global del componente estudiado:

$$P_{global_j} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_{elem_i}) \quad (2.7)$$

Este procedimiento permite obtener la probabilidad de fallo para cualquier geometría y estado de carga a partir de una PFCDF, por lo que en teoría debería ser posible obtener la probabilidad de fallo de cualquiera de las probetas entalladas con tan solo conocer el tamaño de los elementos y los valores del parámetro generalizado para un cierto estado de carga. En el Código 2, que se muestra en el Anexo I, se expone la sintaxis de la función “Predictor.m” para el cálculo de la probabilidad de fallo a partir de resultados de elementos finitos contenidos en los vectores GP\_LOCAL y S\_ELEM.

Esta función ha sido utilizada para obtener predicciones de fallo para todas las configuraciones y a partir de todas las PFCDF. En el Código 3 (ver Anexo I) puede verse la sintaxis relativa al cálculo de estas predicciones.

## 2.7. Predicciones de fallo

La Figura 2.12, Figura 2.13 y Figura 2.14 muestran los resultados experimentales para todos los experimentos, distinguiendo en distintos colores las diferentes configuraciones de entalla ensayadas, y sobre las mismas se representan las predicciones de probabilidades de fallo correspondientes al 0,05, 0,5 y 0,95, obtenidas a partir del Código 3. A continuación, se realiza una discusión sobre los resultados obtenidos para cada una de las predicciones.

### 2.7.1. Predicciones basadas en la PFCDF de A

La Figura 2.12 muestra las curvas de distribución del fallo en las distintas probetas obtenidas a partir de los resultados de las probetas tipo A. Se han incluido también los resultados individuales obtenidos con las 8 probetas tipo A (círculos azules), con las 6 probetas tipo B (triángulos naranja) y las 5 probetas tipo C (cuadrados verdes). La PFCDF obtenida a partir de las probetas con una entalla tipo A (ver Figura 2.11) aparece desplazada hacia la derecha en comparación con el resto, lo que significa que para el mismo valor de GP aplicado sobre el tamaño de referencia esta función de distribución conduce a probabilidades de fallo más bajas. Además, se observa que la dispersión que se ha obtenido en esta campaña experimental era mayor que en el resto, lo que también se ve reflejado en una mayor dispersión en la PFCDF. Esto conduce a que, al aplicar dicha PFCDF (probeta A) a la predicción de probabilidad de fallo del resto de configuraciones de entallas, se observen unos intervalos susceptibles de probabilidad de fallo (5-95%) mucho mayores que los que cabría atribuir a los resultados experimentales (se observa que la dispersión de los resultados experimentales de las probetas es mucho menor comparada con el intervalo susceptible de probabilidad de fallo 5-95%). A pesar de esto, puede observarse que los resultados experimentales de las probetas B y C se sitúan dentro de los intervalos de predicción

establecidos, lo cual se considera un éxito teniendo en cuenta el limitado número de ensayos con los que se ha obtenido la PFDCF.

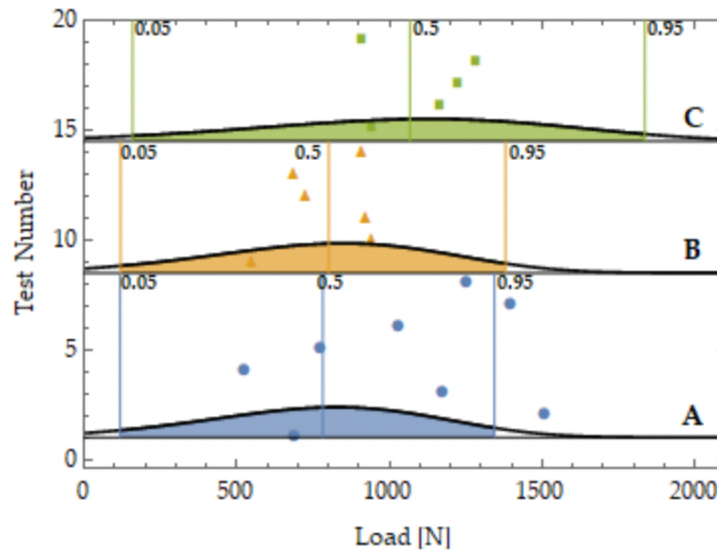


Figura 2.12.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFDCF obtenida con la Probeta A

### 2.7.2. Predicciones basadas en la PFDCF de B y C

El análisis de estas dos PFDCFs se ha realizado conjuntamente ya que los resultados obtenidos con ambos tipos de probeta habían sido casi similares. En general, se puede afirmar que las PFDCFs obtenidas a partir de las probetas con entallas tipo B y C permiten obtener una predicción de fallo razonablemente aceptable para todas las probetas (véase la Figura 2.13 y la Figura 2.14.). El único caso en el que la predicción no es capaz de reflejar la dispersión obtenida experimentalmente es para las probetas A, pero considerando que estaría del lado de la seguridad en ambos casos en un hipotético caso de diseño, puede considerarse que la PFDCF basada en los resultados de las probetas B y C podría ser aplicable para la predicción del fallo de cualquier componente entallado de este material.

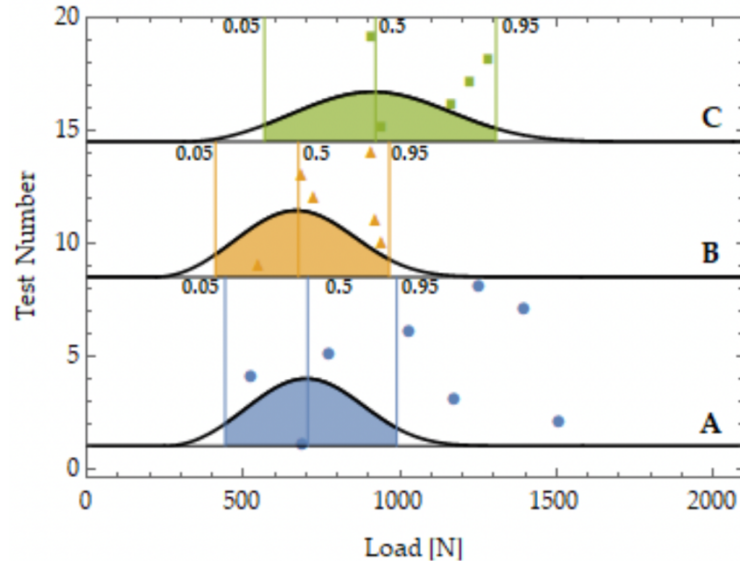


Figura 2.13.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida con la Probeta B

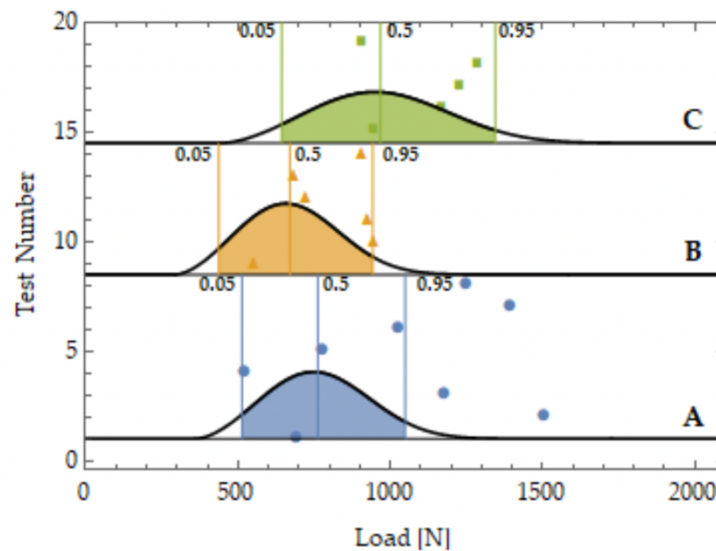


Figura 2.14.- Comparativa entre los resultados experimentales y las predicciones de fallo (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida con la Probeta C

## 2.8. Discusión de resultados

La campaña de caracterización experimental a fractura de la resina EPOLAM 2025 a través de probetas con diferente radio de entalla ha dado lugar a una gran dispersión en los resultados experimentales, por lo que resulta inevitable la necesidad de utilizar modelos probabilísticos para la evaluación de estos resultados, no siendo por ello suficiente recurrir a modelos deterministas.

Del mismo modo, se han obtenido fallos prematuros en las probetas tipo B y fallos más tardíos en las probetas tipo C. En cuanto a las probetas con entalla tipo A, se ha observado una gran dispersión en las cargas de rotura, por lo que sería conveniente realizar más ensayos



experimentales con este tipo de configuración con objeto de poder identificar las causas de la incertidumbre citada (marcas de mecanizado, presencia de poros internos, o algún otro defecto similar) que estuviera distorsionando la realidad que pretende ser observada.

En cuanto al Modelo Local Generalizado, ha demostrado ser un modelo aplicable para el ajuste de resultados experimentales de probetas entalladas y para la predicción de probabilidad de fallo, posibilitando la transferencia de resultados entre campañas experimentales. Si bien es cierto que sería conveniente llevar a cabo un ajuste de una PFCDF con un mayor número de experimentos, con el fin de garantizar una mayor fiabilidad de ésta.

## 2.9. Refinado de malla

La precisión de los modelos de Elementos Finitos está relacionada con el mallado de la pieza sometida a estudio. Esta malla está compuesta por elementos sobre los que, como se ha indicado con anterioridad, se resuelven las ecuaciones que representan de forma aproximada la ecuación de gobierno de interés a través de una serie de funciones polinómicas definidas sobre cada elemento.

Por ello, a medida que se disminuye el tamaño de los elementos, es decir, que se refina la malla, la solución computacional tiende a aproximarse en mayor medida a la solución real. Este hecho hace que el refinado de malla sea una técnica ampliamente utilizada en el Análisis por Elementos Finitos y que se haya establecido como un paso clave en la validación de cualquier modelo de Elementos Finitos con el fin de verificar que la solución obtenida a partir de la simulación es lo suficientemente buena como para tomarla como válida.

En el proceso de mallado, la malla inicial trata de reducir el tamaño en los elementos de la zona de la entalla de la probeta, mientras que a medida que los elementos se alejan de esta, se incrementa el tamaño de los elementos. Esta diferencia en el tamaño de los elementos permite realizar las simulaciones con un coste computacional inferior, que se ve luego reflejado en los tiempos de extracción de variables y post-proceso. Por lo general, elementos de mayor tamaño dan soluciones menos precisas, por lo que es razonable utilizarlos en zonas donde se pueda admitir un cierto grado de imprecisión. En el caso de las probetas tipo hueso de perro (“*dogbone*”) de tracción, se sabe de antemano que las zonas alejadas de la entalla van a tener tensiones muy inferiores a las que aparecen en el concentrador de tensión, por lo que no necesitarán una malla excesivamente fina.

En la Tabla 2.4 se incluye el número de elementos de los modelos de la malla inicial y refinada en función del tipo de probeta entallada (A, B o C).

	Número de elementos	
Probeta	Inicial	Refinado
A	105780	172200

B	151440	204240
C	106080	151686

Tabla 2.4.- Número de elementos del modelo de Elementos Finitos, según el tipo de probeta

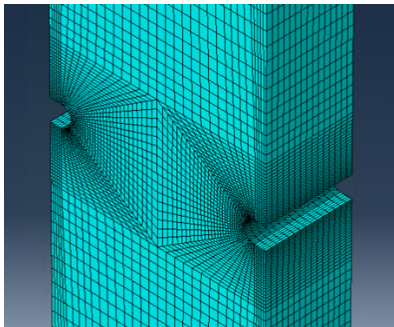
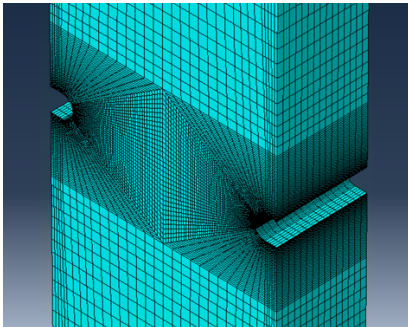
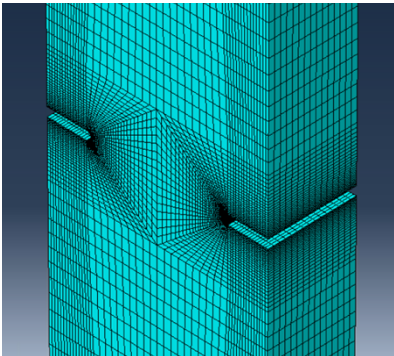
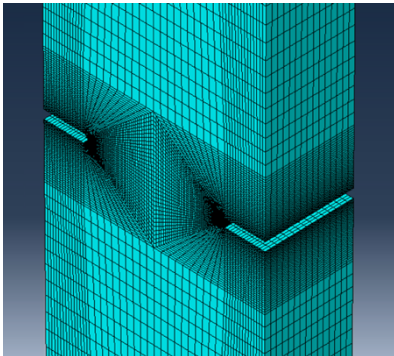
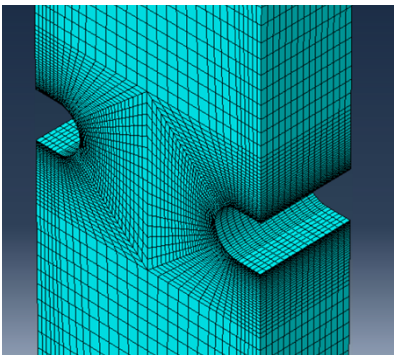
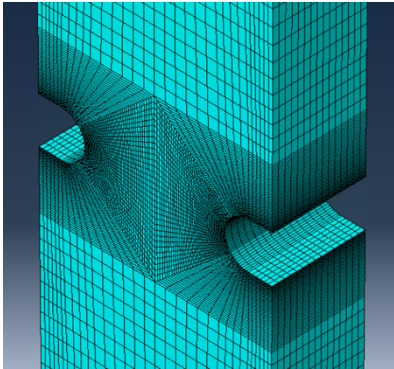
Probeta	Malla inicial	Malla Refinada
A		
B		
C		

Tabla 2.5.- Mallado de probetas en la zona de la entalla para las mallas inicial y refinada

La técnica que se ha utilizado para el refinado de malla ha sido manual, con el fin de mallar la zona de la entalla con una malla aún más fina. En la Tabla 3.3 se observan mallas

mucho más finas en la zona entallada para los tres tipos de probetas, tanto en el momento inicial como tras el refinado de la malla.

Tras la extracción de las variables locales, se han seguido los pasos explicados con anterioridad para la obtención de las Curvas Primarias de Fallo (PFCDF) de los modelos tras el refinado de malla. A continuación, en la Figura 2.15 se comparan con las curvas resultantes del mallado inicial para estudiar el efecto del refinado de malla en los resultados del modelo.

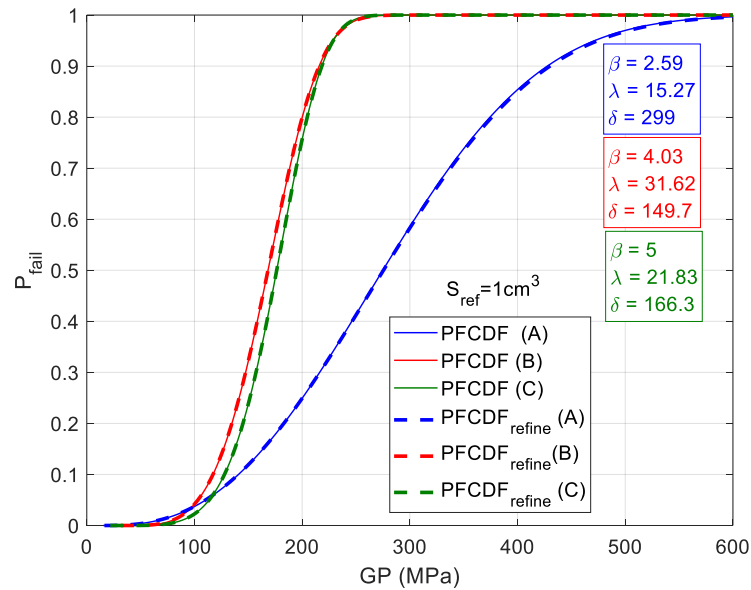


Figura 2.15.- Curvas PFCDF de probetas entalladas - Comparación malla inicial y refinada

Como se puede observar en la Figura 2.15, el efecto del refinado de malla en las curvas PFCDF es mínimo. De este hecho se puede inferir que el mallado inicial es aceptable para realizar la predicción de fallo de las probetas entalladas, concluyendo tras este estudio de la malla que los resultados que se han discutido con anterioridad son válidos.





# III. CARACTERIZACIÓN A FATIGA



# 1. Introducción

Basta con observar los resultados de los experimentos realizados en el campo de la fatiga en general para inferir que los modelos probabilísticos de fatiga son fundamentales para lidiar con la incertidumbre inherente en los análisis de fatiga a vida total. Al contrario de lo que ocurre con los modelos deterministas, los probabilistas proporcionan la solución para extrapolar los resultados de los ensayos de fatiga en el laboratorio a la predicción de la vida de grandes componentes estructurales, como por ejemplo los puentes, asegurando la transferibilidad, considerando tanto el efecto de escala como el de forma [10] [11] [12].

Durante el transcurso de los años, se han propuesto diferentes modelos probabilísticos de fatiga para la obtención del campo S-N. Ya en 1972, Bastenaire [13] propuso un método para la evaluación de resultados derivados de ensayos de fatiga bajo amplitud de tensiones constantes. En concreto, el enfoque que se utiliza en el presente trabajo para el estudio del comportamiento a fatiga de la probeta de resina epoxi es el propuesto por Castillo y Canteli [14].

Generalmente, el campo p-S-N que resulta del análisis de fatiga con la distribución de Weibull se aplica sin considerar la influencia de un parámetro de referencia en función de la forma y geometría de las probetas ensayadas y de las condiciones de carga, lo que conduce a una función de distribución acumulada errónea [10] [15].

Por ello, tal y como se hizo en el anterior capítulo, la predicción de vida a fatiga se ha realizado a través de la obtención de la función primaria de distribución de fallo (PFCDF) que deriva del Modelo Local Generalizado (GLM) [7]. Como ya se ha mencionado con anterioridad, la PFCDF permite caracterizar de forma probabilista la rotura del material independientemente de la forma de la probeta o el tipo de ensayo. La combinación de ambos modelos [7] [14] asegura la unicidad de la PFCDF, independientemente del ensayo seleccionado.

En el presente capítulo se presenta el estudio realizado sobre los resultados experimentales de fatiga obtenidos, probándose la transferibilidad de los resultados de las entre diferentes tipos de ensayos mediante la consideración del efecto de escala y de forma.

## 2. Campaña experimental

### 2.1. Introducción

La aplicación del Modelo Local Generalizado combinado con el modelo de Castillo y Canteli para realizar la predicción de fallo de la resina epoxi a fatiga se llevó a cabo mediante una campaña experimental en la que se utilizaron dos tipos de probetas con diferente geometría (ver Tabla 2.1). Estas probetas normalizadas fueron sometidas a ensayos de fatiga (cargas de tracción uniaxial variables en el tiempo) para obtener los ciclos necesarios hasta la rotura.

Las probetas utilizadas en la presente campaña experimental de fatiga fueron también suministradas por el fabricante AXSON Technologies (Barcelona) y la fabricación de las planchas de la resina epoxi (EPOLAM 2025) fue realizada en el INTA (Madrid) y el mecanizado de las mismas en Prodintec (Gijón), al igual que se había hecho con las probetas entalladas del anterior capítulo.

### 2.2. Metodología

Se realizaron un total de 43 ensayos válidos de tracción bajo cargas cíclicas (fatiga)<sup>II</sup> de acuerdo con las normas UNE 7117:1958 y ASTM D7791-17. La geometría de las probetas de EPOLAM 2025 ensayadas a fatiga puede verse en la Tabla 2.1. La diferencia principal entre ambas probetas es el volumen sometido a tensión que fue de 1386 mm<sup>3</sup> en las probetas E y de 792 mm<sup>3</sup> en las probetas F.

Designación	Geometría
E	<p>Diagrama de la geometría de la probeta E. El espesor es de 6 mm. El ancho total es de 120 mm. El ancho de la zona de tracción es de 21 mm. El ancho de la zona de agarre es de 38 mm. El radio de transición es R12. El espesor de la zona de tracción es <math>11 \pm 0.5</math> mm. El espesor total de la probeta es de 24 mm.</p>

<sup>II</sup> El cociente de tensiones,  $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$  fue siempre  $R=0,1$

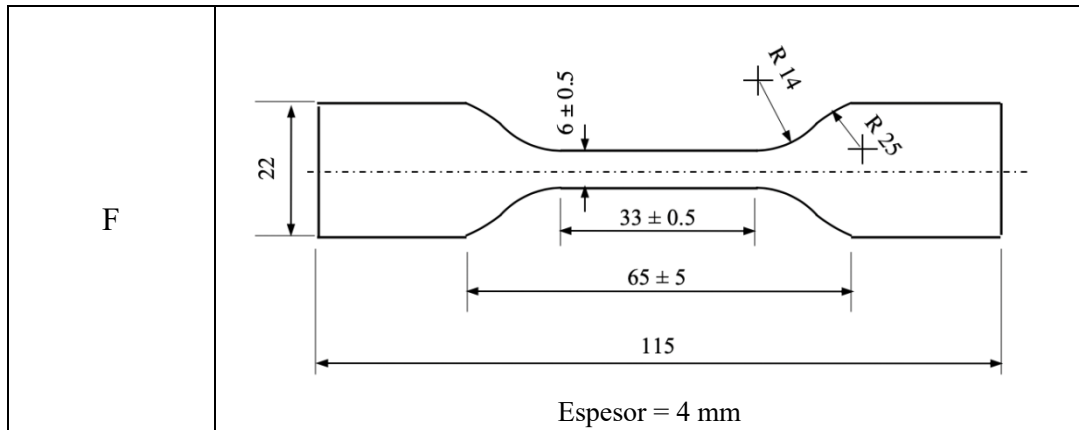


Tabla 2.1.- Geometría de probetas ensayadas a fatiga

Los ensayos se realizaron en el Laboratorio de Resistencia de Materiales de la Universidad de Oviedo utilizando la máquina MTS Bionix equipada con una célula de carga de 15 kN.

### 2.3. Resultados experimentales

En la Tabla 2.2 y Tabla 2.3 se presentan los resultados de la campaña experimental de fatiga. En ésta se incluyen los valores de tensión máxima y mínima ( $\sigma_{m\acute{a}x}$  y  $\sigma_{m\acute{i}n}$ , respectivamente) aplicada en los ensayos y los ciclos necesarios hasta lograr la rotura de cada probeta.

Probeta	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (N)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ (N)	Ciclos
E-1	36,50	3,65	573
E-2	36,50	3,65	2146
E-3	36,50	3,65	203
E-4	32,85	3,29	256
E-5	32,85	3,29	432
E-6	32,85	3,29	3404
E-7	25,55	2,56	11797
E-8	21,17	2,12	21967
E-9	20,81	2,08	16979
E-10	20,66	2,07	10536
E-11	22,27	2,23	9191
E-12	26,65	2,66	43
E-13	28,84	2,88	6745
E-14	26,65	2,66	999
E-15	20,59	2,06	1346
E-16	20,44	2,04	20413
E-17	20,37	2,04	1706
E-18	18,98	1,90	40611

Tabla 2.2.- Resultados de la campaña experimental de fatiga – Probeta E



Probeta	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (N)	$\sigma_{m\acute{i}n}$ (N)	Ciclos
F-1	32,85	3,29	450
F-2	21,90	2,19	2442
F-3	36,50	3,65	11190
F-3	36,50	3,65	31
F-4	36,50	3,65	1194
F-5	36,50	3,65	668
F-6	32,85	3,29	114
F-7	32,85	3,29	3901
F-8	32,85	3,29	79
F-9	29,20	2,92	23262
F-10	29,20	2,92	8646
F-11	29,20	2,92	1099
F-12	29,20	2,92	3415
F-13	25,55	2,56	1622
F-14	25,55	2,56	11516
F-15	25,55	2,56	1706
F-16	21,90	2,19	4608
F-17	21,90	2,19	6453
F-18	21,90	2,19	19103
F-19	21,17	2,12	24515
F-20	21,17	2,12	11844
F-21	21,17	2,12	7549
F-22	24,09	2,41	32542
F-23	24,09	2,41	9551
F-24	20,44	2,04	622111
F-25	19,71	1,97	110801

Tabla 2.3.- Resultados de la campaña experimental de fatiga – Probeta F

## 3. Evaluación de resultados

### 3.1. Introducción al modelo probabilístico de Weibull en fatiga

El modelo probabilístico de regresión de Castillo y Canteli define el campo S-N (o  $\varepsilon$ -N) mediante curvas hiperbólicas de isoprobabilidad. De esta forma, reescribiendo la ecuación (2.1) para relacionar el parámetro generalizado (GP) con los ciclos para la rotura (N), se tiene:

$$P_{fallo} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{V - \lambda}{\delta_{ref}} \right)^\beta \right] \quad (3.1)$$

donde V una variable independiente que se relaciona con GP como se refleja en (2.2)

$$V = (\log GP - C)(\log N - B) \quad (3.2)$$

siendo  $\lambda$ ,  $\beta$  y  $\delta_{ref}$  los parámetros de la distribución de Weibull, y B y C las dos asíntotas de las curvas de isoprobabilidad definidas en el modelo de Castillo y Canteli. Se ha tomado la tensión principal máxima ( $\sigma_I$ ) como parámetro generalizado (GP).

Adicionalmente, la función de distribución acumulada (CDF) asociada a un tamaño de elemento  $S_{ref}$  puede convertirse en otra con un nuevo tamaño de probeta distinto,  $S_{new}$ , haciendo uso del efecto de escala:

$$\delta_{new} = \delta_{ref} \left( \frac{S_{ref}}{S_{new}} \right)^{1/\beta} \quad (3.3)$$

Sustituyendo el nuevo valor  $\delta_{new}$  se obtiene la probabilidad de fallo para el nuevo tamaño  $S_{new}$

$$P_{fallo} = 1 - \exp \left[ - \frac{S_{new}}{S_{ref}} \left( \frac{V - \lambda}{\delta_{ref}} \right)^\beta \right] \quad (3.4)$$

### 3.2. Estudio de la influencia del efecto de escala en fatiga

Como se ha explicado con anterioridad, la curva primaria de distribución de fallo (PFCDF) caracteriza, por definición, el comportamiento del material independientemente de la geometría de la pieza. Por ello, se va a estudiar el comportamiento de las probetas

ensayadas a fatiga con objeto de realizar evaluaciones de fallo ‘cruzadas’, es decir, se realizará la predicción de fallo de un tipo de probeta a partir de los resultados (PFCDF) obtenidos con el otro tipo de probeta mediante la consideración de la influencia del efecto de escala.

El proceso consistirá en tomar, para la primera de las dos predicciones, los parámetros de la distribución de Weibull obtenidos con las probetas tipo E<sup>III</sup>. Con estos parámetros y el tamaño (de la probeta F,  $S_{new}^{IV}$ ) para el que se quiere aplicar el cambio de escala se construirá la curva PFCDF que permite predecir el fallo de la probeta F. Además, estos resultados se contrastarán con la distribución de fallo de los resultados experimentales de la probeta de la que se pretende predecir el fallo, aplicando la fórmula del punteo de Benard.

En la Figura 3.1 se observa el esquema de cálculo utilizado para realizar las predicciones ‘cruzadas’ para el caso en el que se predice la probeta F en función de los parámetros de ajuste de la probeta E.

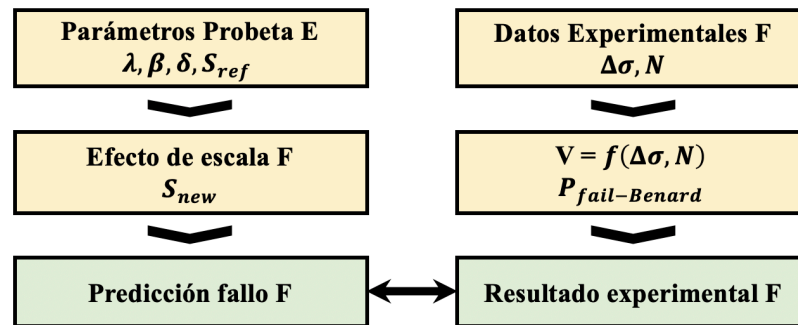


Figura 3.1.- Esquema de cálculo para la predicción de fallo (cálculo de PFCDF) de la probeta F a partir de los parámetros de Weibull de la probeta E

En la Figura 3.2 y Figura 3.3 se observa el resultado de realizar un cambio de escala a la PFCDF de la probeta F para la predicción de fallo de la probeta E y viceversa. A la vista del resultado de la Figura 3.2, se aprecia que para valores de la variable independiente mayores que 3 la curva del modelo ofrece una predicción conservadora en cuanto a que para un mismo valor de la variable independiente V, la probabilidad de fallo de la probeta es inferior a la que propone la fórmula de punteo de Benard (éste se ha determinado del mismo modo ya explicado en el capítulo anterior). Este fenómeno no se observa cuando se hace la predicción

---

<sup>III</sup>Al igual que en el capítulo II, para el ajuste de los parámetros de la distribución de Weibull, se ha utilizado la aplicación ProLocal (programada en MATLAB), que contiene implícitas las funciones necesarias para las funciones necesarias para aplicar el GLM y obtener los parámetros de ajuste

<sup>IV</sup>Como tamaño de referencia de las probetas se ha tomado el volumen de la parte central calibrada de las mismas

a la inversa (predecir F a partir de E), aunque el ajuste se desvía ligeramente para valores de  $V$  comprendidos entre 1 y 2.

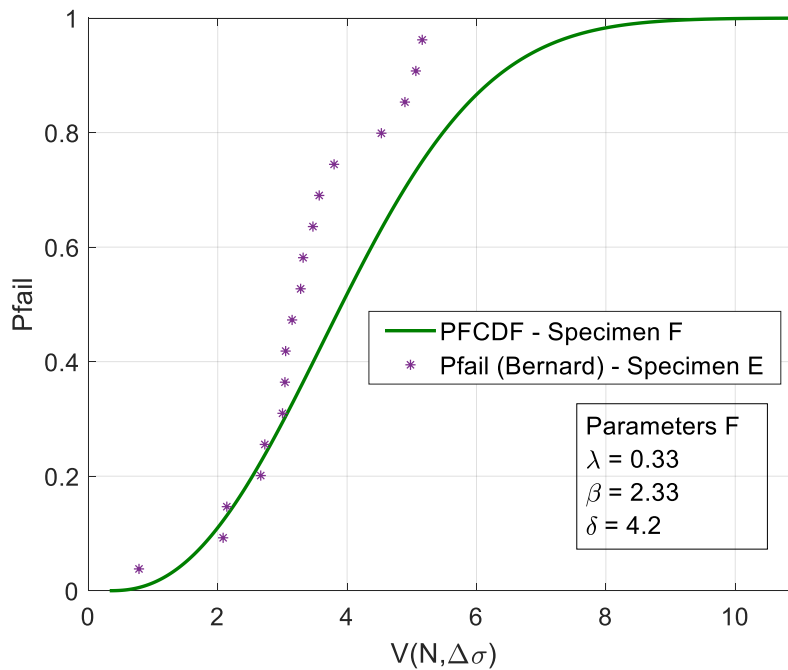


Figura 3.2.- Predicción de fallo de la probeta E a partir de PFCDF de la probeta F en función de la variable normalizada  $V$

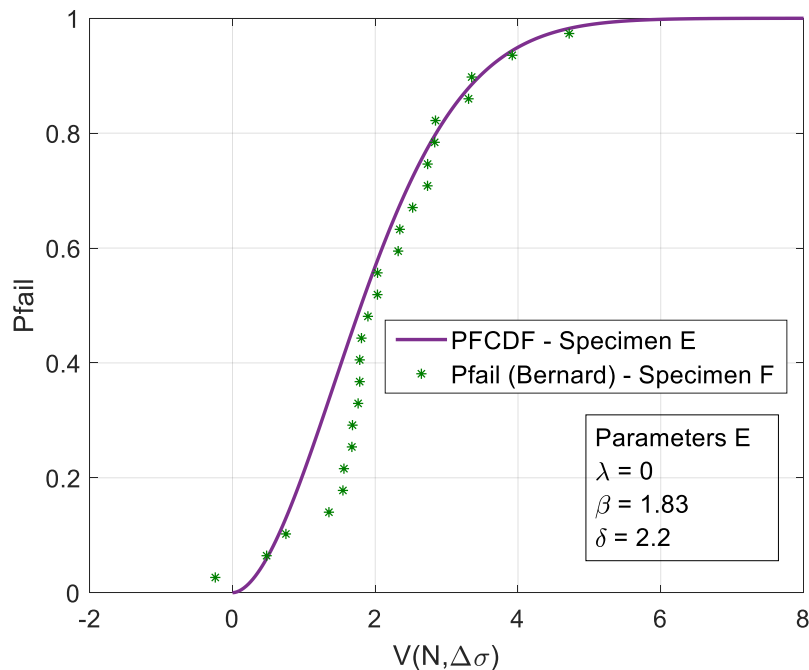


Figura 3.3.- Predicción de fallo de la probeta F a partir de PFCDF de la probeta E en función de la variable normalizada  $V$

A partir de las curvas PFCDF se inició el estudio del comportamiento a fatiga de las probetas mediante predicciones ‘cruzadas’, lo que se llevó a cabo despejando el parámetro



generalizado  $GP$  (se elige como parámetro generalizado la diferencia de tensiones  $\Delta\sigma$ ) de la ecuación (3.2), obteniéndose la siguiente expresión:

$$\Delta\sigma = \exp\left[\frac{V + C * \log N - B}{\log N - B}\right] \quad (3.5)$$

Como se puede observar, es posible obtener los valores de  $V$  correspondientes a las curvas de isoprobabilidad de 5%, 50% y 95% a partir de la ecuación (2.1), con lo que basta con dar valores a la variable independiente  $N$  (ciclos) para obtener las conocidas curvas de predicción de vida a fatiga,  $p$ -S-N, de la resina epoxi (Figura 3.4 para las probetas F y Figura 3.5 para las probetas E), las cuales son comparadas con los correspondientes resultados experimentales obtenidos con cada probeta

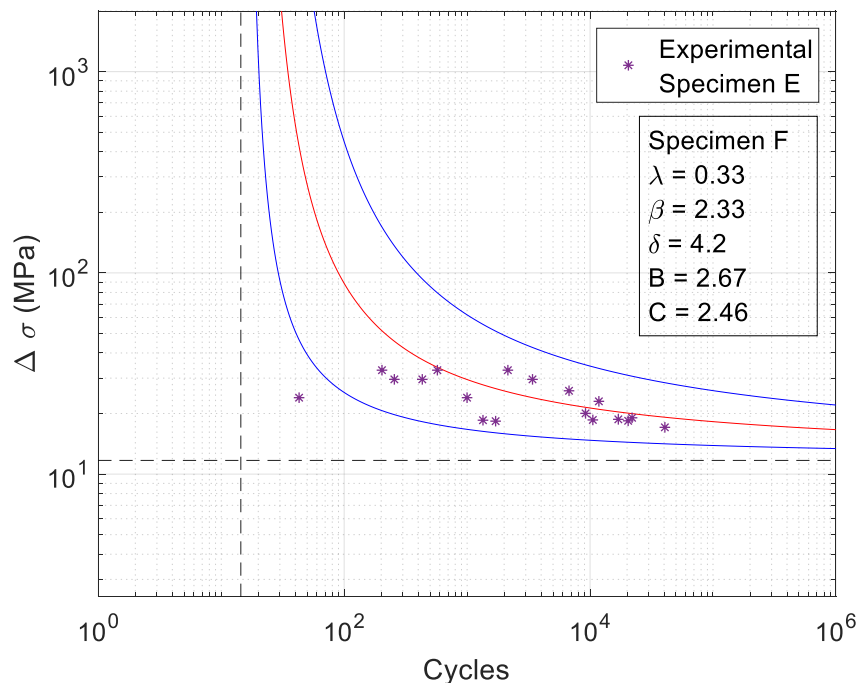


Figura 3.4.- Predicción de las curvas de fallo por fatiga para la probeta E  $p$ -S-N (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida para la Probeta F

Como se puede apreciar en la Figura 2.8, los resultados experimentales de la Probeta E quedan dentro de la región que definen las curvas de isoprobabilidad del 5% y 95% (en azul). Se pone de manifiesto que solo uno de los puntos queda fuera la mencionada región, un hecho que no debería ser preocupante ya que la probabilidad de fallo es inferior al 5% y, además, esta probeta falló por fatiga al cabo de menos de 100 ciclos, por lo que no es un resultado representativo del comportamiento a fatiga.

Las curvas S-N a fatiga obtenidas con las probetas F que se muestran en la Figura 3.5 muestran ahora tres probetas que fallaron al cabo de un muy bajo número de ciclos. Por otro lado, se constata que la mayoría de los resultados de los ensayos se encuentran dentro de la

región en la que se prevé el fallo por fatiga (entre las curvas del 5 y el 95% de probabilidad de fallo).

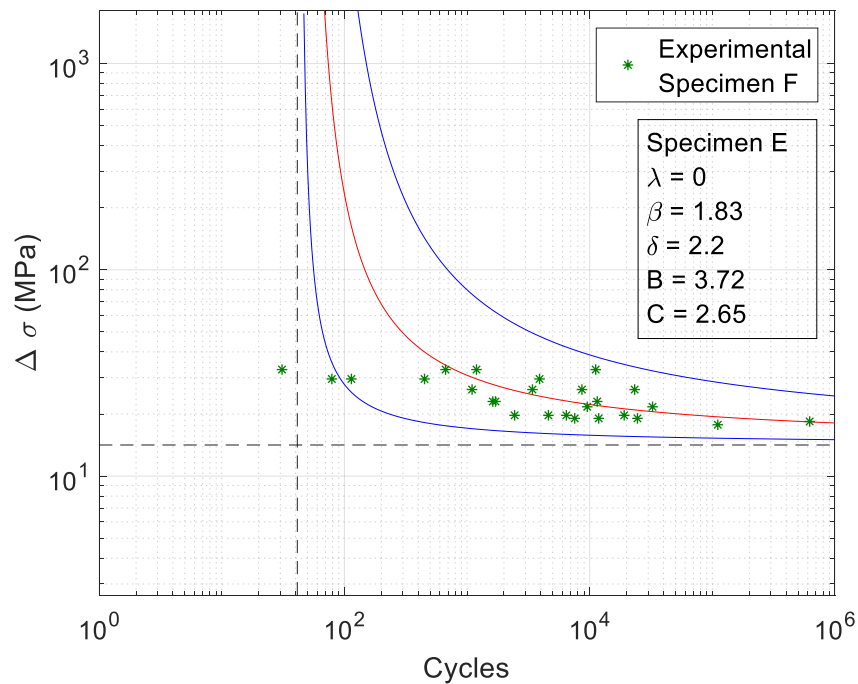


Figura 3.5.- Predicción de las curvas de fallo por fatiga para la probeta F p-S-N (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF obtenida para la Probeta E

Tras realizar el análisis a partir de las curvas primarias para cada una de las dos series de probetas, se llevó a cabo un estudio conjunto utilizando los resultados obtenidos con las probetas E y F, es decir, unos parámetros conjuntos obtenidos a partir del ajuste según el GLM (utilizando el software de MATLAB ProJoint) de los resultados experimentales de fatiga.

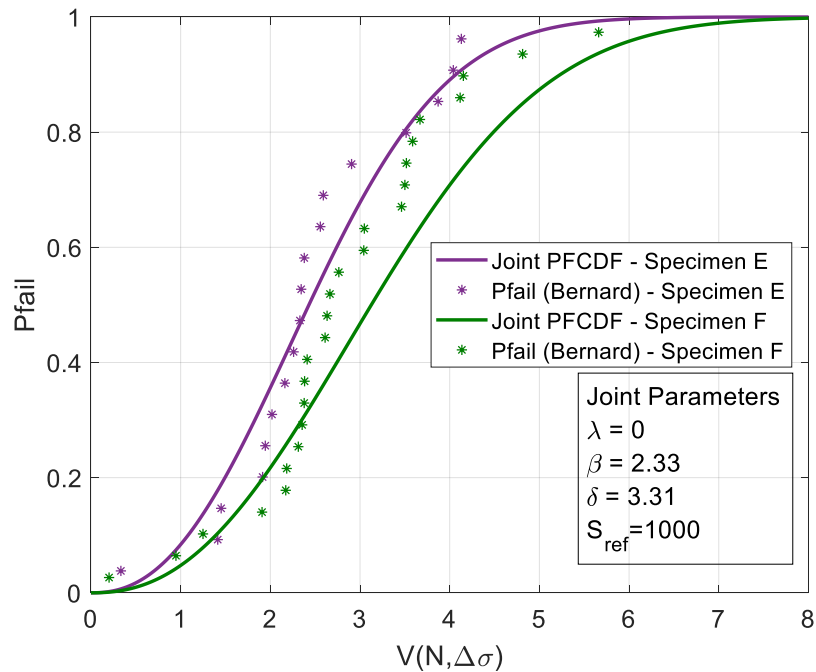


Figura 3.6.- Curvas PFCDF predicción conjunta - Efecto de escala

En la Figura 3.6 se observan las dos curvas que se obtienen con los parámetros de Weibull del ajuste conjunto (*Joint Parameters*). Como ocurría en el caso de las curvas PFCDF calculadas a partir de los parámetros individuales, se hace uso una vez más del efecto de escala para caracterizar cada probeta en función de su tamaño de referencia. De acuerdo con los resultados, se observa un ajuste de la curva de predicción de fallo adecuado para la probeta E y un ajuste generoso para la probeta F, ya que en este caso los puntos de Bernard muestran un fallo más temprano que el que muestra la predicción.

Las curvas S-N resultantes, obtenidas según la ecuación (3.5), son las que se muestran en la Figura 3.7. Como se puede apreciar, tenemos de nuevo distintas curvas de isoprobabilidad para cada tipo de probeta debido a que su tamaño equivalente es diferente.

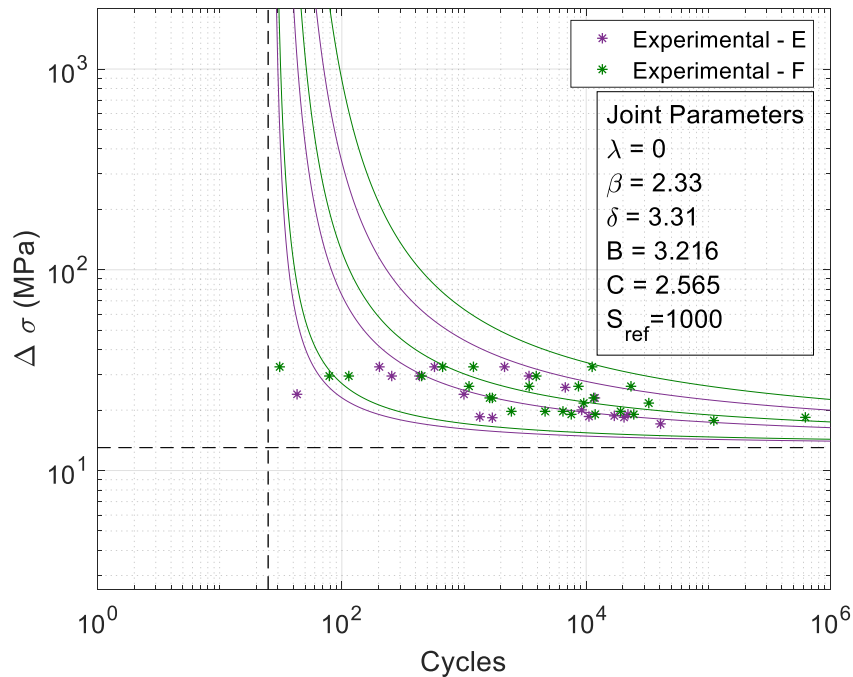
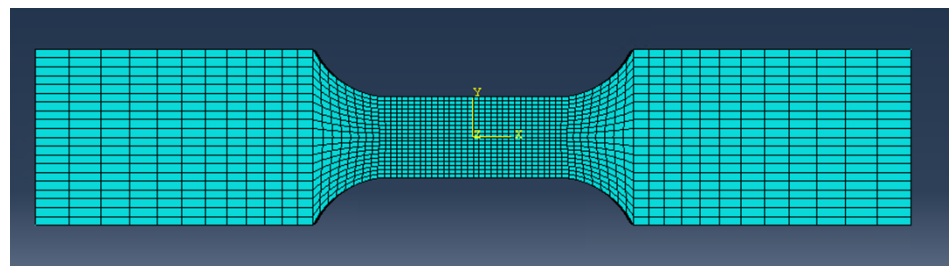


Figura 3.7.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) obtenidas a partir de la PFCDF conjunta (parámetros de E y F)

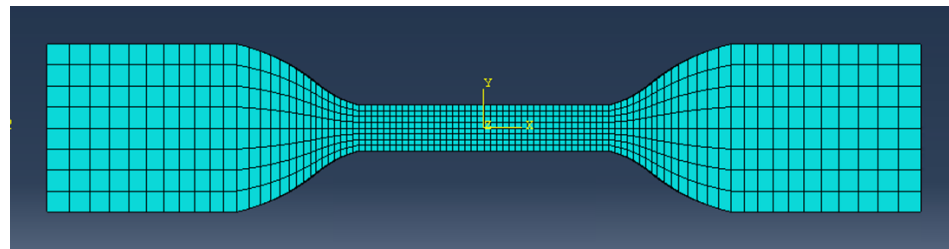
### 3.3. Predicción de probabilidad de fallo por fatiga basada en resultados numéricos

La incertidumbre que caracteriza el análisis de fatiga a vida total hace que cobre especial importancia realizar predicciones de fallo a partir de una estimación de parámetros basada en los resultados experimentales de ambas probetas. Como consecuencia de esto, se obtendrán resultados con menor incertidumbre y mayor consistencia. La adecuación del uso de estos parámetros conjuntos para el estudio del comportamiento a fatiga de la resina EPOLAM 2020 por medio de las curvas S-N, en el presente subapartado se presenta la metodología y resultados obtenidos a partir del estudio de la predicción de fallo a fatiga de las dos geometrías.

Como se conocen los parámetros conjuntos de Weibull que definen la PFCDF, es posible realizar la predicción de fallo de las probetas sin más que llevar a cabo simulaciones de elementos finitos de ambas probetas (E y F) utilizando el software Abaqus Standard v6.2 ®(ver Figura 3.8), con el fin de extraer (se ha utilizado el mismo método para la extracción de variables que el que se indica en II.2.5.1) la tensión principal máxima y el tamaño en cada elemento.



a)



b)

Figura 3.8.- Mallado de probetas en Abaqus – a) Probeta E, b) Probeta F

La Figura 2.13 muestra el esquema seguido para la realización de las curvas S-N de predicción de fallo a fatiga de las probetas.

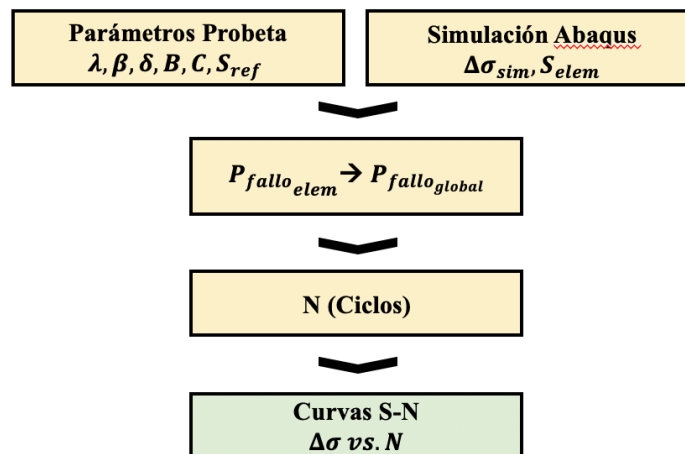


Figura 3.9.- Esquema de cálculo predicción curvas S-N – Probetas a fatiga

Una vez se dispone del valor que toma la tensión principal máxima y el tamaño de cada elemento del modelo de Elementos Finitos y los parámetros que definen las curvas S-N según el modelo de Castillo y Canteli [14] podemos recurrir a la ecuación (3.4), tomando  $\Delta\sigma$  como parámetro generalizado (GP), para obtener la probabilidad de que falle cada elemento para cada uno de los niveles de carga aplicados. Haciendo uso del principio del eslabón más débil, se obtiene la probabilidad de fallo del componente para ese nivel de tensiones y número de ciclos. A modo de ejemplo, la Figura 3.10 muestra la distribución de tensiones determinada por elementos finitos en una de estas probetas. Se hace notar que, aunque la

probeta tiene una sección calibrada constante, existe una cierta concentración de tensión en la región de los acuerdos con la sección de agarre.

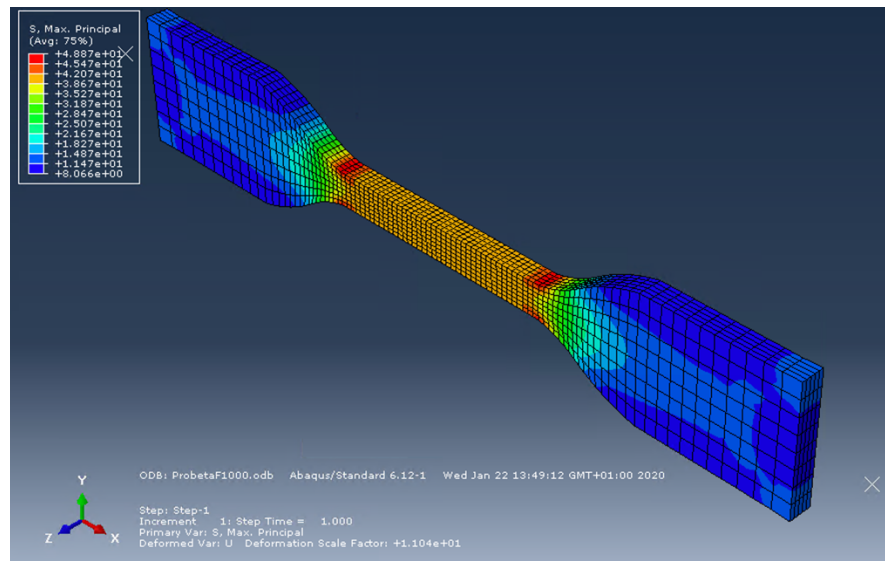


Figura 3.10.- Mapa de tensiones en la Probeta F (tensión principal máxima)

Si este proceso de cálculo se realiza para diferentes valores de la variable N, número de ciclos, se pueden conocer los ciclos de carga a los que la probabilidad global de fallo del componente toma el valor de 0.05, 0.5 y 0.95 (curvas de isoprobabilidad que son objetivo del método) para un determinado nivel de carga, quedando de esta forma definidas las curvas S-N de predicción de fallo a fatiga de la probeta.

En la Figura 3.11 se muestra la predicción del comportamiento a fatiga de la probeta E a partir de los parámetros conjuntos del modelo de Castillo y Canteli. El campo de curvas de isoprobabilidad está en concordancia con los resultados experimentales obtenidos en el laboratorio, ya que casi todos resultados experimentales quedan dentro del área encerrada por las isoprobabilidades del 5 y del 95%, lo que prueba que la aplicación del modelo para describir la distribución de tensiones en las probetas a fatiga es satisfactoria para predecir su comportamiento.

Cabe mencionar que, aunque el modelo está propuesto para el estudio de la iniciación de grietas por fatiga, se ha determinado por medio de Análisis por Elementos Finitos que la vida total de estas probetas viene determinada por la fase de nucleación de la grieta, lo que hace que la fase de propagación sea despreciable.

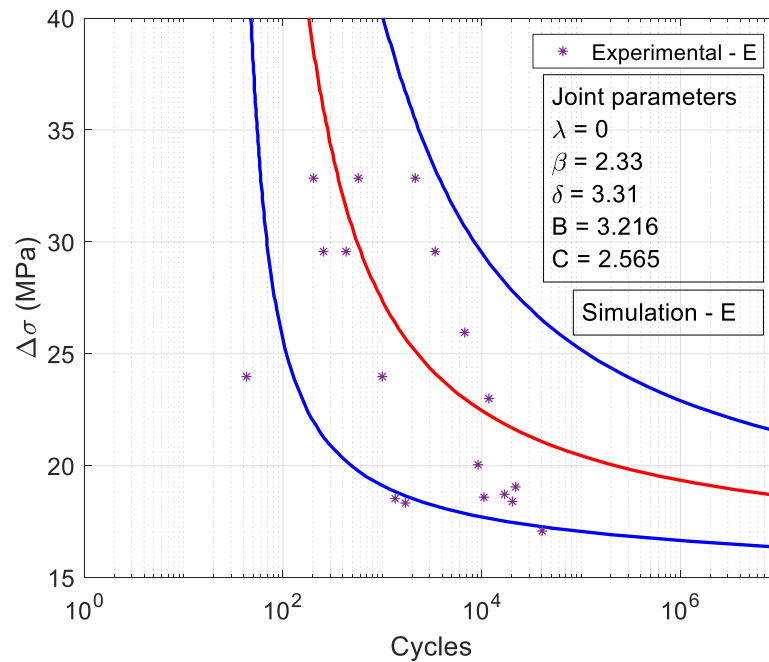


Figura 3.11.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) – Predicción de fallo Probeta E – Parámetros conjuntos

La Figura 3.12 muestra la predicción a fatiga de la probeta F la cual también está en concordancia con la dispersión que presentan los resultados experimentales registrados en el laboratorio.

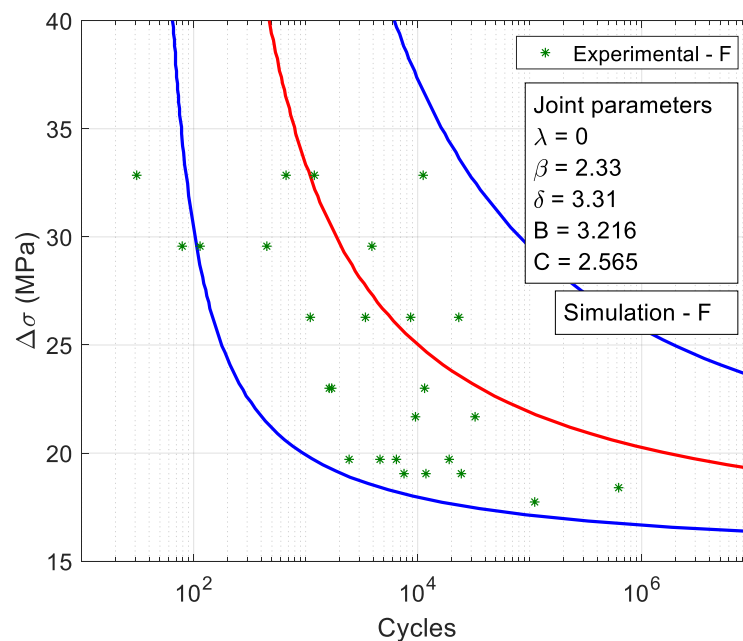


Figura 3.12.- Curvas S-N de isoprobabilidad (5%; 50%; 95%) – Predicción de fallo Probeta F – Parámetros conjuntos

### 3.4. Predicción de componentes entallados a fatiga

Con el objetivo de comprobar que los parámetros de la curva primaria (PFCDF) obtenida permiten predecir el fallo por fatiga de la resina independientemente de la forma de la probeta, se va a realizar la predicción de fallo de componentes entallados (en concreto, de las probetas con entalla tipo A del Capítulo II de esta Memoria) a partir de los parámetros de las probetas a fatiga obtenidos con anterioridad.

Para ello, se ha realizado una campaña experimental a fatiga en el Laboratorio de Resistencia de Materiales con probetas con entalla tipo A, obteniéndose los resultados que se muestran en la Tabla 3.1.

Probeta	$F_{m\acute{a}x}$ (N)	$\sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)	$F_{m\grave{i}n}$ (N)	$\sigma_{m\grave{i}n}$ (MPa)	Ciclos
A-1	600,00	16,67	60,00	1,67	522
A-2	550,00	15,28	55,00	1,53	1430
A-3	468,00	13,00	46,80	1,30	164069
A-4	655,00	18,19	65,50	1,82	2005
A-5	678,00	18,83	67,80	1,88	1471
A-6	702,00	19,50	70,20	1,95	3985
A-7	818,00	22,72	81,80	2,27	934
A-8	935,00	25,97	93,50	2,60	194
A-9	1169,00	32,47	116,90	3,25	165
A-10	1022,00	28,39	102,20	2,84	256

Tabla 3.1.- Resultados campaña experimental de fatiga – Probeta A

Realizando un proceso análogo al de la predicción conjunta del apartado 3.3 se lleva a cabo la predicción del comportamiento a fatiga a partir de los parámetros de las probetas E y F. La única diferencia en la aplicación del método radica en que se toman las variables (tensión principal máxima y tamaño de los elementos) de la simulación de la probeta A en Abaqus. En la Figura 3.13 se muestra el resultado de la predicción de las curvas de isoprobabilidad de fallo de la probeta A y los resultados experimentales obtenidos. Como se puede apreciarla mayoría de los resultados están comprendidos en el intervalo de probabilidad entre el 5% y 50%, quedando únicamente 3 de ellos por debajo de este intervalo y muy próximos a la curva asociada al 1% de probabilidad de fallo. El resultado se considera satisfactorio, ya que se ha demostrado que la metodología permite predecir el fallo de componentes entallados a partir de probetas sin entalla. Sin embargo, se considera necesario realizar más experimentos para reducir la incertidumbre asociada a la PFCDF obtenida y a la dispersión de las probetas entalladas.



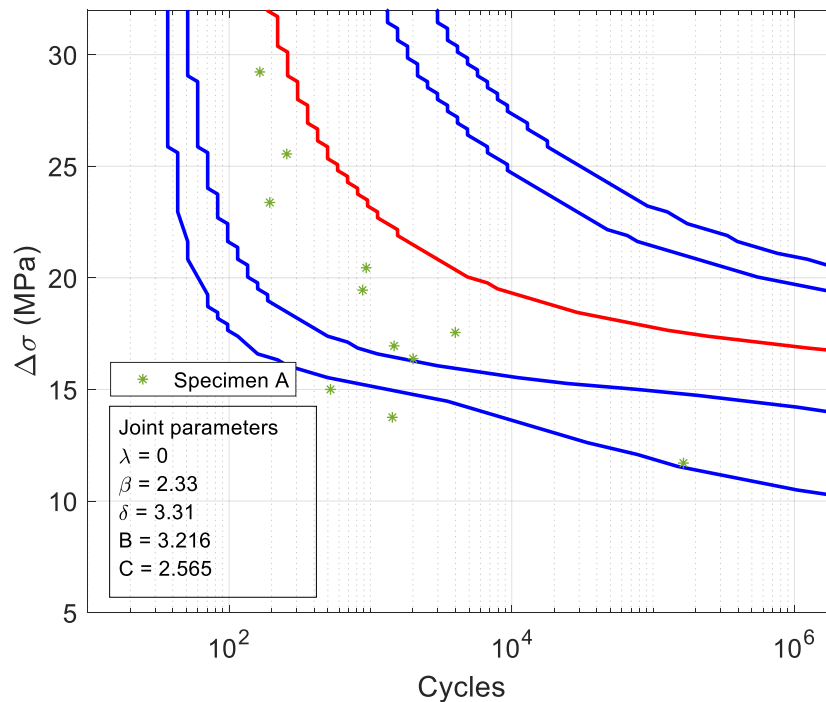


Figura 3.13.- Curvas S-N de isoprobabilidad (1%; 5%; 50%; 95%; 99%) – Predicción de fallo Probeta entallada A a partir de los Parámetros de Weibull obtenidos de una evaluación conjunta de las probetas E y F

### 3.5. Discusión de resultados

La campaña de caracterización experimental a fatiga de la resina EPOLAM 2025 por medio de dos geometrías de probetas diferentes ha permitido observar una gran dispersión en los resultados experimentales, lo que hace necesaria la utilización de modelos probabilísticos para la evaluación de estos.

Aunque las predicciones realizadas parecen válidas, se han observado algunos ensayos con fallos fuera de la región de predicción, si bien el fallo de estos especímenes está definido por una caracterizado por una probabilidad de fallo inferior al 5%. Adicionalmente, la gran dispersión característica de los ensayos de fatiga ofrece predicciones de fallo que podrían ser mejorables, por lo que sería recomendable contar con un mayor número de ensayos para acotar mejorar los intervalos de confianza de las curvas de isoprobabilidad.

Con relación a la metodología aplicada, ha demostrado ser solvente para la caracterización a fatiga de la resina EPOLAM 2025, facilitando el ajuste de los resultados experimentales con el fin de obtener los parámetros que caracterizan las curvas primarias de fallo y permitiendo la transferibilidad de estos resultados a los modelos para la predicción de fallo de las probetas.



# **IV. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO**



# 1. Conclusiones

Las principales conclusiones que derivan del presente trabajo son las siguientes:

- Los resultados de la campaña experimental de caracterización a fractura de la resina EPOLAM 2025 mostraron una dispersión notable, que se vio reflejada en algunas inconsistencias de los resultados de la predicción de fallo. Se observaron fallos tempranos para probetas de tipo B y los fallos más tardíos en las probetas de tipo C.
- La predicción de fallo se realizó mediante modelos de elementos finitos de las probetas entalladas en Abaqus en conjunción con el programa Abaqus2Matlab, con el que se realizó la automatización del proceso de simulación y extracción de variables de interés.
- La metodología propuesta, basada en el Modelo Local Generalizado, es aplicable tanto para el ajuste de resultados experimentales como para la predicción de la probabilidad de fallo de las probetas.
- Se comprobó la idoneidad de los modelos de Elementos Finitos iniciales en los modelos de caracterización a fractura mediante un análisis de malla.
- Por medio de la campaña experimental de fatiga de dos tipos de probetas sin entalla se han podido realizar diferentes análisis para la caracterización del comportamiento a fatiga de los especímenes mediante la aplicación conjunta del Modelo Local Generalizado y de Castillo y Canteli.
- Aplicando la metodología utilizada para la predicción de fallo en las probetas ensayadas a fatiga se lleva a cabo la predicción del comportamiento a fatiga de las probetas entalladas, obteniéndose resultados satisfactorios.



## 2. Trabajo futuro

La línea de investigación futura se relacionará con los siguientes aspectos:

- Realización de una nueva campaña experimental a fractura con mayor número de ensayos por tipo de probeta entallada. En concreto, debido a la gran dispersión que presentan los resultados experimentales en la probeta A, sería aconsejable extender dicha campaña experimental.
- Llevar a cabo ensayos de fluencia con el fin de obtener un estudio más completo del comportamiento mecánico de la resina EPOLAM 2025.
- A partir de los resultados obtenidos y mediante la aplicación del Modelo Local Generalizado, obtener una única curva primaria PFCDF que aúne todos los tipos de probetas ensayadas, garantizando así una mayor fiabilidad de esta.
- Aplicar la metodología propuesta en la caracterización a fatiga de probetas entalladas a probetas con otras geometrías de entalla.
- Ampliar el estudio de caracterización a fractura del material a partir de ensayos de fractura en probetas CT como alternativa a la Teoría de las Distancias Críticas.



# V. BIBLIOGRAFÍA

- [1] M. J. Lamela Rey, A. Fernández Canteli, M. A. García Prieta, E. Castillo Ron, E. Sanz Ablanado y M. García Menéndez , «Probabilistic design model for glazing plates: a standard proposal for building,» *Glass Performance Days 2007*, pp. 581-583, 2007.
- [2] J. A. Correia, A. M. De Jesus y A. Fernández-Canteli, «Local unified probabilistic model for fatigue crack initiation and propagation: Application to a notched geometry,» *Engineering Structures*, vol. 52, pp. 394-407, 2013.
- [3] R. Cocco, P. Frontini y J. Perez-Ipiña, «Threshold toughness of polymers in the ductile to brittle transition region by different approaches,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 74, pp. 1561-1578, 2007.
- [4] A. Salazar, P. M. Frontini y J. Rodríguez, «Determination of fracture toughness of propylene polymers at different operating temperatures,» *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 126, pp. 87-107, 17 5 2014.
- [5] E. Castillo, A. S. Hadi, N. Balakrishnan y J. M. Sarabia, «Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science,» *John Wiley & Sons.*, 2005.
- [6] E. Castillo, «Extreme Value Theory in Engineering,» *Academic Press*, 1988.
- [7] ASTM D638, Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics, 2004.
- [8] M. Muniz-Calvente, «The Generalized Local Model. A methodology for probabilistic assessment of fracture under different failure criteria,» 2017.
- [9] G. Papazafeiropoulos, M. Muñoz-Calvente y E. Martínez-Pañeda, «Abaqus2Matlab: A suitable tool for finite element post-processing,» *Advances in Engineering Software*, vol. 105, pp. 9-16, 2017.
- [10] A. Carpintieri, A. Spagnoli y S. Vantadori , «An approach to size effect in fatigue of metals using fractal theories,» *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, vol. 25, nº 7, pp. 619-627, 2002.



- [11] A. Carpintieri , A. Spagnoli y S. Vantadori, «Size effect in S-N curves: a fractal approach to finite-life fatigue strength,» *International Journal of Fatigue*, vol. 31, nº 5, pp. 927-933, 2009.
  
- [12] A. Spagnoli, S. Vantadori y A. Carpinteri, «Interpreting some experimental evidences of fatigue crack size effects through a kinked crack model,» *Fatigue Fracture Engineering Materials Structures*, vol. 38, nº 2, pp. 215-222, 2015.
  
- [13] F. Bastenaire, «New method for the statistical evaluation of constant stress amplitude fatigue-test results,» *ASTM Special Technical Publication*, pp. 3-28, 1971.
  
- [14] E. Castillo y A. Fernández-Canteli, *A Unified Statistical Methodology for Modeling Fatigue Damage*, Springer, 2009.
  
- [15] M. Muñoz-Calvente, A. de Jesus, J. Correia y A. Fernández-Canteli, «A methodology for probabilistic prediction of fatigue crack initiation taking into account the scale effect,» nº 185, pp. 101-113, 2017.