Análisis de pandeo lineal de perfiles de acero conformado en frío perforado para instalaciones de almacenamiento mediante el Método de Elementos Finitos (FEM) y el Método de Bandas Finitas (FSM)

TFM – Máster Universitario en Ingeniería Industrial

Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón 2020-2021

Elías García Fanjul

UO253023@uniovi.es

Tutor: Manuel Aenlle López / aenlle@uniovi.es

13 de julio de 2021

Índice

Resumen 4
Abstract 4
1. Introducción 5
1.1. Breve presentación de la empresa 5
1.2. Contexto del proyecto 11
1.3. Elementos de estudio 12
2. Alcance del proyecto y objetivos. 15
2.1. El pandeo 15
2.2. Objetivos 18
2.3. Normativa 19
3. Ensayo realizado según EN-15512 20
3.1. Presentación del ensayo 20
3.2. Montaje del ensayo 21
4. Métodos de análisis 23
4.1. Teoría de vigas generalizadas (GBT) 24
4.2. Método de las bandas finitas (FSM) 24
4.3. Método de elementos finitos (FEM) 26
5. Software 27
5.1. CUFSM 27
5.2. RFEM 27
5.3. SHAPE-THIN 28
6. Formulación para el análisis FSM 29
6.1. Condiciones análisis CUFSM 29
6.2. Contraste del modelo con la bibliografía 33
7. Formulación para el análisis FEM 40
8. Resultados 45
8.1. Resultados del ensayo del laboratorio 46
8.2. Resultados del análisis FSM 50
8.3. Resultados del análisis FEM 55
9. Discusión de los resultados y conclusión 99
9.1. Comparativa de las propiedades de la sección en ambos métodos 99
9.2. Discusión de los resultados 100
9.3. Conclusión 104
10. Futuras investigaciones 106
Bibliografía 107

Anexo A. Tipos de perfiles analizados 109
Anexo B. Formulación FEM 112
Anexo C. Generación de perfiles en Excel 115

Resumen

Los almacenes autoportantes o las estanterías, entre otros muchos sistemas de almacenaje, tienen en común un elemento que hace de sustento al resto de la estructura, llamados puntales de rack.

Las cargas que actúan sobre las estructuras son trasmitidas desde el resto de los elementos hasta los puntales, es por ello por lo que estos componentes están expuestos a efectos de pandeo que afectaran a la estabilidad de toda la estructura.

Para poder medir la resistencia de estos elementos a pandeo es de gran importancia la teoría de Euler sobre el cálculo de la carga crítica y la identificación de los distintos valores y vectores propios de pandeo.

Para el cálculo de dicha carga crítica se han desarrollado distintos métodos matemáticos, como son: la teoría de vigas generalizadas (GBT), el método de bandas finitas (FSM) y el método de elementos finitos (FEM).

El principal objetivo de este estudio es realizar un modelo robusto tanto mediante el FSM como el FEM, con el fin de disminuir el gasto en ensayos reales de compresión para obtener la carga crítica de pandeo.

Para ello, en este proyecto se presentan una serie de análisis de estos métodos con la ayuda de distintos programas, como son RFEM y CUFSM.

Abstract

Clad-rack warehouses or racks, among many other storage systems, have in common an element that supports the rest of the structure, called rack columns.

The loads acting on the structures are transmitted from the rest of the elements to the columns, which is why these components are exposed to buckling effects that affect the stability of the whole structure.

In order to measure the resistance of these elements to buckling, Euler's theory on the calculation of the critical load and the identification of the different eigenvalues and eigenvectors of buckling is of great importance.

Different mathematical methods have been developed to calculate the critical load, such as the generalised beam theory (GBT), the finite strip method (FSM) and the finite element method (FEM).

The main objective of this study is to develop a robust model using both the FSM and the FEM, to reduce the cost of real compression tests to obtain the critical buckling load.

To this end, this project presents a series of analyses of these methods with the help of different programs, such as RFEM and CUFSM.

1. Introducción

1.1. Breve presentación de la empresa

NOEGASystems S.L.U. [1] es una empresa asturiana especializada en el asesoramiento, proyección, inspección, validación, formación, elaboración de software, diseño, cálculo, fabricación, suministro e instalación de soluciones de equipos de almacenaje y estanterías metálicas industriales.

NOEGASystems fue fundada en febrero de 2010 por cinco socios con una dilatada experiencia en el sector de los sistemas de almacenaje y las estanterías metálicas industriales y su saber hacer les ha permitido ganarse en poco tiempo la confianza de diversas ingenierías, integradores de reconocido prestigio de ámbito internacional e importantes compañías en los sectores logísticos, alimentación distribución y textil.

Figura 1: Distintos sistemas de almacenaje desarrollados por NOEGASystems.

NOEGASystems cuenta con el reconocido Certificado de Conformidad del Control de Producción en Fábrica que la autoriza a la realización de instalaciones con el Marcado CE para el "Diseño y fabricación de sistemas de almacenaje de Autoportantes y Entreplantas" además de las certificaciones del sistema de gestión de calidad según ISO 9001:2015 y el sistema de gestión de seguridad según OSHAS 18001.

Lloyd's Register LRQA

CERTIFICADO DE APROBACIÓN

Certificamos que el Sistema de Gestión de Calidad de:

NOEGA SYSTEMS, S.L.U.
Parque Científico Tecnológico de Gijón
C/Jimena Fernández de la Vega, 140
33203 Gijón, Asturias
España

ha sido aprobado por Lloyd's Register Quality Assurance de acuerdo con la siguiente Norma de Sistema de Gestión de Calidad:

ISO 9001:2015

El Sistema de Gestión de Calidad es aplicable a:

Diseño, fabricación, suministro y montaje de sistemas de equipos de almacenaje. Inspección y validación de equipos de almacenaje. Formación de inspectores y responsables de sistemas de equipos de almacenaje.

Aprobación Certificado No. SCI 6014784/11
Aprobación Original: 26 de Julio 2012
Certificado en Vigor: 27 de Julio 2018
Caducidad del Certificado: 25 de Julio 2021

Emitido por: LRQA España, S.L.U.
Por y en nombre de: Lloyd's Register Quality Assurance Limited

CERTIFICADO DE APROBACION

Certificamos que el Sistema de Gestión de la Salud y Seguridad Laboral de:

NOEGA SYSTEMS, S.L.U.
Parque Científico Tecnológico de Gijón
C/Jimena Fernández de la Vega, 140
33203 Gijón, Asturias
España

ha sido aprobado por Lloyd's Register Quality Assurance de acuerdo con la siguiente Norma de Sistema de Gestión de la Salud y Seguridad Laboral:

OHSAS 18001:2007

El Sistema de Gestión de la Salud y Seguridad Laboral es aplicable a:

Diseño, fabricación, suministro y montaje de sistemas de equipos de almacenaje. Inspección y validación de equipos de almacenaje. Formación de inspectores y responsables de sistemas de equipos de almacenaje.

Aprobación Original: 26 de Julio 2012
Certificado de Vigor: 27 de Julio 2018
Caducidad del Certificado: 11 de Marzo 2021

Emitido por: LRQA España, S.L.U.
Por y en nombre de: Lloyd's Register Quality Assurance Limited

CERTIFICADO DE CONFORMIDAD DEL CONTROL DE PRODUCCIÓN EN FÁBRICA

Este certificado se emite a:

Fabricante: NOEGA SYSTEMS, S.L.U.
Parque Científico y Tecnológico
C/ Jimena Fernández de la Vega, 140
Edificio Asturias. 33203 Gijón

En cumplimiento con el Reglamento *305/2011/UE del Parlamento Europeo y del Consejo del 9 de Marzo de 2011* (el Reglamento de Productos de la Construcción o RPC), este certificado aplica al producto de la construcción:

SISTEMAS DE ALMACENAJE AUTOPORTANTES

Este certificado atestigua que todas las disposiciones relativas a la evaluación y verificación de la constancia de prestaciones y las prestaciones descritas en el anexo ZA de las normas

EN 1090-1:2009 / A1 2011 Ejecución de estructuras de acero y aluminio- Parte 1: Requisitos para la evaluación de la conformidad de los componentes estructurales

Bajo el sistema 2+ son aplicadas y que el producto cumple con todos los requisitos especificados anteriormente expuestos.

El anexo adjunto, de la misma fecha, detalla la ubicación de fabricación, la norma de producto armonizada y los parámetros del producto, y forma parte de este certificado.

Este certificado permanecerá válido siempre y cuando los requisitos de control de producción en fábrica y/o los métodos de prueba incluidos en la norma armonizada, usados para evaluar las prestaciones de las características declaradas, no cambien, y el producto, y las condiciones de fabricación en la planta no sean modificadas significativamente.

Certificado No: 0038/CPR/MAD/20140046
Aprobación original: 03 junio 2014
Certificado en vigor: 03 Junio 2017
Fecha de caducidad: 02 junio 2020
LRV Número de Organismo Notificado 0038

Teresa Souto en nombre de Lloyd's Register Verification

Figura 2: Certificados que posee NOEGASystems.

Algunas cifras significativas de NOEGASystems

Como se puede ver en los siguientes gráficos, la plantilla de NOEGASystems está constituida por 51 trabajadores, un 41,2 % de mujeres y un 58,8% hombres; una clara tendencia a la exportación suponiendo un 46,5% en el año 2020, y con un resultado del ejercicio claramente creciente haciendo que la compañía sea totalmente rentable para los accionistas.

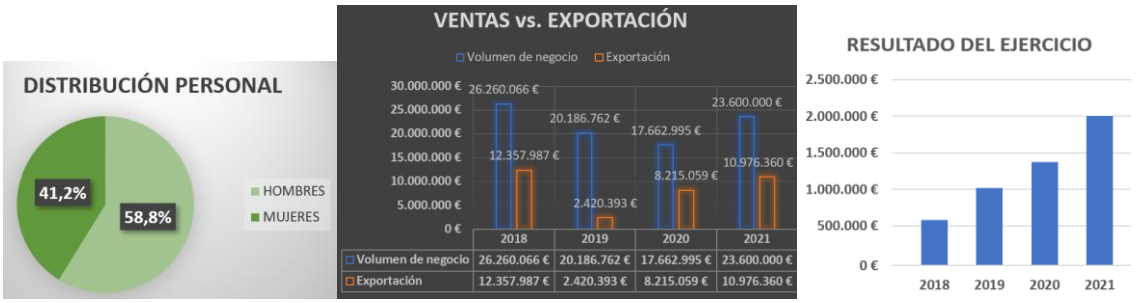


Figura 3: Cifras significativas de NOEGASystems.

Propuesta de valor

La propuesta de valor de NOEGASystems consiste en prestar un servicio global, basado en la atención al cliente, una competitividad derivada de soluciones innovadoras, el cumplimiento de los plazos y la seguridad y calidad en la ejecución de los trabajos. Esta propuesta se ha materializado en los últimos años con la ejecución de instalaciones en España, Francia, Bélgica, Polonia, Alemania, Uruguay, Australia, USA, Rusia o EAU (Dubái) y con proyectos en ejecución para Dinamarca y Rumanía.

Figura 4: Instalación de un almacén autoportante con capacidad de cerca de 191.000 cajas desarrollado por NOEGASystems.

Dicha propuesta de valor se quiere incrementar con el resultado esperado del presente proyecto de I+D, que se aplicará a la línea de negocio de proyectos de instalaciones de almacenaje automatizados.

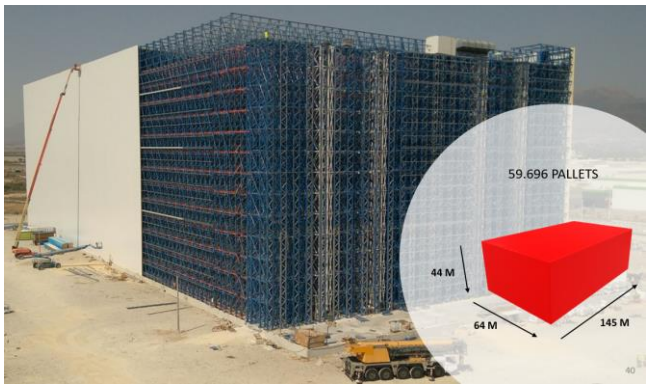


Figura 5: Construcción de un almacén autoportante con capacidad de cerca de 60.000 paletas por NOEGASystems.

Estrategia de la empresa en I+D

A pesar de ser una empresa joven, NOEGASystems ha experimentado un crecimiento exponencial convirtiéndose en este periodo en uno de los actores principales en el ámbito nacional de los sistemas de almacenaje, fruto del trabajo continuo en I+D+i. El resultado de lo anterior se refleja en que la empresa:

- Es la primera y única entidad de inspección acreditada por ENAC para la inspección técnica de estanterías.
- Posee 2 patentes (relacionadas con el servicio de inspección técnica de estantería y el sistema de almacenaje de prenda colgada).
- Posee 6 patentes de modelos de utilidad.
- Tiene registrados 13 diseños industriales activos para el desarrollo de la actividad industrial propia.

En la actualidad, NOEGASystems continúa trabajando para posicionarse en el mercado como una empresa referente en todo el panorama internacional, basándose para ello en la continuidad de la apuesta en I+D con diversas patentes tramitadas y en espera de resolución por parte de la Oficina Española de Patentes y Marcas.

En línea con lo mencionado anteriormente y en base a la estrategia de continuar desarrollando proyectos innovadores, NOEGASystems presenta entre otros el presente proyecto de I+D.

1.1.1. Sistemas de almacenaje

En los últimos años, el sector logístico se está proyectando como uno de los sectores de mayor crecimiento debido al progresivo cambio de hábitos del consumidor al incrementarse el consumo on-line. En este campo, los sistemas de almacenaje automatizado tienen cada vez más importancia en los centros logísticos, debido a la necesidad de la alta rotación y cantidad de productos. Estos sistemas de almacenamiento de grandes dimensiones incorporan la más avanzada tecnología, que les confiere una alta productividad en la gestión de las mercancías en lo que se refiere, tanto a la velocidad, como a la eficacia en el almacenamiento y aprovechamiento de espacio.

Para entender el objeto y amplitud del proyecto, a continuación, se describen de forma somera los diferentes sistemas automáticos de almacenamiento:

Almacén automático de palés

El sistema de estanterías para almacenes automáticos proporciona un aumento de la productividad y eliminación de errores gracias a la automatización de la manipulación. Permite diseños de instalaciones para grandes alturas y con pasillos reducidos de trabajo, optimizando espacios, volúmenes y tiempos.

Se trata de una estantería tradicional, equipada por medio de transelevadores para manipular las unidades de carga, de diferentes dimensiones y pesos, de forma automática. Al estar la operación de manipulación de cargas totalmente automatizada, se elimina el riesgo de los trabajadores.

Figura 6: Almacén automático de palés desarrollado por NOEGASystems.

Almacén con carro satélite para palés

Con el sistema de carro satélite, las carretillas elevadoras llevan la carga hasta el bloque de estanterías, donde el carro transporta los palés a su lugar y los extrae de regreso. Ahorra tiempo y permite aumentar la eficacia del uso del espacio al eliminar la limitación de las profundidades máximas de entrada, y se puede cargar y descargar en diferentes niveles al mismo tiempo, tanto en sistema FIFO, como LIFO.

Figura 7: Almacén con carro satélite para palés desarrollado por NOEGASystems.

Carro satélite para cajas (Miniload multi-shuttle)

El sistema de almacenamiento Miniload multi-shuttle es un sistema automático de almacenamiento multinivel para cajas, contenedores o bandejas, de tamaño y funciones ajustables. Entre sus prestaciones, destaca el almacenamiento de manera segura y con gran ahorro de espacio, de materias primas, repuestos, productos semiacabados, o producto final. Sus altas velocidades garantizan un suministro de inventario oportuno para las operaciones de preparación de pedidos y fabricación.

Los sistemas de almacenamiento Miniload Multi-Shuttle son el culmen del almacenamiento automatizado de productos pequeños mediante carros satélite ubicados en diferentes niveles de forma simultánea. NOEGASystems desarrolló completamente a medida, en colaboración con varios socios integradores, el conjunto de estanterías completo para este sistema, bajo requisitos muy exigentes de tolerancias. Gracias a ello, funcionan sin fallos y con el máximo rendimiento, continuidad, repetitividad y fiabilidad.

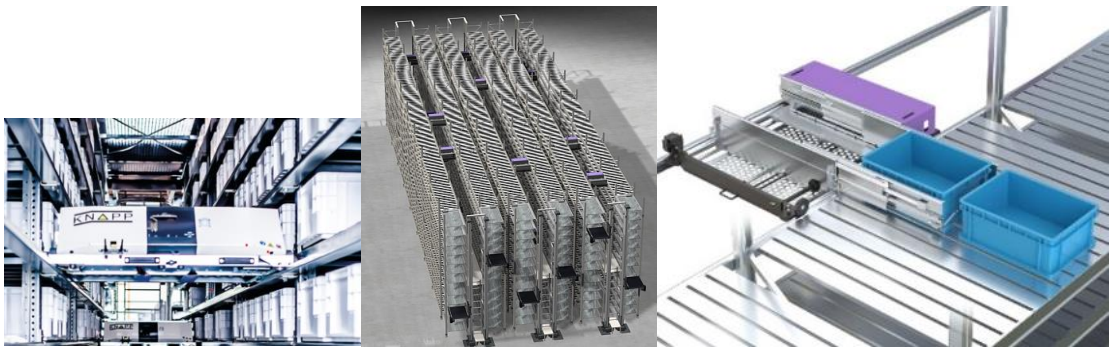


Figura 8: Carro satélite para cajas desarrollado por NOEGASystems.

Open face miniload

Los sistemas Open Face Miniload están diseñados para el almacenamiento automatizado de artículos pequeños en cajas estándar sobre alveolos mono posición. En este sistema, por cada pasillo transcurre un transelevador encargado de posicionar las cajas en las ubicaciones predefinidas y recoger las solicitadas. Evidentemente, el sistema se utiliza donde la rotación no es el parámetro más exigente.

Figura 9: Open fase miniload desarrollado por NOEGASystems.

Beamtype miniload

Los sistemas Beamtype Miniload se utilizan para el almacenamiento automatizado de artículos pequeños en contenedores y cajas. El sistema Beamtype Miniload, a diferencia del Open Face, almacena varias cargas sobre el mismo alveolo. NOEGASystems es un nombre conocido en el mercado a escala mundial que, junto con los integradores de los automatismos, suministra sistemas Beamtype Miniload a los líderes del mercado de todos los sectores.

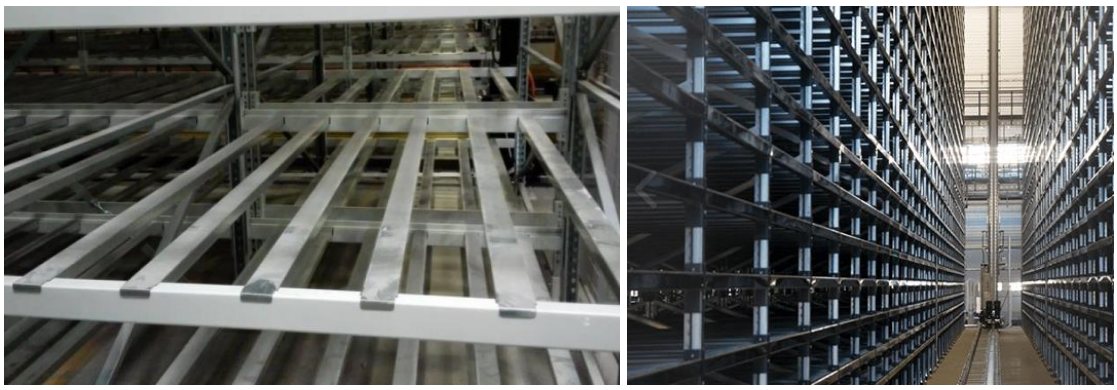


Figura 10: Beamtype miniload desarrollado por NOEGASystems.

Sistema para prenda colgada

El sector textil está experimentando un fuerte proceso de automatización de sus operaciones logísticas que necesitan optimizar al máximo para mantener el elevado y creciente nivel competitivo característico de este sector económico. Por medio de la automatización de sus almacenes y del almacenaje de las prendas colocadas en percha consiguen elevados ratios de rotación y eficiencia. Esta solución es adecuada para manejar elevados inventarios de prendas, en alturas elevadas y de forma automática. Las prendas de vestir deben almacenarse cuidadosamente colgadas de forma manual o automática, para que queden listas para su distribución. Con los sistemas para colgar ropa de NOEGASystems se puede integrar completamente en los carros o cintas transportadoras y adaptarlos a la mecatrónica de la instalación.

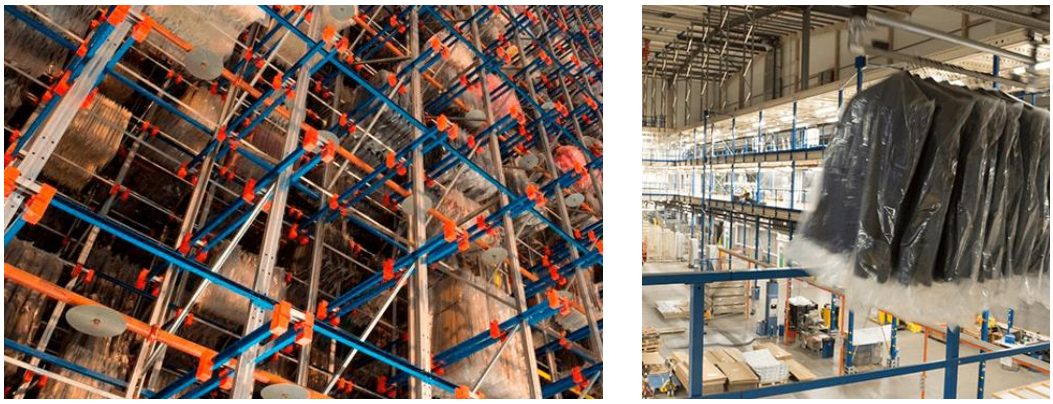


Figura 11: Sistema para prenda colgada desarrollado por NOEGASystems.

Instalaciones Autoportantes

Todos los sistemas anteriormente citados se pueden instalar en el interior de una nave ya construida o bien configurar un almacén autoportante. El almacén autoportante es un sistema diseñado para soportar, además de las unidades de carga, los cerramientos, las acciones del viento, nieve y sismo correspondientes a la ubicación de la instalación. La propia estantería constituye la estructura resistente del edificio del almacén.

Los almacenes autoportantes constituyen grandes obras de ingeniería, siendo la solución más adecuada a la hora de almacenar a gran altura evitando la construcción civil de una nave industrial convencional, automatizando y rentabilizando al máximo el espacio de almacenaje. NOEGASystems posee un gran know-how y experiencia en el desarrollo de instalaciones autoportantes tanto a nivel nacional como internacional y se proyecta un crecimiento en este sentido en colaboración con grandes integradores multinacionales.

Figura 12: Instalación autoportante desarrollada por NOEGASystems.

1.2. Contexto del proyecto

Dentro de este contexto, el presente proyecto se centra en el análisis del diseño y del comportamiento de los puntales de racks de acero conformado en frio de espesor fino perforados bajo compresión axial.

Estos puntales pueden sufrir distintos tipos de comportamiento y grados de resistencias debido a sus peculiares características, entre las que cabe mencionar las diferentes formas que pueden presentar sus secciones transversales, así como su longitud y las perforaciones añadidas a lo largo de los mismos.

Entre los posibles comportamientos producidos por la compresión axial de estos miembros, para este proyecto es de vital interés analizar el pandeo según las pautas marcadas por la EN-15512 [2].

El diseño de estos perfiles suele llevarse a cabo mediante formulación matemática compleja, gracias a numerosos software de diseño, que con el paso del tiempo han ido simplificando esta tarea.

Además, esta formulación está ampliamente apoyada en ensayos experimentales de los que se obtiene información de las zonas del perfil donde el modelo de cargas tiene una mayor influencia, por lo que necesitan ir corrigiéndose iterativamente, hasta obtener la forma final optima que dote a la estructura de una gran capacidad de carga.

En este aspecto, se ve necesario un cambio a la hora de diseñar estos perfiles que permita ahorrar en ensayos reales que suponen un gran coste, pudiendo sustituirlos por simulaciones que tengan una buena correlación con estos. Con esto la empresa que desarrolle un buen modelo de análisis ganaría mucha competitividad en un mercado donde cada céntimo ahorrado en un perfil puede suponer millones de euros de beneficio al año.

Por ello, en este proyecto se muestran varias alternativas en el modelado de estos puntales mediante distintos métodos matemáticos de análisis, como son el método de elementos finitos y el método de bandas finitas (FEM y FSM de sus siglas en inglés).

1.3. Elementos de estudio

Uno de los muchos elementos comunes de los distintos sistemas de almacenaje que se acaban de presentar son los puntales.

Los puntales son aquellos elementos sobre los que se apoyan todos los demás, y sobre los que recaen la gran parte las cargas a las que está sometida la estructura.

Por lo que un buen diseño de estos elementos puede mejorar notablemente la estabilidad de la estructura.

Para el diseño de los puntales cabe destacar dos partes importantes: los materiales a partir de los cuales se fabrican y las formas de las secciones transversales de los puntales.

A continuación, se describirán los procesos de fabricación que requieren estos puntales en relación con los materiales y formas que adoptan.

1.3.1. Perfilado

Para dar la forma deseada de los puntales de rack se utilizan unas máquinas llamadas perfiladoras. Estas perfiladoras básicamente son cadenas de rodillos divididos en diferentes etapas.

Al conformado mediante rodillos también se le conoce como proceso de laminación en frío que se explicará más adelante.

Básicamente, el proceso consiste en una cinta de chapa de acero plana que pasa por una serie de parejas de rodillos orientados de forma tal para obtener el perfil deseado.

Para la fabricación de unos perfiles tan característicos como son los de los puntales de rack, al comenzar el proceso de perfilado se suelen realizar las perforaciones pertinentes y no al final,

ya que podría alterar negativamente las propiedades mecánicas de la pieza. A continuación, ya son las etapas de rodillos las que dan la forma a la sección deseada.

Dependiendo de lo complejo que sea el perfil, para mecanizar pueden pasar por 50 etapas o incluso más. Donde, para tal número de etapas, puede resultar muy complicado el control numérico de cada una ellas, por lo que un software altamente utilizado por las empresas de perfilado es el COPRA, basado en el método de elementos finitos. *Se puede indicar una referencia y una ilustración de esto sin entrar mucho en detalles ya que no entra dentro del tema del proyecto por su elevada complejidad.*

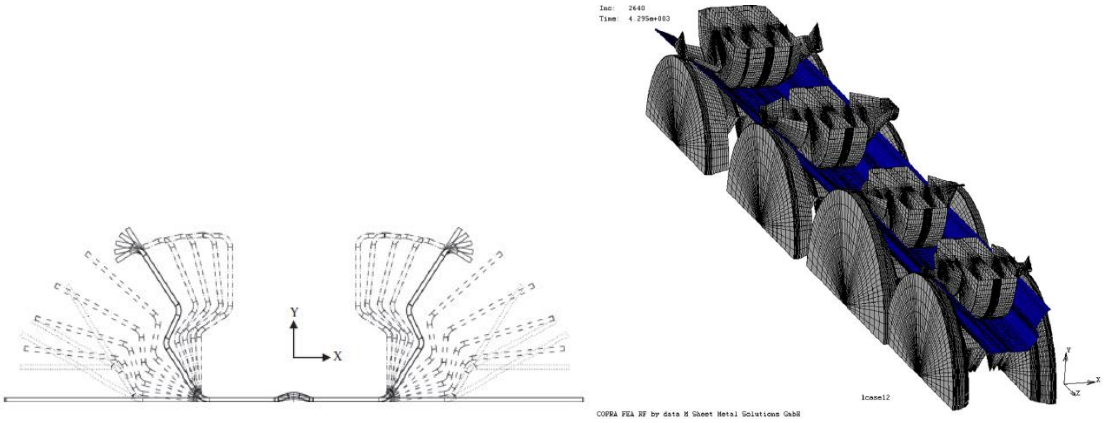


Figura 13: Control numérico de las etapas de perfilado mediante COPRA [3].

1.3.2. Proceso de laminación

Los aceros pueden venir de diferentes grados, especificaciones, formas, etc. Y cada uno de ellos posee unas propiedades distintas al resto, lo que hace al acero un material muy versátil para numerosas aplicaciones como la aeronáutica o la de estructuras.

La forma de orientar las propiedades del acero hacia una u otra aplicación no solo depende de la composición química del mismo, sino que también tiene una gran influencia el proceso de fabricación.

Una clara distinción en el proceso de fabricación es la que existe entre el acero laminado en caliente y el laminado en frío [4].

Laminación en frio y laminación en caliente

Esta diferencia recae principalmente en el proceso de conformación del acero, donde el proceso para los aceros laminados en caliente se produce a elevadas temperaturas, mientras que para los aceros laminados en frío se produce a temperatura ambiente. Cabe destacar que, independientemente de cual haya sido la técnica utilizada para el conformado, los aceros pueden ser de diferentes grados o especificaciones.

Cada una de estas técnicas de laminación dota a los aceros de unas propiedades más adecuadas para ciertas aplicaciones que otras, por lo que se ha de saber cuál utilizar en cada momento para optimizar tanto en material, dinero y tiempo de post-procesado.

A continuación, se describen estas propiedades para ambos tipos de conformado.

- Acero laminado en caliente:

Para este tipo de laminación se utilizan rodillos a muy altas temperaturas, alrededor de los 1000ºC, temperatura superior a la de recristalización de la mayoría de los aceros, por lo que hace que aumente su ductilidad y así darles la forma deseada resulte mucho más sencillo.

Para realizar este proceso, se parte de un bloque de material rectangular de metal denominado palanquilla. Esta palanquilla se calienta y se envía a preprocesamiento, donde se aplana para formar un gran rollo. De ahí, y manteniendo una temperatura elevada, se pasa a través de los rodillos para lograr sus dimensiones y formas finales.

Una vez acabado el proceso de conformado, el material se deja enfriar a temperatura ambiente, lo que hace que el acero se encoja y que el control sobre las dimensiones finales de la pieza no sea muy preciso.

Esta técnica se utiliza en aplicaciones donde no se requieran tolerancias dimensionales y acabados superficiales muy precisos, como, por ejemplo, aceros de construcción o vías férreas.

Además, esta técnica requiere mucho menos tiempo que el laminado en frío, por lo que sus costes son mucho menores.

- Acero laminado en frío:

El acero laminado en frío no es más que acero conformado en caliente pero que requiere de un procesado posterior. Una vez obtenido el acero laminado en caliente, se relamina a temperatura ambiente con el fin de obtener unas dimensiones más precisas y acabados superficiales mejores.

A medida se le está dando la forma a las láminas de acero a temperaturas más bajas, el acero se endurece y gracias a este endurecimiento mecánico la resistencia a rotura y el límite elástico del acero aumentan.

Finalmente, y debido a estas características mecánicas de los aceros laminados en frío, se toma la decisión de utilizarlos para las aplicaciones de rack, donde las medidas, tolerancias dimensionales y acabados superficiales precisos juegan un papel muy importante en las aplicaciones que engloba el proyecto.

Dentro de la normativa que aplica al proyecto, son de principal interés los siguientes apartados:

- EN1993-1-3-2012 en español / 3.2 ACERO ESTRUCTURAL [5]
- EN1993-3-3-2012 en español / 3.2 ACERO ESTRUCTURAL [6]
- EN15512 / 8.ACERO [2]

2. Alcance del proyecto y objetivos.

Los miembros de paredes delgadas, si se someten a esfuerzos normales de compresión sobre toda o parte de la sección transversal, fallan con mayor frecuencia por perdida de estabilidad.

Cuando uno o varios elementos estructurales están sometidos a esfuerzos de compresión, la estabilidad de la estructura viene altamente influenciada por la resistencia a pandeo de estos. Siendo el fallo por pandeo uno de los estados límite últimos más críticos de las estructuras.

Este estudio se centrará únicamente en la resistencia a pandeo elástico en miembros estructurales aislados ocasionado por cargas únicamente de compresión, aunque en la realidad las combinaciones de cargas son numerosas, pudiendo coexistir cargas de compresión, flexión, torsión, etc. que influirían en la resistencia a pandeo de la estructura.

2.1. El pandeo

El pandeo [7] es un fenómeno de inestabilidad por compresión en el que se alcanza un estado de equilibrio elástico y una nueva configuración deformada, diferente de la inicial y con movimientos transversales, para ciertos valores de la carga de compresión aplicada.

Existen dos parámetros muy importantes para estudiar la resistencia a pandeo de estos miembros: la carga crítica y la esbeltez.

En la teoría de Euler se explica que la carga crítica de una barra articulada solicitada a compresión se deriva por la teoría de la estabilidad elástica y se define como el valor de la carga axial que hace que una barra perfecta, elástica y articulada sometida a compresión, pase a trabajar a flexión y axil.

En esta teoría se considera una barra con sección y propiedades constantes (E, A, I), material elástico lineal, pequeños desplazamientos, carga perfectamente centrada, barra matemáticamente recta sin imperfecciones y sin tensiones residuales.

Cuando la carga axil [8] coincide con el valor de la carga crítica, se produce el colapso de la columna por pandeo lateral, es decir, la columna abandona su configuración recta y aparecen deformaciones laterales de flexión.

Aplicando la teoría de Euler [9], se obtiene como solución un conjunto de cargas, denominadas cargas críticas:

$$P_n = \frac{(n \cdot \pi)^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

La deformada que adopta la columna es:

$$y_n(x) = A \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot x}{L}\right)$$

La carga de valor más bajo se denomina carga crítica de Euler, que corresponde a la de una columna biarticulada. En general, la carga más baja se denotará como N_{cr}.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

La solución del problema de Euler es, por tanto, un conjunto de cargas críticas, asociadas a un conjunto de modos de pandeo.

La deformada obtenida para cada carga crítica corresponde únicamente a la forma que adopta la columna al comenzar la bifurcación, es decir, la forma que adopta justo en el instante de producirse el pandeo que no corresponde a la forma en la que queda la columna deformada tras producirse el pandeo, pues para determinar esta es necesario aplicar la teoría de grandes deformaciones.

Para cada *n* se asocia el correspondiente valor de la carga crítica P_n con el modo de pandeo $y_n(x)$.

La Figura 14 muestra las cargas y formas modales de los tres primeros modos de pandeo de la columna biarticulada.

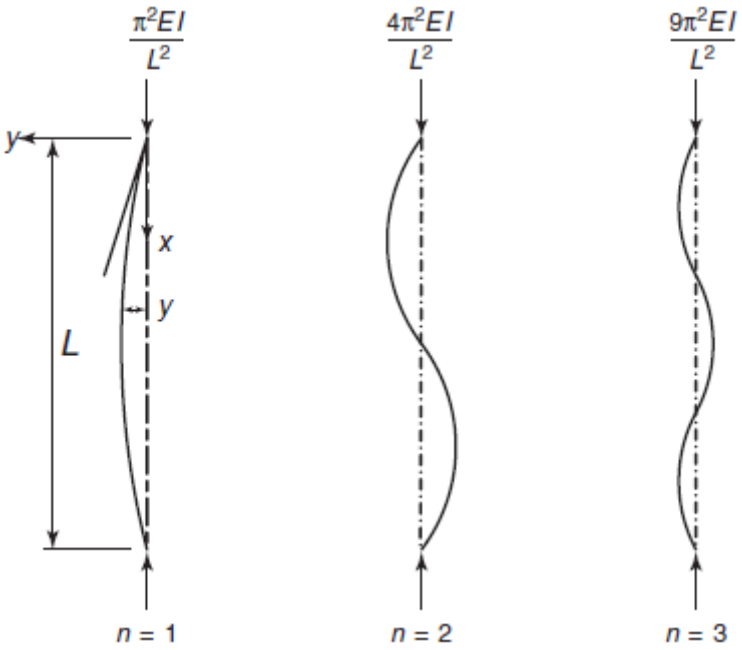


Figura 14: Modos y cargas de pandeo de la columna biarticulada.

Como resumen del análisis de estabilidad efectuado puede decirse que:

- Para valores de la carga axial distintos de los valores críticos la columna se mantiene recta, sin deformación lateral. Si la carga es inferior al valor de la carga crítica inferior, o de Euler, el equilibrio es estable, y si la carga es superior a ella el equilibrio es inestable.
- Cuando la carga axial adopta el valor de una de las cargas críticas, se produce una brusca bifurcación del equilibrio que lleva al colapso por deformación lateral excesiva.

La teoría de Euler también permite obtener una expresión para la carga crítica de pandeo según las condiciones de contorno en los apoyos de los extremos de la barra tal que:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(\beta \cdot L)^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2}$$

Donde se puede observar que la carga crítica de pandeo de Euler depende de la longitud, del material y de las condiciones de contorno.

Siendo L_{cr} la longitud de pandeo, definida como la longitud que debería tener una barra biarticulada para que la carga de pandeo coincida con la de la barra considerada con sus condiciones de contorno, definida como:

$$L_{cr} = \beta \cdot L$$

Donde β es un coeficiente que depende de la condición en los extremos de la columna.

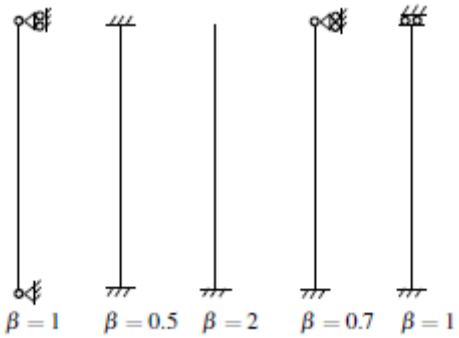


Figura 15: Valores del coeficiente β según las distintas condiciones de apoyo en los extremos de la columna.

Además, a partir de la ecuación de la carga crítica puede definirse un parámetro, denominado tensión crítica, como:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A}$$

Que se puede reescribir como:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_{cr}^2 \cdot A}$$

El momento de inercia I puede escribirse en función del parámetro *r*, denominado radio de giro, como:

$$I = A \cdot r^2$$

Entonces la ecuación de la tensión crítica se puede reescribir como:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\left(\frac{L_{cr}}{r}\right)^2}$$

En este punto, se puede introducir un nuevo parámetro, λ, denominado esbeltez mecánica:

$$\lambda = \frac{L_{cr}}{r}$$

Nótese que la esbeltez mecánica es un ratio entre dos longitudes que no existen físicamente en la columna: por un lado, la longitud de pandeo L_{cr}, que depende exclusivamente de las condiciones de apoyo en los extremos de la barra; por otro, el radio de giro *r*, que se calcula indirectamente a partir del momento de inercia *I* y del área *A*.

Considerando la esbeltez mecánica, la expresión de la tensión crítica puede escribirse como sigue:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\lambda)^2}$$

La ecuación anterior se conoce históricamente como la hipérbola de Euler. Esta expresión permite obtener la tensión máxima a la que puede ser cargada axilmente una columna para que se presente la carga crítica.

Donde se puede observar que solo depende del módulo elástico, y de la esbeltez mecánica.

Cuanto mayor es el parámetro de esbeltez mecánica, menor es la tensión crítica.

Por lo tanto, se deben elegir secciones que, para una misma área, se produzca el mayor valor del radio de giro en la dirección de pandeo, para así disminuir el valor de la esbeltez del elemento en esa dirección.

Por tanto, la hipérbola de Euler permite establecer una primera curva de diseño de columnas comprimidas a pandeo: si la tensión axil, calculada mediante el ratio $\sigma = P/A$, supera el valor σ_{cr} se producirá un modo de fallo concreto: el pandeo de la columna.

Este modo de fallo no implica rotura, o consideraciones acerca de la resistencia de la columna en la fase post-crítica. Simplemente, establece el límite a partir del cual la recta deja de ser la única solución al equilibrio, apareciendo una forma de equilibrio estable que implica deflexiones transversales.

Además, existe una cota superior a la tensión máxima que se puede aplicar, que depende solo del material.

Este límite supone otro modo de fallo diferente: la resistencia del material. Dependiendo del tipo de material, este límite será el de plastificación f_y, o rotura f_r. Si a este límite se le denomina σ_{max} claramente, para una carga P arbitraria, se deben cumplir ambas condiciones:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \leq \begin{cases} f_r \\ f_y \\ \sigma_{cr} \end{cases}$$

Existe una esbeltez límite, λ_{lim}, tal que $\sigma_{cr} = f_y$. Si $\lambda < \lambda_{lim}$, el criterio de fallo será por resistencia de plastificación, ya que, aunque la hipérbola de Euler (Figura 16) produce puntos por encima, dicho límite no se podrá alcanzar, ya que el material fallará antes por esa resistencia.

Para $\lambda > \lambda_{lim}$, el fallo se producirá por inestabilidad. La Figura muestra la curva de diseño que se obtiene combinando ambos criterios.

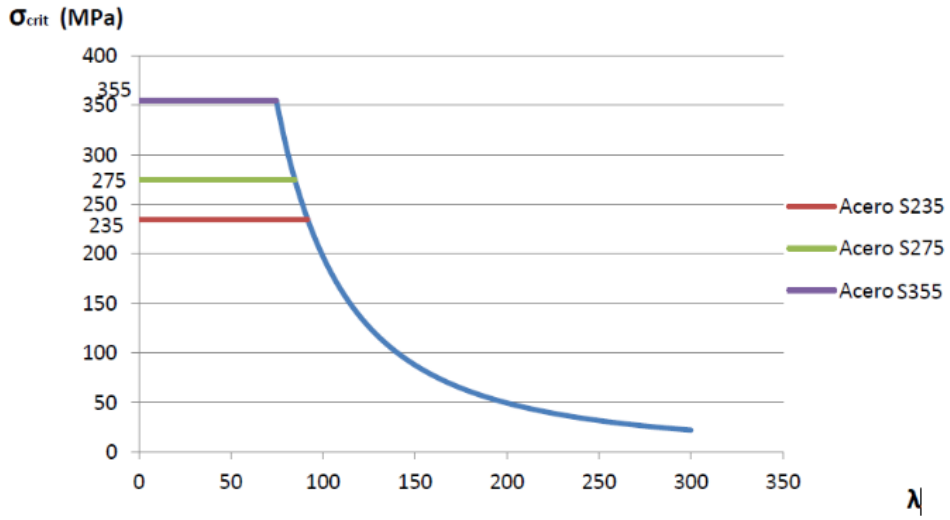


Figura 16: Hipérbola de Euler para distintos aceros.

La curva compuesta por ambos criterios es una referencia para el diseño a columnas a compresión.

2.2. Objetivos

En este proyecto, se estudiará más a fondo el cálculo de la carga crítica utilizando modelos de simulación basados en el método de elementos finitos y el método de bandas finitas para que,

posteriormente, sirvan de base para la toma de decisiones respecto al comportamiento estático de los elementos en temas de estabilidad estructural.

Esas decisiones futuras podrían basarse en la modificación de la geometría de los perfiles, haciendo que varíen la carga crítica de pandeo y la esbeltez mecánica con el fin de optimizar la resistencia a compresión de los miembros.

Los resultados de estos modelos servirán como comparativa con los valores obtenidos en ensayos reales de laboratorio de compresión de los puntales, y con ello se pretende obtener una correlación entre dichos modelos y los ensayos.

Una vez obtenida dicha correlación, ya no será necesario realizar los ensayos en el laboratorio, lo que supondrá un gran ahorro en el diseño de los puntales ya que estos podrán ser ensayados por ordenador.

2.3. Normativa

La normativa que aplica en este proyecto es la siguiente:

Entendiendo el estudio como un proyecto de estructuras de acero se ha de presentar atendiendo al Eurocódigo 3: Proyectos de estructuras de acero.

Dentro de este, existen dos partes de gran interés para poder desarrollar el estudio, que son los siguientes:

- Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificios.
- Parte 1-3: Reglas adicionales para perfiles y chapas de paredes delgadas conformadas en frío.

Además, la norma UNE-EN 15512 está más centrada en el tema fundamental del proyecto. Esta norma atiende a:

- Almacenaje en estanterías metálicas.
- Estantería regulable para carga paletizada.
- Principios para el diseño estructural.

3. Ensayo realizado según EN-15512

3.1. Presentación del ensayo

Apoyándose en la norma en la que se basa el proyecto se presenta el ensayo de compresión de puntales de rack que se va a analizar.

El propósito del ensayo es determinar la influencia del pandeo distorsional en la capacidad de carga axial de los puntales de rack.

Este ensayo de compresión está definido en el anexo A.2 de la norma EN-15512 como sigue:

- La determinación de la carga crítica de pandeo se ha de hacer tanto experimentalmente como por métodos numéricos (Anexo F de la norma EN-15512).
- La probeta de ensayo se colocará en la máquina de ensayo tal como indica la Figura 17.

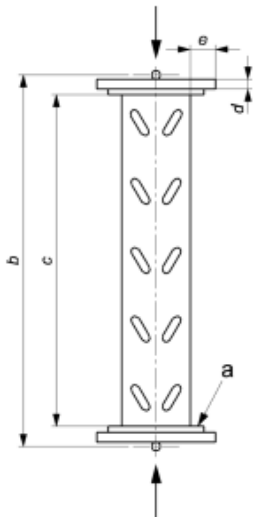


Figura 17: Disposición del puntal en el ensayo de compresión.

Siendo:

a → placas de la base y la tapa.

b → longitud de pandeo.

c → longitud del puntal perforado.

d → espesor del plato de carga ≥ 30 mm.

e → saliente del plato de carga ≥ 10 mm.

- La carga axial se transmitirá a las placas de la base y de la tapa a través de platos de carga de un grosor suficiente para garantizar que las deformaciones de las almohadillas bajo la carga de ensayo no influyan en el resultado de este. Las almohadillas de presión deberán sobresalir al menos 10 mm del perímetro de la sección vertical. Las placas de la base y de la tapa deberán estar posicionadas en las almohadillas de presión en cada extremo. Los platos de carga tendrán una pequeña hendidura perforada para recibir un cojinete de bolas.
- La posición inicial de la aplicación de la carga será el centro de gravedad de la sección transversal.

- La carga se irá incrementando hasta que la muestra se haya doblado y no acepte más carga. Será entonces esta carga la que se registrará como carga crítica de fallo y será comparada con la carga crítica obtenida por métodos matemáticos.

3.2. Montaje del ensayo

El montaje en el laboratorio para llevar a cabo el ensayo se llevó a cabo atendiendo a lo explicado anteriormente, tal y como se puede ver en las siguientes imágenes (Figuras 18 y 19).

Figura 18: Montaje en el laboratorio del ensayo de compresión de puntales.

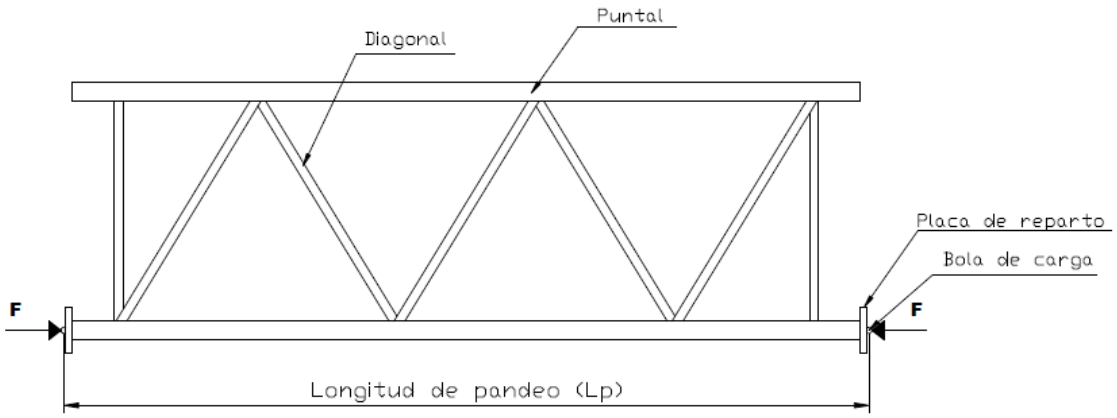


Figura 19: Esquema del montaje en el laboratorio del ensayo de compresión de puntales.

4. Métodos de análisis

Durante las últimas décadas, los elementos estructurales hechos de acero conformado en frío son cada vez más utilizados, llegando a convertirse en las soluciones más recurrentes para gran número de aplicaciones.

Una de sus principales características de este tipo de elementos es su gran delgadez, lo que en muchas ocasiones se traduce como bajo coste tanto en fabricación por el ahorro en material, como en transporte por su bajo peso, pero que en el aspecto de comportamiento a nivel estructural conlleva un alto riesgo de pandeo.

El principal enfoque para calcular la capacidad de diseño a pandeo de los miembros de pared delgada se basa en la obtención de la carga crítica elástica lineal. A partir de esta, se puede predecir la capacidad de carga del elemento utilizando alguno de los procedimientos de diseño normalizados en EN-15512 dependiendo del tipo de pandeo y la norma de diseño seleccionados.

Generalmente [10], se pueden distinguir tres tipos de deformaciones características principales: global (G), distorsional (D) y local (L). Existen además otros dos tipos, mucho menos importantes, como son las deformaciones a cortante (S) y las de extensión transversal (T).

Los tipos de pandeo clásicos se pueden clasificar en función de estos tres tipos de deformaciones, pudiendo, por ejemplo, el pandeo por flexión de columnas o el pandeo lateral-torsional de las vigas describirse como deformaciones G, o el pandeo por distorsión de los miembros de acero conformado en frío como deformaciones tipo D, también el pandeo local o por cizallamiento de las placas mediante deformaciones L.

Cualquiera de estos modos puede dar lugar a deformaciones excesivas y, finalmente, a fallas. Cada modo tiene diferentes grados de capacidad de post-pandeo y, a menudo, desencadena una respuesta de colapso diferente, por lo que es importante calcular correctamente la tensión crítica asociada con los diversos modos (clases) para evitar la pérdida de estabilidad. La importancia del pandeo en el comportamiento final también se refleja en los códigos de diseño actuales que utilizan directa o indirectamente el esfuerzo crítico del miembro, o carga, para determinar la resistencia.

A pesar de que, en la práctica, las deformaciones por pandeo raramente aparecen de forma aislada, esta clasificación GDLST sigue siendo útil, especialmente para predecir la capacidad del elemento, ya que la capacidad requiere de conocer las cargas críticas que están asociadas a los distintos tipos de pandeo aislados, también conocidos como modos de pandeo puramente, como se denominarán a partir de ahora en el documento.

Sin embargo, aunque las normas de diseño requieren el cálculo de las tensiones de pandeo, y aunque los términos de pandeo global, distorsión y local se utilizan ampliamente en la literatura, no existe un método de aplicación general que proporcione tensiones de pandeo para los tres modos característicos. Además, no existen definiciones claras y ampliamente adoptadas para los distintos modos en sí.

Definición y cálculo del modo

En los últimos años se ha ampliado el número de estudios en este tema [11], generalizando unas definiciones para los modos de pandeo de paredes delgadas:

- el pandeo global es un modo de pandeo en el que el miembro se deforma sin deformación en su forma de sección transversal, de acuerdo con la teoría clásica de la viga.
- El pandeo distorsional es un modo con distorsión transversal que implica la traslación de algunas de las líneas de pliegue (líneas de intersección de elementos de placa adyacentes).
- el pandeo local se define normalmente como el modo que implica únicamente deformaciones en forma de placa, sin la traslación de las líneas de intersección de los elementos de placa adyacentes.

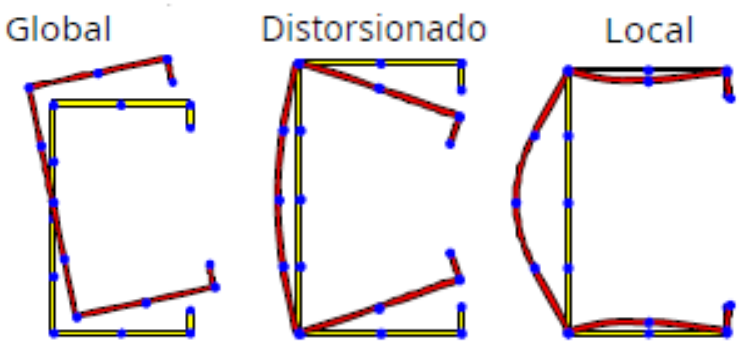


Figura 20: Esquema de la distorsión del perfil según las distintos modos de pandeo [12].

Las fórmulas analíticas para el cálculo de la carga de pandeo en todos los modos (global, distorsión y local) o no existen, son demasiado engorrosas o su aplicabilidad es demasiado limitada para proporcionar una herramienta general.

Aquí se consideran tres métodos numéricos para el cálculo de la carga de pandeo: la teoría de vigas generalizadas (GBT), el método de bandas finitas (FSM) y el método de elementos finitos (FEM). Si bien estos enfoques pueden considerarse como las formas más eficientes y ampliamente utilizadas para determinar cargas críticas, cada método numérico tiene ciertas limitaciones.

4.1. Teoría de vigas generalizadas (GBT)

La teoría de la viga generalizada (GBT) ha demostrado que las deformaciones por pandeo pueden tratarse formalmente en una naturaleza modal que separa mecánicamente las deformaciones globales, distorsionales, locales y de otro tipo.

La teoría de la viga generalizada (GBT) se ha aplicado al análisis de pandeo de miembros prismáticos de paredes delgadas. La característica atractiva de GBT es su capacidad para categorizar los modos de pandeo automáticamente y proporcionar directamente las tensiones de pandeo que se requieren para el diseño. Sin embargo, GBT introduce supuestos simplificadores especiales para las deformaciones que limitan su aplicabilidad, la formulación es poco convencional y no es evidente para los usuarios de enfoques FEM más comunes, y los paquetes de software para GBT no están ampliamente disponibles para los usuarios potenciales.

4.2. Método de las bandas finitas (FSM)

Otro método con característica de descomposición modal, y que será desarrollado en este estudio, es el método de la banda finita restringida (cFSM), que se basa en el método de la banda finita semi-analítico (FSM de sus siglas en inglés).

El FSM fue propuesto por Cheung [13] y posteriormente popularizado por Hancock [14]. La accesibilidad del FSM mejoró con la introducción del software de código abierto CUFSM [15]. Los criterios mecánicos incorporados en GBT condujeron al desarrollo de cFSM, que también está implementado en CUFSM. La idea básica de cFSM es transformar el sistema de bases nodales de FSM en un sistema de bases modales, en el que los distintos tipos de deformación están separados. cFSM posee la capacidad de descomposición modal, así como de identificación de modos de forma similar a GBT.

Los paquetes de software disponibles Finite Strip Method (FSM) [15] intentan superar este problema mediante la determinación automática de la tensión o de la carga crítica en función de la longitud de pandeo. Esto ayuda al usuario a identificar los modos de pandeo característicos, ya que, en muchos casos, el primer punto mínimo de la curva identifica el pandeo local, mientras que el segundo punto mínimo a menudo se asocia con el modo de pandeo distorsional.

En la bibliografía [11] se presentan las definiciones del GBT y FSM y algunos ejemplos.

Dentro de los ejemplos ahí presentados, en el FSM cabe destacar la presentación de la curva característica (Figura 21) como resultado del análisis con CUFSM.

La curva presenta el valor de las fuerzas críticas no dimensionalizadas en función de la longitud de pandeo calculada como pandeo en todos los modos (con una teoría clásica de FSM) y pandeo en modo puro (usando el procedimiento propuesto).

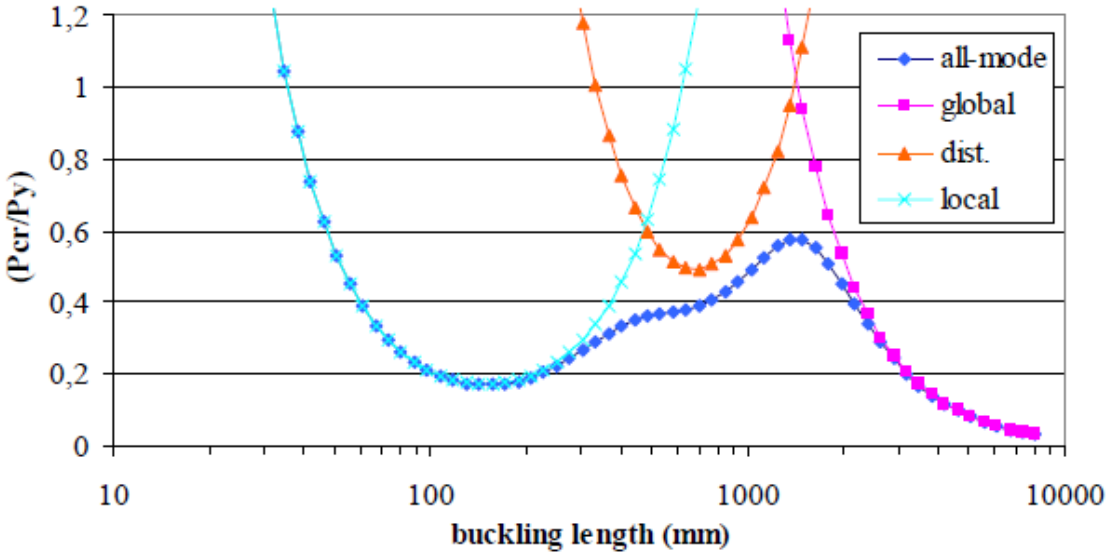


Figura 21: Curva característica del método FSM para el pandeo global, distorsional, local y para la interacción entre todos ellos.

Como se puede observar claramente, para longitudes menores y mayores puede producirse un pandeo local y global puro; sin embargo, para longitudes de pandeo intermedias existe una fuerte interacción que evita el desarrollo de pandeo distorsionante puro y que, además, en este ejemplo particular, elimina el punto mínimo de distorsión de la curva.

Analizando también otros problemas, la existencia de modos de interacción para longitudes intermedias parece ser un fenómeno típico, incluso cuando la curva de todos los modos (curva FSM clásica) muestra un punto mínimo distorsionado distinto.

En la Figura 22 se muestran las contribuciones del modo al pandeo, lo que justifica claramente las conclusiones antes mencionadas extraídas de la Figura 21. Es interesante observar que la contribución de otros modos es prácticamente cero.

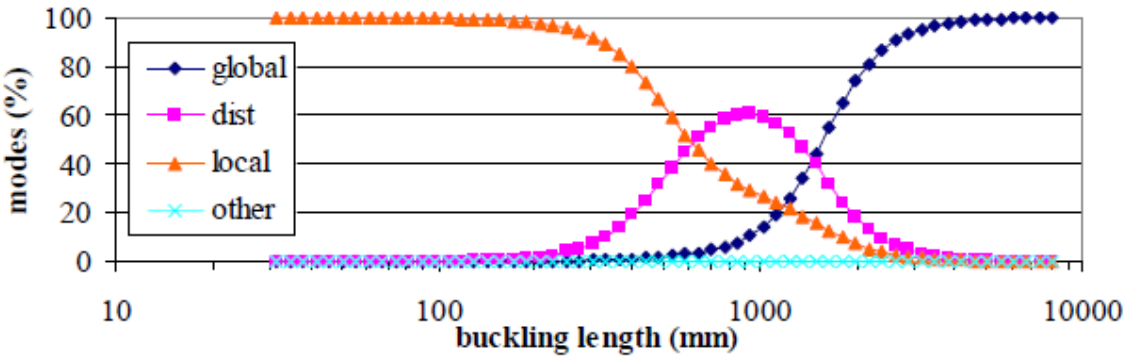


Figura 22: Contribución de cada modo de pandeo para cada longitud de pandeo.

Según las experiencias de los autores, esto es cierto para una serie de problemas prácticos que, además, justifica la aplicabilidad de GBT para muchos casos prácticos. Sin embargo, es fácil encontrar ejemplos donde la contribución de otros modos no sea despreciable.

4.3. Método de elementos finitos (FEM)

Por último, el método de elementos finitos (FEM de sus siglas en inglés) es, con mucho, el método numérico más popular y general y que también será desarrollado en este estudio.

El FEM [11] es aplicable a prácticamente cualquier tipo de miembro estructural, cualquier carga y cualquier condición de contorno. Además, hay una gran cantidad de paquetes de software disponibles.

El precio de esta aplicabilidad general es el número relativamente grande de elementos finitos requeridos, que no solo es computacionalmente exigente, sino que también da como resultado un gran número de posibles modos de pandeo, entre los cuales el FEM no puede distinguir automáticamente. Por lo tanto, es el usuario quien debe clasificar los modos calculados, en gran parte sobre la base de un análisis visual de las formas deformadas del modo de pandeo, que es un proceso que requiere mucho tiempo y es muy subjetivo.

Actualmente, el método de los elementos finitos (FEM) es el método numérico más popular en ingeniería, y también es altamente aplicado en este tipo de estructuras, haciendo uso de elementos finitos tipo shell. Es un método general, y puede utilizarse para analizar casi cualquier tipo de miembro de pared delgada, como se aplicará en este estudio apoyándose en la herramienta RFEM; sin embargo, este método no es capaz de distinguir los distintos tipos de pandeo, lo que por lo tanto hace que a menudo el cálculo de la capacidad sea ambiguo.

Por ello, resulta más ventajoso utilizar otros métodos numéricos en los que la identificación de los distintos los modos de pandeo, se obtenga de manera automática.

En el anexo B se presenta la formulación del método de los elementos finitos.

5. Software

5.1. CUFSM

CUFSM: es un programa de análisis de estabilidad elástica de bandas finitas de código abierto distribuido gratuitamente por el autor principal (www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm).

CUFSM [15] proporciona un método para examinar todas las inestabilidades en un miembro de acero conformado en frío bajo tensiones longitudinales uniformes (axiales, de flexión, de torsión de alabeo o combinaciones de ellas).

Además, el método de bandas finitas restringido (cFSM) se puede implementar en CUFSM.

Cuando la curva característica del FSM convencional no es capaz de proporcionar mínimos distintos que correspondan al modo de pandeo local y distorsional, el cFSM resulta esencial para determinar con precisión los modos de pandeo y facilita y generaliza en gran medida la aplicación de nuevos métodos de diseño, como el Método de Resistencia Directa (DSM).

En las primeras versiones del programa, el FSM y el cFSM solo eran aplicables con las condiciones de los extremos simplemente apoyados.

Recientemente, han sido Li y Schafer [16], quienes han desarrollado las extensiones del FSM convencional y del cFSM a las condiciones de contorno generales, tales como: simple-simple (S-S), con abrazaderas (C-C) simple-con abrazadera (S-C), con abrazadera-libre (C-F), y con abrazadera-guiada (C-G).

5.2. RFEM

RFEM [17] es un programa de análisis de elementos finitos usado para calcular láminas, muros, paredes, etc. Por ello es una herramienta muy potente capaz de satisfacer los diferentes retos que supone la ingeniería civil moderna.

El programa representa las bases para el software de análisis DLUBAL, que está compuesto de varios modelos de cálculo.

Enfocándose en el interés de este proyecto, RFEM es capaz de determinar esfuerzos internos, deformaciones y reacciones en apoyos de modelos de láminas y membranas generales con o sin elementos de barra o sólido.

Además, uno de los módulos adicionales del programa es RF-STABILITY [18], que ayuda a realizar un análisis de los valores propios para modelos tanto de barras como de superficies, para así poder determinar factores de carga crítica y vectores propios.

La determinación de este factor de carga crítica de pandeo permite evaluar el comportamiento de estabilidad del sistema estructural. Así mismo, el vector propio correspondiente indica la región en el modelo que es susceptible a pandeo.

Este módulo permite analizar varios vectores propios a la vez. Después del cálculo, los vectores propios determinantes del modelo de RFEM se agrupan según los factores de carga crítica. Por otra parte, las longitudes eficaces y las cargas críticas correspondientes pueden ser requeridos para otros análisis de estabilidad que fuera necesario realizar.

En la representación gráfica de los vectores propios, se pueden localizar las regiones más susceptibles a pandeo, de esta manera y en futuros estudios, podrían incluirse medidas

constructivas que aumenten la resistencia de estas zonas para esos vectores propios si fuera necesario.

Además, este módulo, basando su cálculo en el factor de la carga crítica, puede evaluar si el modelo es susceptible a los distintos tipos de pandeo.

Por todo esto, RF-STABILITY es una herramienta muy útil para el análisis de estructuras susceptibles a pandeo, como por ejemplo vigas esbeltas y chapas de pared delgada, por lo que se considera su uso en este proyecto.

Por último, cabe destacar que se pueden aplicar imperfecciones considerando los vectores propios y usarlos para el análisis general en RFEM. Pero esto quedaría propuesto para estudios posteriores ya que se sale del tema fundamental del proyecto.

5.3. SHAPE-THIN

SHAPE-THIN [19] es un programa independiente de DLUBAL con el que es posible determinar las propiedades de la sección de secciones abiertas o cerradas de pared delgada conformada en frío, incluyendo el análisis de tensiones y el diseño plástico.

De igual manera, determina las secciones eficaces según la norma EN-1993-1-3 y EN-1993-1-5 para los perfiles conformados en frío. Opcionalmente, se pueden comprobar las condiciones geométricas para la aplicabilidad de la norma EN-1993-1-3.

Existe una opción de conexión con el resto de los programas de la familia como es RFEM. Es por ello por lo que las secciones creadas en SHAPE-THIN se pueden exportar a la biblioteca del software de elementos finitos.

Opcionalmente, se puede realizar un cálculo iterativo para optimizar la sección efectiva, además de poder visualizarla gráficamente.

6. Formulación para el análisis FSM

6.1. Condiciones análisis CUFSM

Se pretende realizar un análisis de pandeo distorsional mediante el método de FSM, para el cual, tal y como se indica en EN-15512, se recomienda el uso del programa CUFSM.

Para llevar a cabo este análisis lo primero es definir cuáles son las condiciones tanto geométricas como analíticas que se tienen en cuenta.

Una parte de estas condiciones están indicadas en la norma EN-15512, por lo que se aplicarán directamente; mientras que otra parte se deja libertad en cuanto a su aplicación, que serán en las que se centrará el siguiente estudio.

A continuación, se presentan todas las indicaciones de la norma:

- Para modelar las secciones de los perfiles no es posible representar las perforaciones como tal, por lo que se recomienda modelar el efecto de las perforaciones mediante un espesor reducido equivalente t_{red} a lo largo del ancho de las perforaciones. Este espesor se calcula de la siguiente manera:

$$t_{red} = \sqrt[3]{\frac{L_{np}}{L}\alpha t}$$

- El valor del factor α de la ecuación anterior se determinará en este estudio basándose en la biografía [20] donde se observa que los valores más consistentes en los modelos son α = 0,8 y α = 0,9, los cuales serán comparados más adelante.
- Las esquinas pueden ser modeladas como esquinas vivas, aunque se estudiará la posibilidad de modelar una aproximación a bordes redondeados.
- El puntal se considera apoyado en ambos extremos S-S.
- Al menos se deben discretizar todos los elementos planos con 4 elementos finitos.
- La carga en los extremos debe modelarse con una compresión uniforme en todo el perfil de la sección, aunque puede considerarse una carga nula en las perforaciones. Esta situación también será analizada a continuación.

Con todas estas indicaciones se procede a definir las condiciones generales para el análisis FSM aplicable a todos los puntales del proyecto. La generación de cada uno de los perfiles en formato de CUFSM se realiza mediante la hoja de cálculo Excel del Anexo C presentada anteriormente.

En este estudio se utiliza el perfil Tipo 1.

Para este estudio se han considerado como bordes redondeados aquellos indicados en la Figura 23. No se han redondeado todos los bordes por simplicidad a la hora de generar los perfiles, además de por el elevado tiempo de cálculo en la resolución del CUFSM.

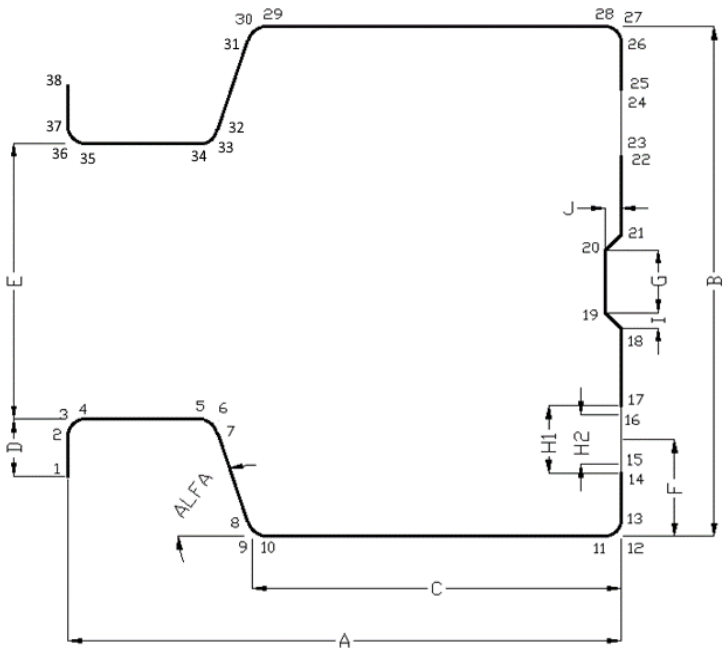


Figura 23: Esquema del perfil del puntal generado a partir de la hoja Excel.

En la figura anterior se muestran los 38 nodos que se utilizaron para definir el perfil, para los cuales existe una hoja Excel (Anexo C) donde se define su procedimiento de cálculo.

Para cumplir con la condición de *'Al menos se deben discretizar todos los elementos planos con 4 elementos finitos'* se procedió a dividir los elementos planos en 4 llegando hasta un total de 58 elementos, los cuales también tienen una hoja Excel asociada, y son aquellos que se utilizan para la definición de los perfiles.

Para una mejor visualización solo se presenta la figura con 38 nodos, al haberse obviado la división en los elementos planos.

De esta manera se podrá ver la influencia que tiene redondear parte de la sección, que una vez analizados los resultados se decidirá si es necesario redondear todos los bordes o solamente estos.

En primer lugar (Tabla1), se exponen los resultados para el perfil Tipo 1 donde las condiciones del análisis para determinar si se ha de modelar con esquinas vivas o bordes redondeados han sido las siguientes:

- Carga nula en el ancho de las perforaciones.
- Ambos valores de α.
- Dos espesores de sección tales que 1,8 mm y 3 mm.
- Longitud del puntal de 1200 mm.

L=1200mm				Bordes redondeados						Esquinas vivas						Redonda/Esquina
Perforados	α	Espesor (mm)	t red (mm)	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	Ncr
NULO	0,8	1,8	1,21	219.571,38	618,51	585,72	207.929,98	0,594	123.587,34	226.433,44	637,84	605,05	214.792,05	0,571	122.659,15	1,01
		3	2,02	357.267,37	1.006,39	951,73	337.865,04	1,189	401.552,60	370.436,22	1.043,48	988,83	351.033,89	1,181	414.606,13	0,97
	0,9	1,8	1,37	221.104,98	622,83	585,94	208.008,41	0,653	135.929,33	227.910,24	642,00	605,11	214.813,67	0,624	134.005,07	1,01
		3	2,28	359.759,47	1.013,41	951,92	337.931,85	1,212	409.640,99	372.836,02	1.050,24	988,76	351.008,40	1,205	422.859,82	0,97
CARGA	0,8	1,8	1,21	219.571,38	618,51	618,51	219.571,38	0,590	129.560,29	226.433,44	637,84	637,84	226.433,44	0,567	128.482,86	1,01
		3	2,02	357.267,37	1.006,39	1.006,39	357.267,37	1,173	418.931,71	370.436,22	1.043,48	1.043,48	370.436,22	1,167	432.410,20	0,97
	0,9	1,8	1,37	221.104,98	622,83	622,83	221.104,98	0,648	143.360,04	227.910,24	642,00	642,00	227.910,24	0,619	141.179,00	1,02
		3	2,28	359.759,47	1.013,41	1.013,41	359.759,47	1,193	429.264,99	372.836,02	1.050,24	1.050,24	372.836,02	1,188	442.966,47	0,97

Tabla 1: Comparativa para decidir si modelar el perfil con esquinas vivas o bordes redondeados. Donde: P_y es la carga aplicada a la sección, A_r es el área reducida aplicando t_{red} en las perforaciones, A_n es el área neta de la sección ($A_n = A_r - A_{perforaciones}$), P_n es la carga neta aplicada a la sección, LF es el factor de carga obtenido en CUFSM, N_{cr} es la carga crítica a pandeo del puntal.

A la vista de estos resultados se puede concluir que tanto para α = 0,8 como para α = 0,9 se obtienen las mismas relaciones de carga crítica; se observa que según va aumentando el espesor, la carga crítica en el modelado con esquinas vivas se hace mayor que en el de los bordes redondeados. Esto puede deberse a que la verdadera influencia de redondear las esquinas se hace visible a medida que aumenta el espesor de la chapa.

Por esto, y porque además se estaría en el lado de la seguridad ya que el valor de la carga crítica es menor, por lo que se toma la decisión de, a partir de ahora, modelar todos los perfiles en CUFSM con las esquinas redondeadas.

Además, se asume que redondear las esquinas restantes del perfil no produciría grandes cambios en los resultados, pero sí un aumento en el tiempo de resolución del programa por lo que no se decide redondear el resto de las esquinas.

En segundo lugar (Tabla 2), se presentan los resultados para el perfil Tipo 1 donde las condiciones del análisis para determinar si se ha de considerar carga nula en las perforaciones o carga uniforme en toda la sección a la hora de modelar los perfiles han sido las siguientes:

- Ambos valores de α.
- Dos espesores de sección tales que 1,8 mm y 3 mm.
- Longitud del puntal de 1200mm.

L=1200mm			Nulo						Carga						Nulo/Carga
α	Espesor (mm)	t red (mm)	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	Ncr
0,8	1,8	1,21	219.571,38	618,51	585,72	207.929,98	0,594	123.587,34	219.571,38	618,51	618,51	219.571,38	0,590	129.560,29	0,95
	3	2,02	357.267,37	1.006,39	951,73	337.865,04	1,189	401.552,60	357.267,37	1.006,39	1.006,39	357.267,37	1,173	418.931,71	0,96
0,9	1,8	1,37	221.104,98	622,83	585,94	208.008,41	0,653	135.929,33	221.104,98	622,83	622,83	221.104,98	0,648	143.360,04	0,95
	3	2,28	359.759,47	1.013,41	951,92	337.931,85	1,212	409.640,99	359.759,47	1.013,41	1.013,41	359.759,47	1,193	429.264,99	0,95

Tabla 2: Comparativa para decidir si modelar el perfil sin carga en las perforaciones o con carga uniformemente distribuida.

A la vista de estos resultados se puede concluir que la diferencia entre modelar sin carga en las perforaciones o con carga uniforme en toda la sección independientemente del valor de α y del espesor de la sección no es relevante. Entonces se toma la decisión en función de un criterio meramente técnico, ya que el tiempo de modelar el perfil sin carga en los agujeros es relativamente mayor que el de modelar con la distribución uniforme, así como por la sencillez de cálculo del carga crítica.

Además, los estudios en los que se apoya este proyecto [20] también se deciden por este camino de modelado, por lo que a partir de ahora también se modelaran todos los perfiles en CUFSM con la distribución uniforme de cargas.

Por último (Tabla 3), se presentan los resultados para el perfil Tipo 1 donde las condiciones del análisis para determinar el valor de α que será utilizado para modelar el espesor reducido de las perforaciones de los perfiles han sido las siguientes:

- Dos espesores de sección tales que 1,8 mm y 3 mm.
- Cuatro diferentes longitud del puntal: 350 mm, 400 mm, 1200 mm y 2000 mm.

		0,8							0,9							0,8 / 0,9
L (mm)	Espesor (mm)	t red (mm)	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	t red (mm)	Py (N)	Ar (mm2)	An (mm2)	Pn (N)	LF	Ncr	Ncr
350	1,8	1,21	219.571,38	618,51	618,51	219.571,38	1,755	385.347,76	1,37	221.104,98	622,83	622,83	221.104,98	1,765	390.338,72	0,99
	3	2,02	357.267,37	1.006,39	1.006,39	357.267,37	1,838	656.693,15	2,28	359.759,47	1.013,41	1.013,41	359.759,47	1,858	668.469,06	0,98
400	1,8	1,21	219.571,38	618,51	585,72	207.929,98	1,407	292.599,07	1,37	221.104,98	622,83	585,94	208.008,41	1,417	294.789,51	0,99
	3	2,02	357.267,37	1.006,39	951,73	337.865,04	1,515	511.966,90	2,28	359.759,47	1.013,41	951,92	337.931,85	1,539	520.077,12	0,98
1200	1,8	1,21	219.571,38	618,51	585,72	207.929,98	0,594	123.587,34	1,37	221.104,98	622,83	585,94	208.008,41	0,653	135.929,33	0,91
	3	2,02	357.267,37	1.006,39	951,73	337.865,04	1,189	401.552,60	2,28	359.759,47	1.013,41	951,92	337.931,85	1,212	409.640,99	0,98
2000	1,8	1,21	219.571,38	618,51	585,72	207.929,98	0,496	103.187,33	1,37	221.104,98	622,83	585,94	208.008,41	0,503	104.549,18	0,99
	3	2,02	357.267,37	1.006,39	951,73	337.865,04	0,519	175.304,65	2,28	359.759,47	1.013,41	951,92	337.931,85	0,524	176.914,08	0,99

Tabla 3: Comparativa para decidir si modelar con α = 0,8 o α = 0,9.

Una vez analizados estos resultados, y a la vista de que para todos los casos la carga crítica con α = 0,9 es ligeramente mayor que para α = 0,8 ; la decisión se toma por la recomendación de la norma EN-15512, ya que la diferencia es mínima en la mayoría de los casos y el criterio de la seguridad apenas es representativo.

Por lo que, a partir de ahora también se modelaran todos los perfiles en CUFSM con α = 0,9.

Resumiendo, las condiciones generales para el modelado de los perfiles en CUFSM serán las siguientes:

- Las esquinas del perfil se modelan aproximándolas a bordes redondeados.
- La distribución de cargas se considera uniforme en toda la sección del perfil.
- El parámetro α del espesor reducido en las perforaciones es α = 0,9.
- El puntal se considera apoyado en ambos extremos S-S.

6.2. Contraste del modelo con la bibliografía

Una vez definidas estas condiciones generales para el modelado de los perfiles en CUFSM, se presenta una simulación que sirve de comparativa para poder contrastar este modelo con el mismo presentado por [20].

Para ello se utilizará el perfil Tipo 2, del cual se han obtenido las dimensiones tras analizar los diferentes estudios [20] [21] y la información donada por la empresa NOEGASystems.

Además, en el estudio [21] se comprueba que la longitud para la que se está calculando la carga crítica es de 700 mm.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en este estudio que se utilizarán para contrastar la fiabilidad del modelo.

En primer lugar, se definen las condiciones del material tales que:

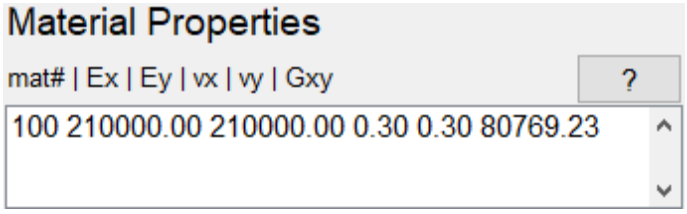


Figura 24: Ventana de las propiedades del material en CUFSM.

- Numeración del material: mat#.
- Módulo de Young: E_x y E_y.
- Coeficiente de Poisson: v_x y v_y.
- Módulo de elasticidad transversal: G_{xy}.

Después se definen tanto los nodos como los elementos que generan la sección del perfil:

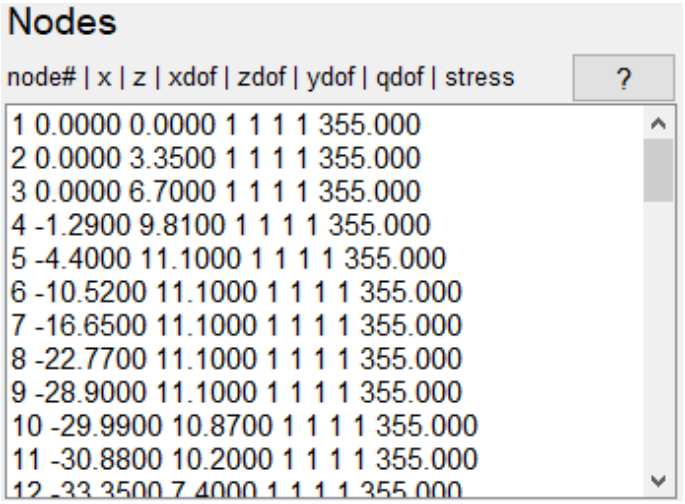


Figura 25: Ventana de la definición de nodos en CUFSM.

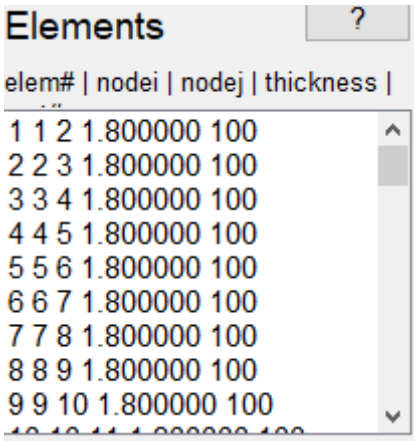


Figura 26: Ventana de la definición de elementos en CUFSM.

Teniendo la sección unas propiedades tales como:

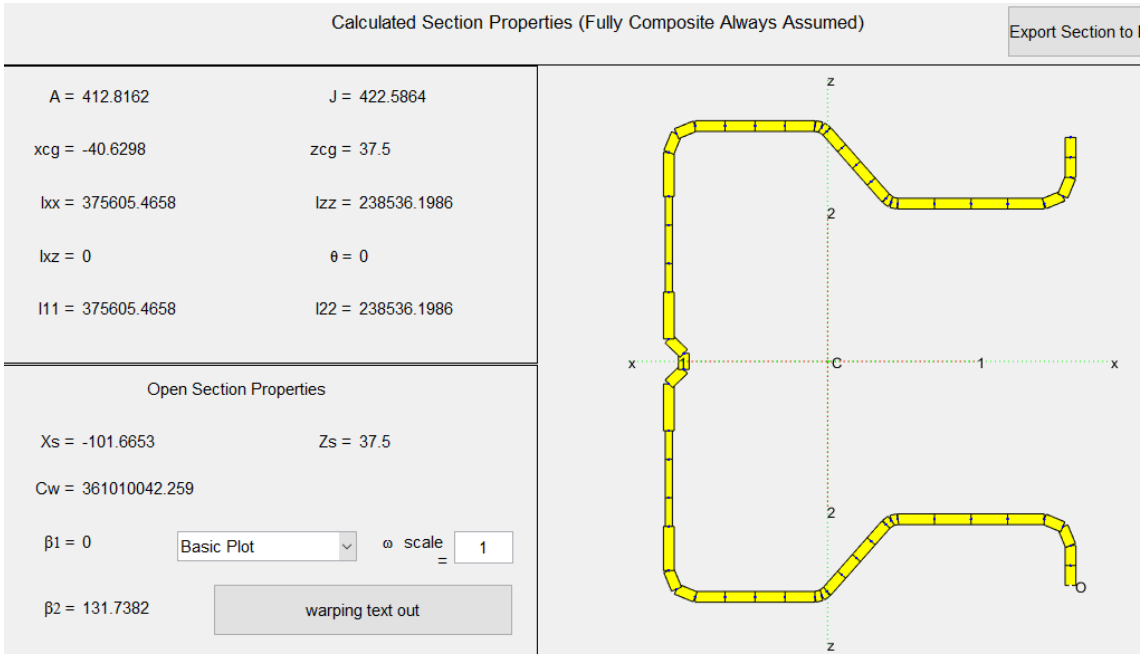


Figura 27: Propiedades de la sección de perfil Tipo 1 calculadas en CUFSM.

En la pestaña siguiente del programa se define el modelo de cargas (Figura 28), que se había establecido como compresión uniformemente distribuida.

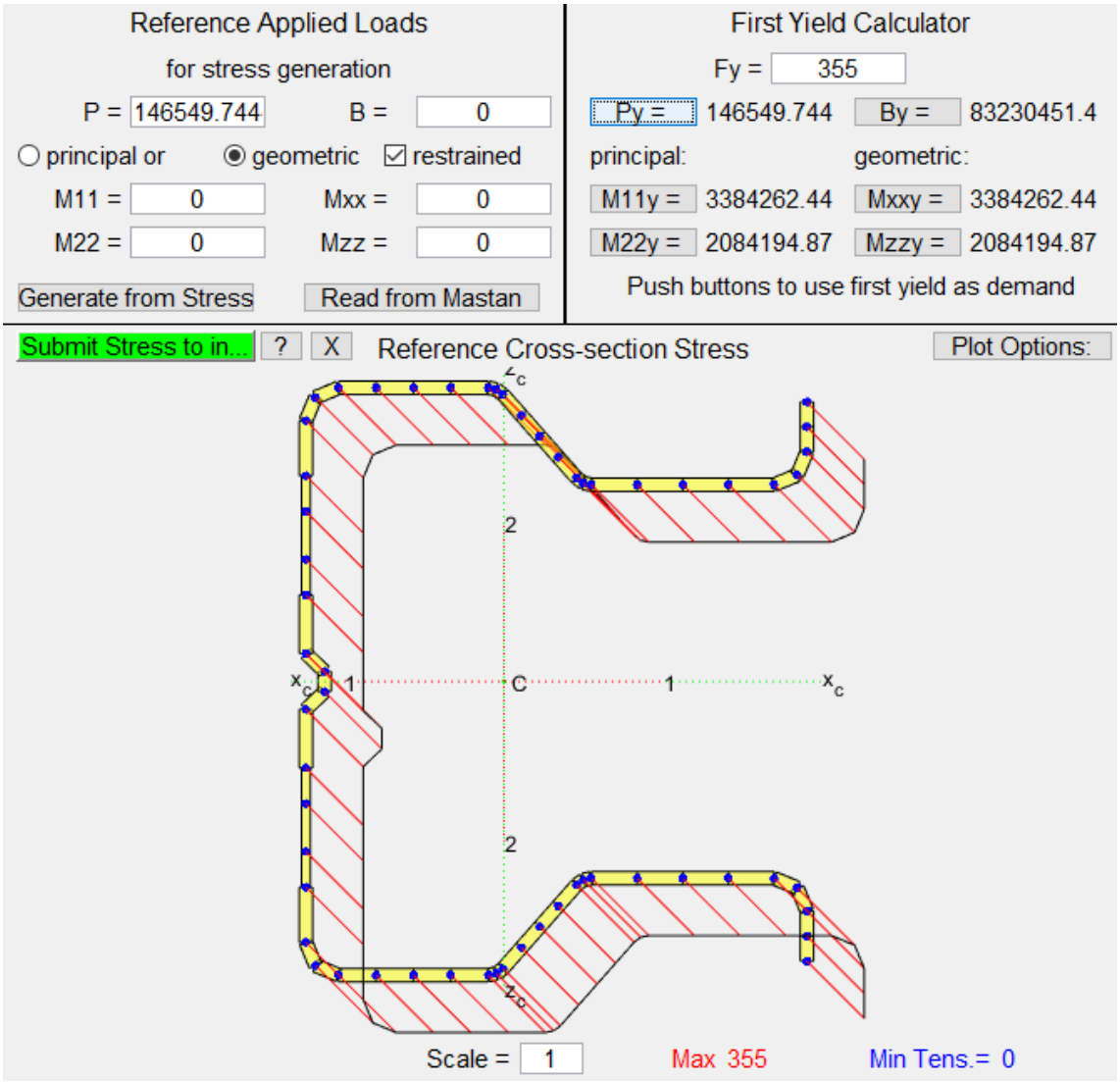


Figura 28: Definición del modelo de cargas en CUFSM.

El valor de la carga es definido tal que la tensión asociada sea igual al límite elástico del material. Esto se hace únicamente para establecer un criterio general definido por el usuario, ya que la carga crítica permanecerá constante independientemente de cual haya sido la carga aplicada, ya que al modificar el valor de la carga cambiará en la misma proporción el factor de carga de tal manera que la siguiente expresión permanezca constante:

$$N_{cr} = P_y \cdot F_l$$

Dando todo ello la definición del perfil a estudiar (Figura 29).

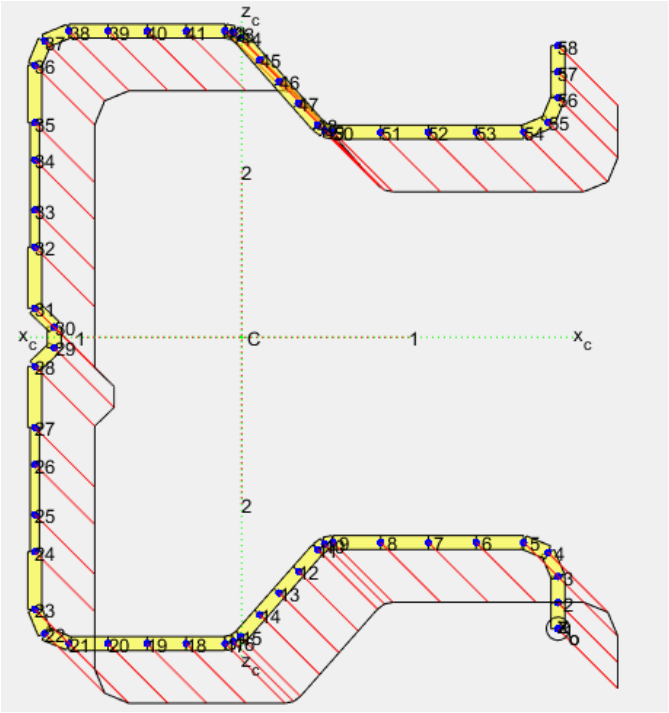


Figura 29: Esquema del modelo del perfil Tipo 1 en CUFSM.

El siguiente paso es definir las condiciones de apoyo del puntal, que como se había presentado anteriormente es S-S (Figura 30).

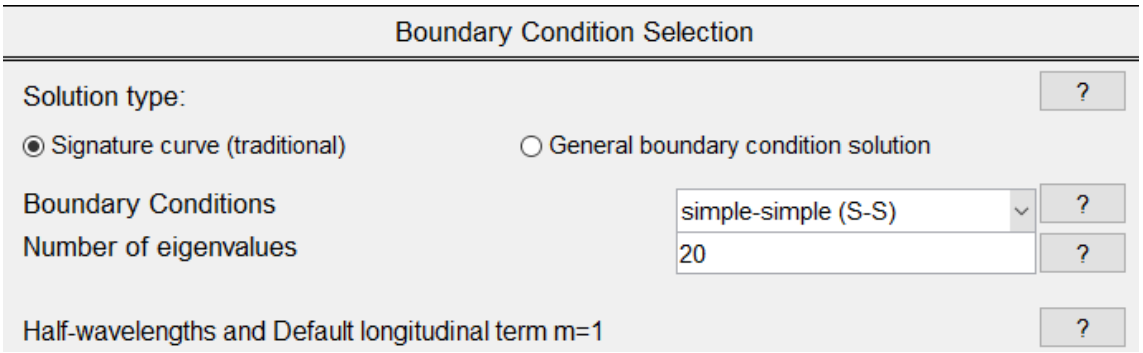


Figura 30: Condiciones de apoyo en los extremos del puntal en CUFSM. Apoyado en ambos extremos S-S.

En esta pestaña también se pueden añadir las longitudes a las que se quiera evaluar la carga crítica. En este caso únicamente nos interesa aquella de 700 mm, por lo que se ha de comprobar que aparezca automáticamente o en su defecto añadirla.

Length
300.00
350.00
400.00
500.00
600.00
700.00
800.00
900.00
1000.00
1100.00
1200.00
1300.00
1400.00
1500.00

Figura 31: Longitudes del puntal para las cuales se calcula el modelo en CUFSM.

Establecidas ya todas las condiciones, a continuación, se lanza la simulación.

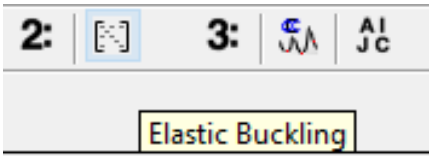


Figura 32: Herramienta para el cálculo del pandeo elástico en CUFSM.

El programa realiza el cálculo:

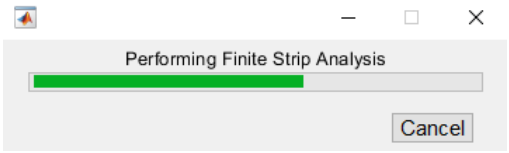


Figura 33: Progreso del cálculo FSM en CUFSM.

Una vez que el programa calcula el modelo definido se obtienen los siguientes resultados en el post-procesador.

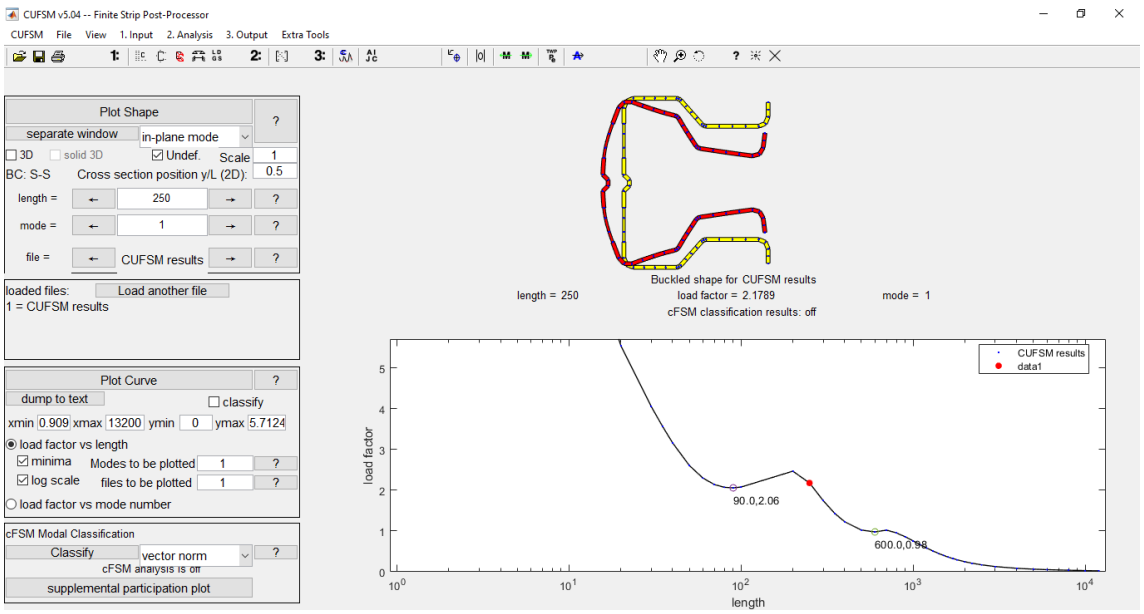


Figura 34: Vista del post-procesador de CUFSM donde se analizan los resultados del análisis. En él se pueden distinguir tres partes: a la izquierda el menú de selección del resultado que se quiere presentar, arriba el modo de pandeo y el factor de carga del puntal y abajo la curva característica del FSM.

De entre todos los resultados que se pueden observar en la curva característica, solamente interesa para la posterior comparación con la bibliografía, aquel cuya longitud es de 700 mm.

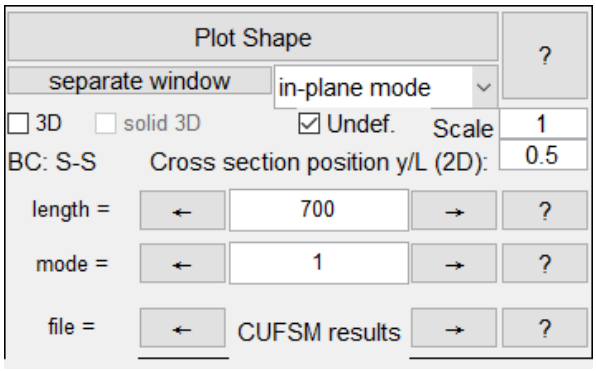


Figura 35: Elección de la longitud para la cual se desea obtener la carga crítica en CUFSM.

Obteniendo así la forma de pandeo a la mitad de la longitud '*y/L = 0,5*' que se puede observar en la figura y un factor de carga de 1,0223 (Figura 36).

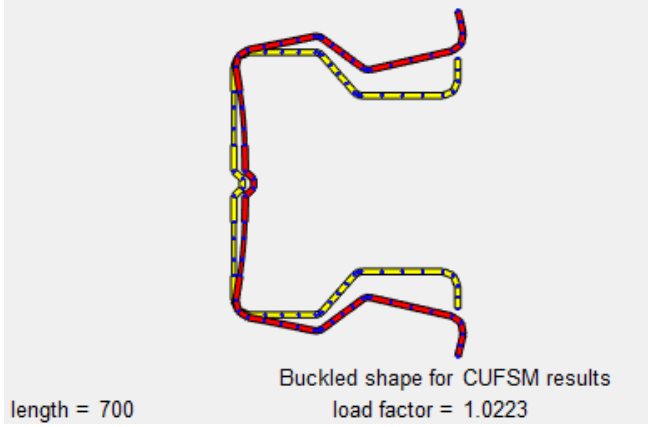


Figura 36: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal y factor de carga para un puntal de 700 mm.

Además, en la curva característica se puede observar la participación de cada modo de pandeo, teniendo para esa longitud de 700 mm una gran predominancia del pandeo distorsional, exactamente del 96.6%.

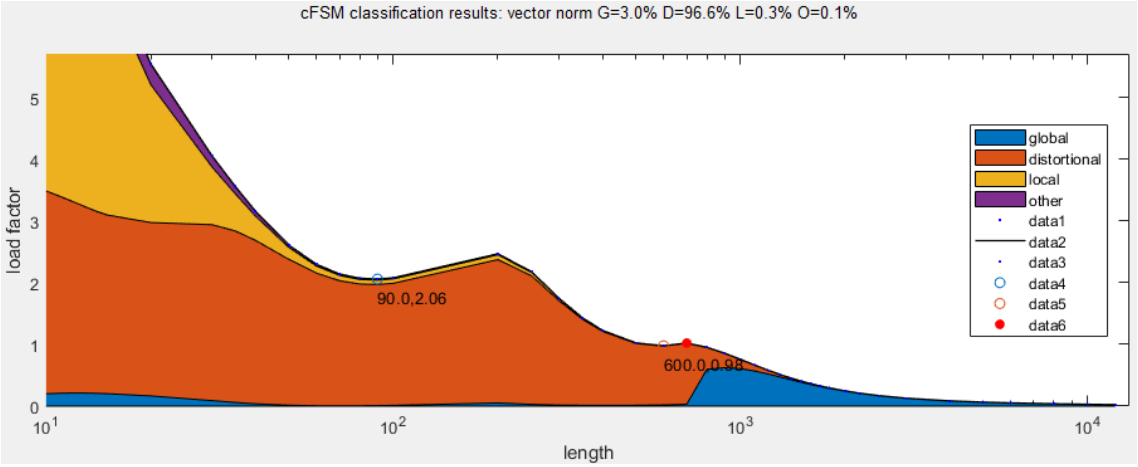


Figura 37: Participación de los distintos modos de pandeo para el conjunto de longitudes.

Obtenidos estos resultados, se procede a calcular cuál es la carga crítica que produce el pandeo a esa longitud, apoyándose en la formula descrita anteriormente:

$$N_{cr} = P_y \cdot F_l = 146.550\ [N] \cdot 1{,}0223 = 149.818\ [N]$$

A la vista de estos resultados, se comparan con aquellos de la bibliografía:

Table 4
Accuracy of the models for distortional buckling (Part 2).

Column	$P_{cr\ FEM}$ (N)	$P_{cr\ k=1}$ (N)	$\frac{P_{cr\ k=1}}{P_{crFEM}}$	$P_{cr\ k=0.9}$ (N)	$\frac{P_{cr\ k=0.9}}{P_{crFEM}}$	$P_{cr\ k=0.8}$ (N)	$\frac{P_{cr\ k=0.8}}{P_{crFEM}}$
C1	139,111	156,332	1.12	146,731	1.05	136,359	0.98
C1′	147,030	156,332	1.06	146,731	1.00	136,359	0.93
C2	48,479	52,473	1.08	49,557	1.02	46,393	0.96
C3	198,888	223,317	1.12	209,812	1.05	194,571	0.98
C4	143,734	160,297	1.12	149,808	1.04	138,150	0.96
C5	143,415	160,885	1.12	148,564	1.04	137,101	0.96
C6	132,695	146,920	1.11	138,320	1.04	129,683	0.98
C7	122,875	134,604	1.10	126,135	1.03	117,541	0.96
C8	122,537	147,329	1.20	136,347	1.11	125,047	1.02
C9	168,190	187,528	1.11	178,348	1.06	167,456	1.00
C10	191,013	211,586	1.11	196,615	1.03	180,965	0.95
C11	151,733	167,560	1.10	158,357	1.04	146,495	0.97
C12	323,191	353,894	1.09	332,505	1.03	308,546	0.95
C13	154,076	169,599	1.10	156,693	1.02	142,901	0.93
C14	167,414	182,744	1.09	169,922	1.01	155,924	0.93
Mean			1.11		1.04		0.96
Deviation			0.03		0.03		0.03

Figura 38: Resultados del modelo que sirve de comparación [20].

Que, para las mismas condiciones iniciales, α = 0,9; se tiene que la carga crítica:

$$N_{cr} = 148.564\ [N]$$

Obteniendo la siguiente relación entre ambos estudios:

$$relación\ estudios\ N_{cr} = \frac{N_{crTFM}}{N_{crBIBLIO}} = \frac{149.818\ [N]}{148.564[N]} = 1.008$$

Por lo tanto, se puede corroborar la confianza que se tiene en el método propuesto en este estudio, que servirá posteriormente como base de comparación para los cálculos realizados en RFEM.

7. Formulación para el análisis FEM

Haciendo uso de la herramienta de generación de puntos y elementos para optimizar el modelado de los perfiles desarrollada en Excel para CUFSM, también se puede aprovechar para la generación de los perfiles en SHAPE-THIN que posteriormente serán exportados a RFEM.

En este caso solo se necesitan las coordenadas X y Z de la hoja y posteriormente en el propio programa se realiza la unión de los puntos con elementos tipo polilínea o arco de los espesores correspondientes.

1.1 Nudos

Nudo núm.	A Nudo de referencia	B Sistema de coordenadas	C Coordenadas del nudo Y [mm]	D Coordenadas del nudo Z [mm]
1	0	Cartesiano	0.0	0.0
2	0	Cartesiano	0.0	3.3
3	0	Cartesiano	0.0	6.5
4	0	Cartesiano	-1.2	9.5
5	0	Cartesiano	-4.3	10.8
6	0	Cartesiano	-60.8	37.5

1.4 Elementos

Elem. núm.	A Tipo	B Nudos núm.	C Material Núm.	D Espesor [mm]	E Longitud [mm]
1	Polilínea	1,2	1	2.5	3.3
2	Polilínea	2,3	1	2.5	3.3
3	Arco	3-5	1	2.5	6.7
4	Polilínea	5,8	1	2.5	15.2
5	Polilínea	54,51	1	2.5	15.2

Figura 39: Ventanas de la definición de nodos y elementos de la sección en SHAPE-THIN.

Una vez se ha dibujado el perfil, es preciso resolver la sección para que se calculen todas las propiedades y una vez así poder exportar el perfil a RFEM.

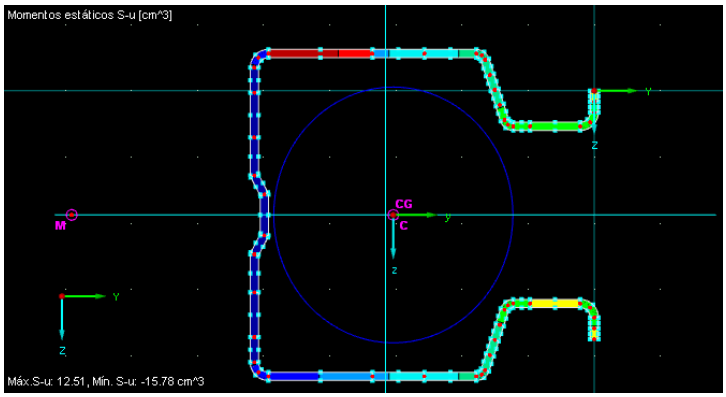


Figura 40: Sección del puntal calculada en SHAPE-THIN.

Una vez creada la sección en SHAPE-THIN, para crear el modelo dentro del programa RFEM se han de seguir los siguientes pasos:

- Crear dos nodos que serán el inicio y fin del perfil. El punto de inicio siempre se toma en el origen de coordenadas y en el final se indica en la coordenada Z la longitud de puntal que se desea analizar.

1.1 Nudos

Nudo núm.	A Tipo de nudo	B Nudo de referencia	C Sistema de coordenadas	D Coordenadas del nudo X [mm]	E Coordenadas del nudo Y [mm]	F Coordenadas del nudo Z [mm]
1	Estándar	0	Cartesiano	0.00	0.00	0.00
2	Estándar	0	Cartesiano	0.00	0.00	1350.00

Figura 41: Generación de nodos de inicio y fin de barra en RFEM.

- Se crea una barra simple que una los dos nodos. A esta barra se le define la sección transversal, que será la importada del programa SHAPE-THIN. Además, se le define como material el acero S355.

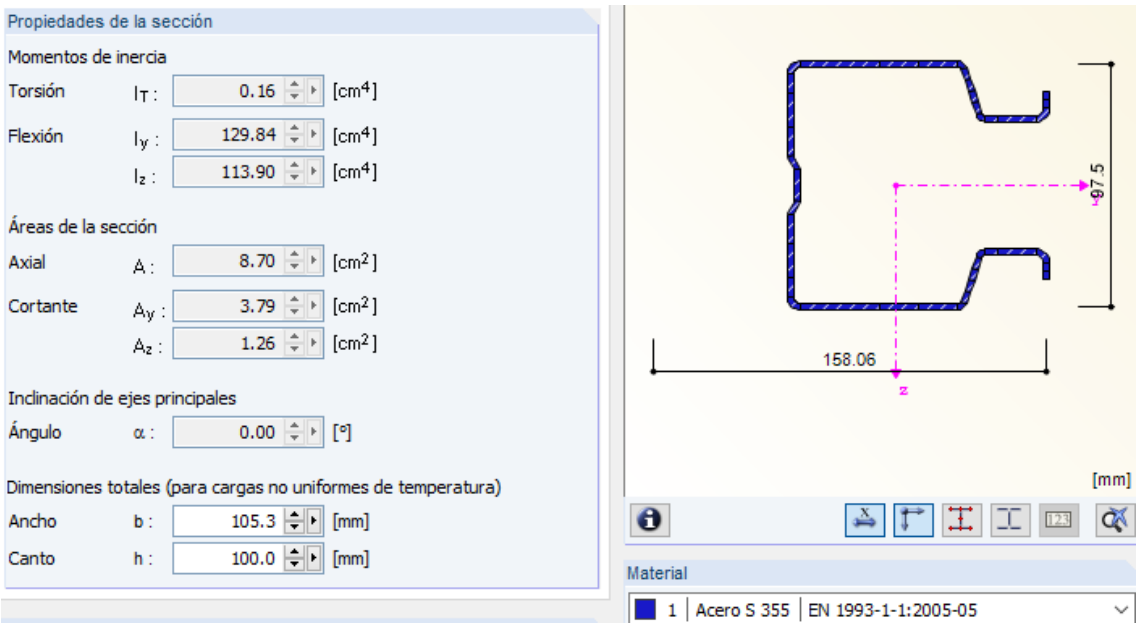


Figura 42: Importación de la sección de SHAPE-THIN a RFEM.

- Para realizar el análisis de pandeo se ha de discretizar la barra en superficies longitudinales. Para ello existe la opción de 'generar superficies a partir de barras'.

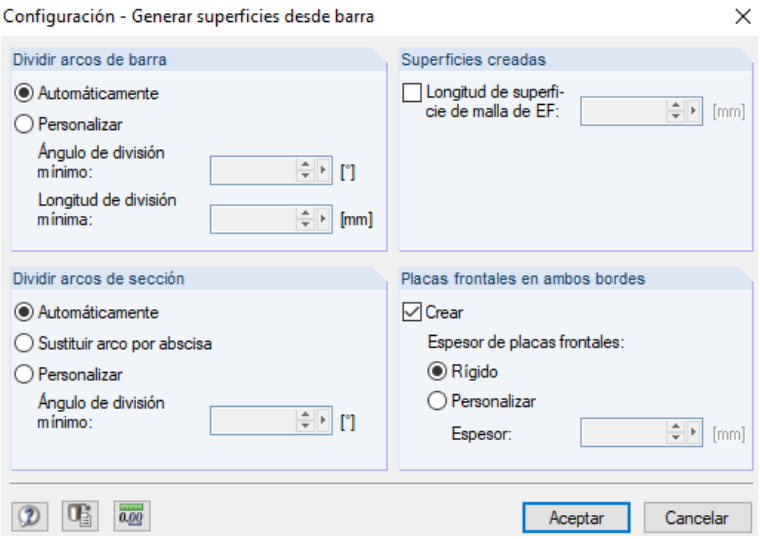


Figura 43: Generación de superficies desde barras en RFEM.

- A continuación, se añaden las perforaciones a las alturas correspondientes (Figura 44).

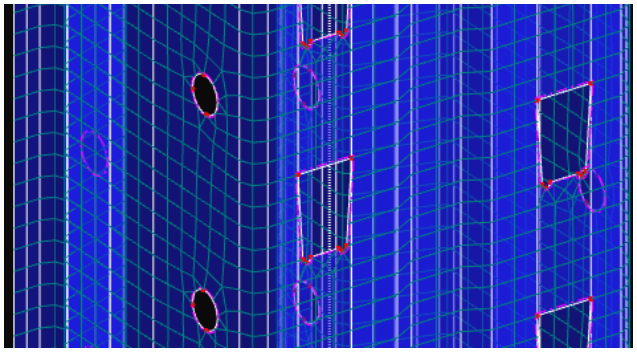


Figura 44: Creación de las perforaciones en el modelo de RFEM.

- Por último, se definen las condiciones de apoyo correspondientes en cada caso. Esto se explicará en cada modelo.

Para definir el modelo de cargas se lleva a cabo lo siguiente:

- Crear nuevo modelo de cargas.

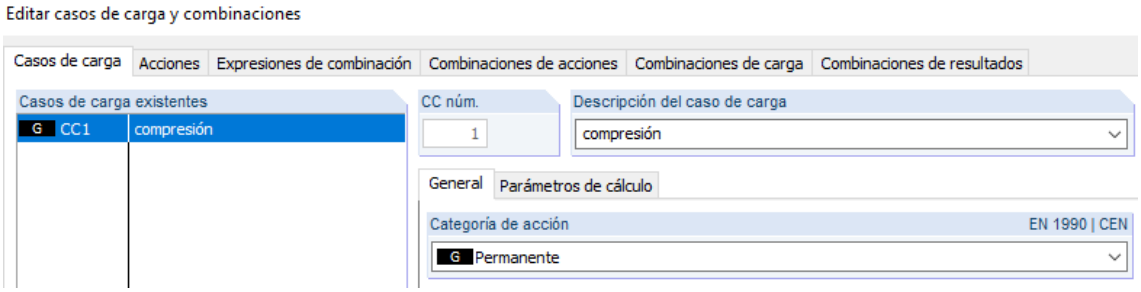


Figura 45: Creación del nuevo modelo de cargas en RFEM: compresión.

- Colocar carga puntual en el centro de gravedad del perfil, que coincide con el nodo (fin de barra), colocado en la superficie superior. No se ha de confundir con el centro de gravedad de la placa rígida que puede encontrarse cerca.

Para crear la malla de EF:

- En la herramienta '*cálculo*', se elige la opción de configuración de malla de EF y se definen las condiciones de la figura.

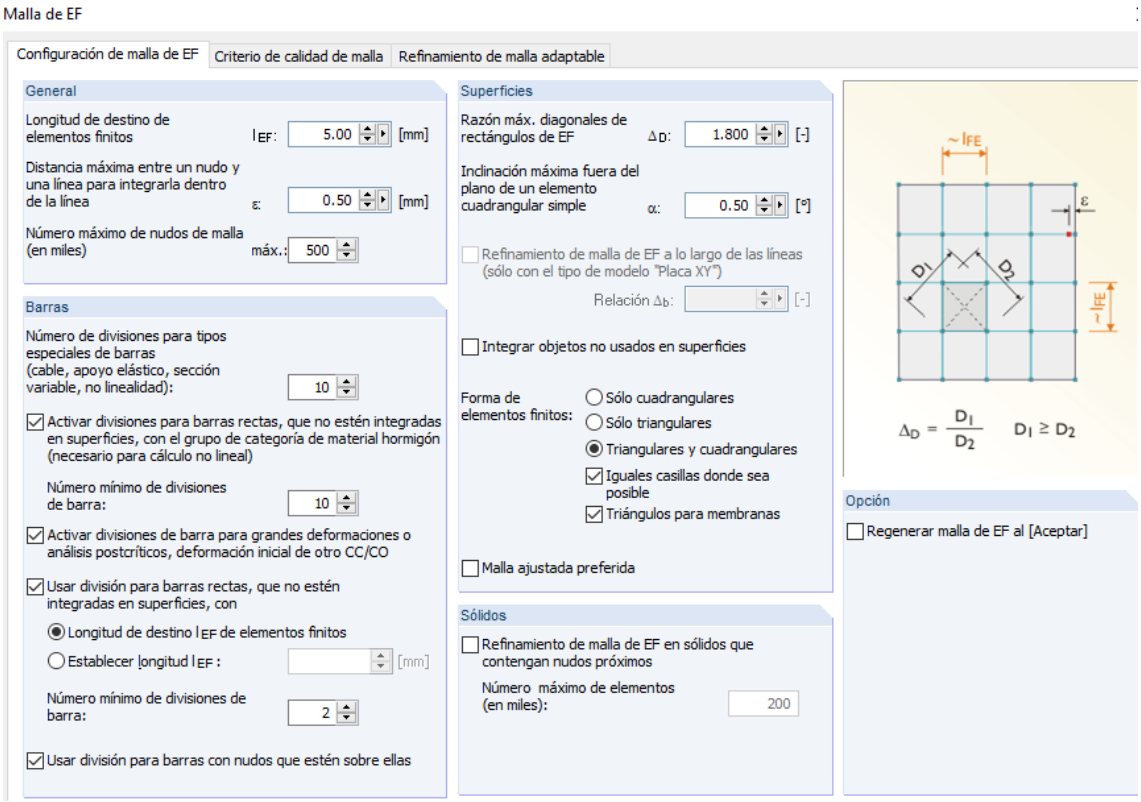


Figura 46: Configuración de la malla de elementos finitos en RFEM.

Una vez se tenga el modelo mallado con el caso de cargas, se recomienda realizar una comprobación plausible antes de resolver, ya que requiere de mucho menor tiempo de

procesado y ayuda a ver si existe algún fallo en la estructura del modelo que lleve a error de resolución.

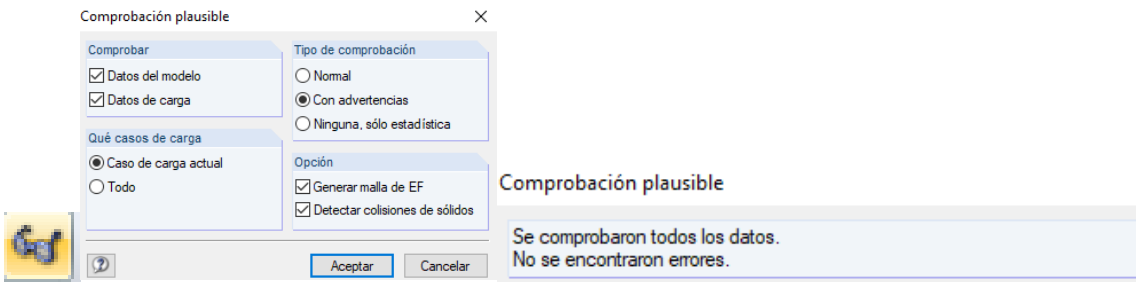


Figura 47: Comprobación plausible en RFEM.

Si la comprobación plausible no encuentra ningún error, se procede a realizar el cálculo con los siguientes parámetros.

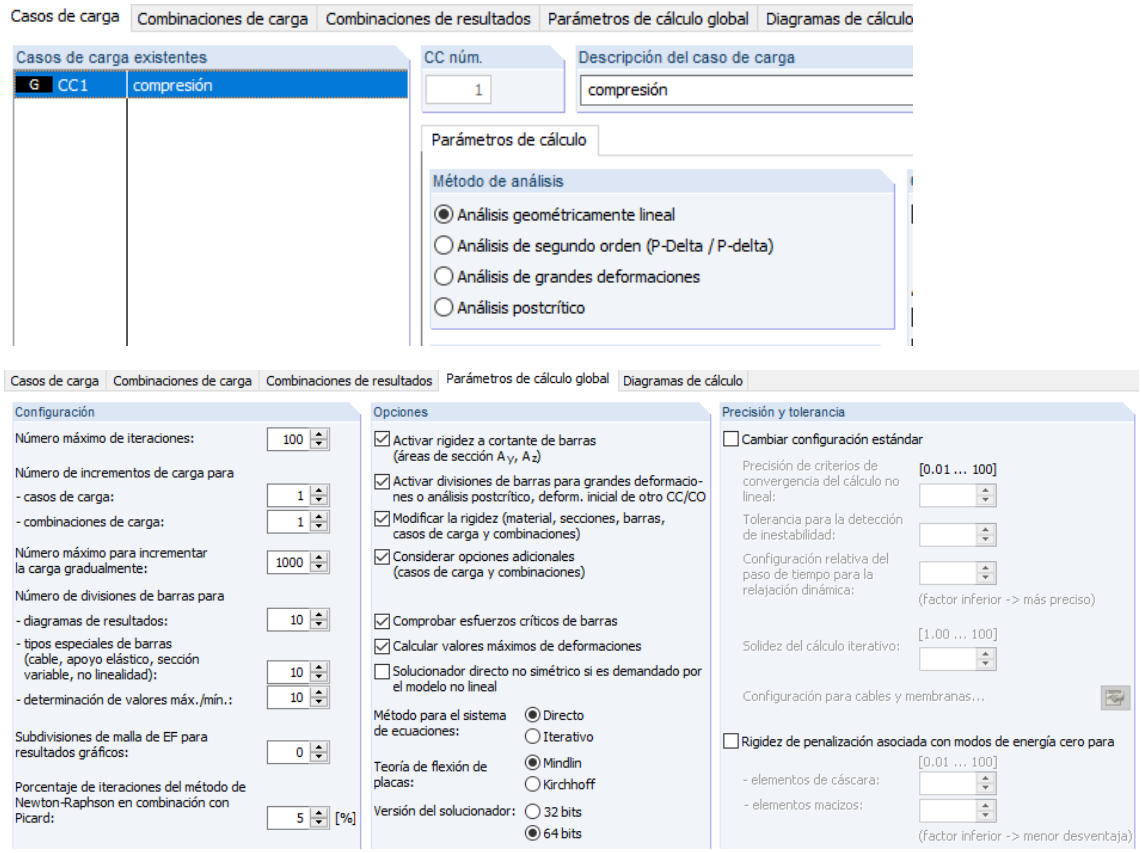


Figura 48: Configuración de los parámetros de cálculo en RFEM.

Cuando se haya resuelto este modelo, se presentan los resultados del modelo de cargas analizado relativos a tensiones, deformaciones, reacciones, etc.

Por último, a partir de estos resultados se abre el módulo adicional de RF-STABILITY y se definen los siguientes parámetros (Figura 49).

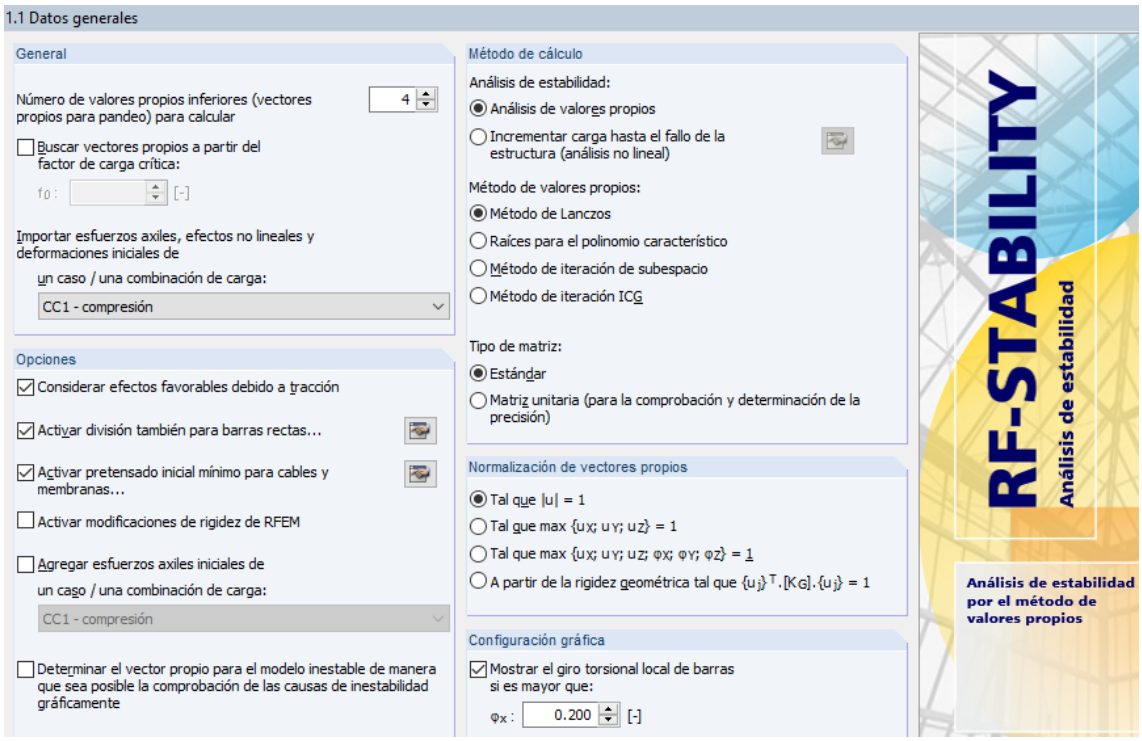


Figura 49: Configuración de los parámetros generales de RF-STABILITY.

8. Resultados

Antes de presentar los resultados de los modelos analizados del puntal Tipo 3 en CUFSM y RFEM y aquellos de los ensayos de laboratorio, se presentan a continuación unas pautas para determinar aquellos valores que no se tomarán como válidos para el estudio de pandeo elástico.

Estos valores no válidos pueden ser debidos a fallos por sobrepasar la resistencia del material a compresión o porque podría ocurrir un pandeo no elástico, es decir que, a la vez de pandear el puntal, el material se plastifica.

A continuación, se presenta el valor a partir del cual se considera que el puntal fallaría por resistencia, así como se había mencionado en la teoría de Euler con la denominada hipérbola de Euler.

La carga máxima que permite este puntal Tipo 3 por la propia resistencia del material se calcula mediante la siguiente expresión.

$$P_{max} = \text{límite}\, el\acute{a}stico \cdot secci\acute{o}n\ transversal = \ \sigma_y \cdot A$$

Siendo el límite elástico del acero S355:

- σ_y = 355 [MPa]

Y el área de la sección transversal:

- A = 870 mm^2

Donde ese área de 870 mm^2 es la calculada por el programa CUFSM para la sección con el espesor reducido. Pero la sección transversal no es siempre constante debido a la existencia de las perforaciones, por lo que se hace uso del Anexo E de la norma EN-15512 [2] donde se explica cómo se calcula el área de la sección equivalente en todo el puntal teniendo en cuanta todas las perforaciones, que será el valor que se utilice en la ecuación anterior.

Cálculo de la sección equivalente

$$t_i = t \cdot \frac{\Delta h_i - h_i - \varepsilon_i \cdot w_i}{\Delta h_i}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta h_i - h_i}{2 \cdot w_i} \leq 1{,}5$$

$$t_1 = t \cdot \frac{\Delta h_1 - h_1 - \varepsilon_1 \cdot w_1}{\Delta h_1} = 2{,}5 \cdot \frac{50 - 20 - 1{,}11 \cdot 13{,}5}{50} = 0{,}75\ [mm]$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta h_1 - h_1}{2 \cdot w_1} = \frac{50 - 20}{2 \cdot 13{,}5} = 1{,}11$$

$$t_2 = t \cdot \frac{\Delta h_2 - h_2 - \varepsilon_2 \cdot w_2}{\Delta h_2} = 2{,}5 \cdot \frac{50 - 9 - 1{,}5 \cdot 9}{50} = 1{,}375\ [mm]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta h_2 - h_2}{2 \cdot w_2} = \frac{50 - 9}{2 \cdot 9} = 2{,}57 > 1{,}5\ ;\ \varepsilon_2 = 1{,}5$$

Sabiendo además que el desarrollo del perfil Tipo 3 es de 338 mm, se puede calcular el área equivalente de la sección de la siguiente manera.

$$A_{eq} = Desarrollo_{sin} \cdot 2{,}5\ + 2 \cdot w_1 \cdot t_1 + 4 w_2 \cdot t_2$$

Siendo entonces el área equivalente de la sección:

$$A_{eq} = (348 - 2 \cdot 13{,}5 - 4 \cdot 9) \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 13{,}5 \cdot 0{,}75 + 4 \cdot 9 \cdot 1{,}375 = 782{,}25\ [mm^2]$$

Por lo que la carga máxima que resiste el puntal por resistencia del material es:

$$P_{max} = 355\ [MPa] \cdot 782{,}25\ [mm^2] = 277.698[kN]$$

Por lo que cualquier valor de carga crítica de pandeo que en los siguientes resultados supere este valor será considerada no válida para este estudio ya que requiere de otro tipo de cálculo.

8.1. Resultados del ensayo del laboratorio

En este apartado se presentan los resultados de los ensayos de los puntales Tipo 3 en el laboratorio.

Como se había descrito previamente, el montaje que se ha llevado a cabo para este ensayo sigue las indicaciones de la norma EN-15512 en su Anexo A.2.

Además, se puede observar que el puntal ensayado está unido a otro elementos que estarían en la estructura real como son las diagonales. Estos elementos adicionales se utilizaron en los ensayos de puntales largos, y no en los ensayos del puntal de 350 mm ni en el de 1350 mm.

También se pueden ver los elementos que indica la norma que hay que usar, tales como las placas de reparto y las bolas de aplicación de la carga, utilizados en todos los ensayos.

A continuación, se presentan las fotos de los puntales deformados por pandeo tras la aplicación de las cargas en el ensayo:

L = 350 mm

Figura 50: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 350 mm.

L = 1350 mm

Figura 51: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 1350 mm.

L = 2300 mm

Figura 52: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 2300 mm.

L = 3000 mm

Figura 53: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 3000 mm.

L = 3700 mm

Figura 54: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 3700 mm.

L = 4400 mm

Figura 55: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 4400 mm.

L = 5100 mm

Figura 56: Resultado del ensayo de laboratorio para un puntal de L = 5100 mm.

Por último (Tabla 4), se presentan los valores de las cargas críticas de pandeo para distintas longitudes de puntales ensayadas en el laboratorio.

	TEST
L (mm)	**Ncr (N)**
350	228.701
1350	166.417
2300	157.813
3000	132.043
3700	109.342
4400	102.828
5100	77.813

Tabla 4: Valores de carga crítica para las distintas longitudes de puntal Tipo 3 ensayadas en el laboratorio.

8.2. Resultados del análisis FSM

Tras haber visto como se generan los modelos para el análisis FSM mediante CUFSM, se procede a presentar una serie de resultados del puntal Tipo 3.

Estos resultados servirán de comparación tanto con aquellos realizados en RFEM como con los ensayos reales del laboratorio.

En la tabla siguiente se presentan los resultados de cada uno de ellos para las diferentes longitudes de puntal analizados.

Resultados CUFSM perfil Tipo 3				
L (mm)	**An (mm2)**	**Pn (N)**	**LP**	**Ncr (N)**
350	853,05	302.833	1,800	545.039
1350	853,05	302.833	0,967	292.852
2300	853,05	302.833	0,393	119.128
3000	853,05	302.833	0,243	73.713
3700	853,05	302.833	0,168	50.973
4400	853,05	302.833	0,126	38.036
5100	853,05	302.833	0,099	29.963

Tabla 5: Valores de carga crítica para las distintas longitudes de puntal Tipo 3 analizadas con CUFSM.

Además, se presenta la curva característica obtenida del análisis FSM (Figura 57).

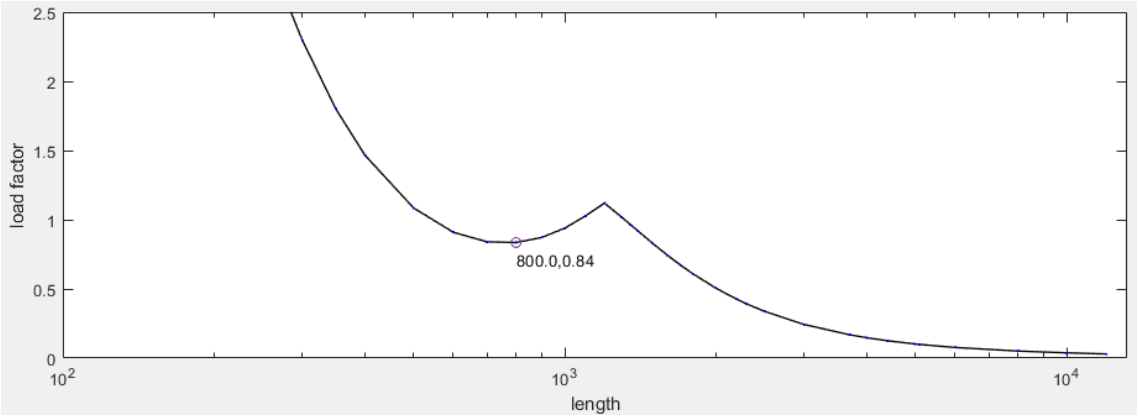


Figura 57: Curva característica del análisis FSM del puntal Tipo 3 analizado con CUFSM.

Y la participación de cada modo a las diferentes longitudes se puede ver en la Figura 58:

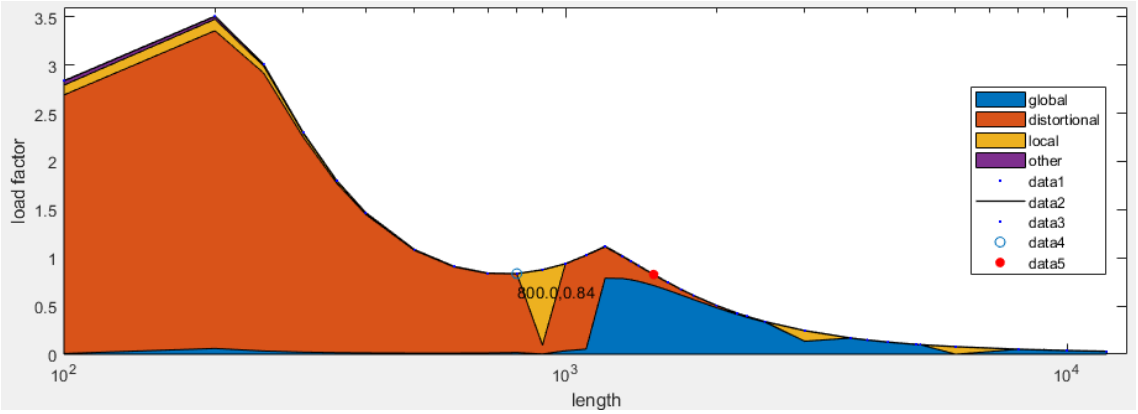


Figura 58: Participación de los distintos modos de pandeo para el conjunto de longitudes del puntal Tipo 3 analizado con CUFSM.

De donde se puede concluir que únicamente las dos primeras longitudes tienen un pandeo distorsional predominante (350 mm y 1350 mm) y para las siguientes longitudes es el pandeo global el que mayor participación tiene.

Por último, se presentan los modos de pandeo para cada una de las longitudes ensayadas. La posición de la sección transversal representada en estos modos de pandeo ocurre a la mitad de la longitud del puntal:

$$y/L = 0{,}5$$

Donde:

y: es la posición recorrida en dirección vertical.

L: es la longitud del puntal.

L = 350 mm

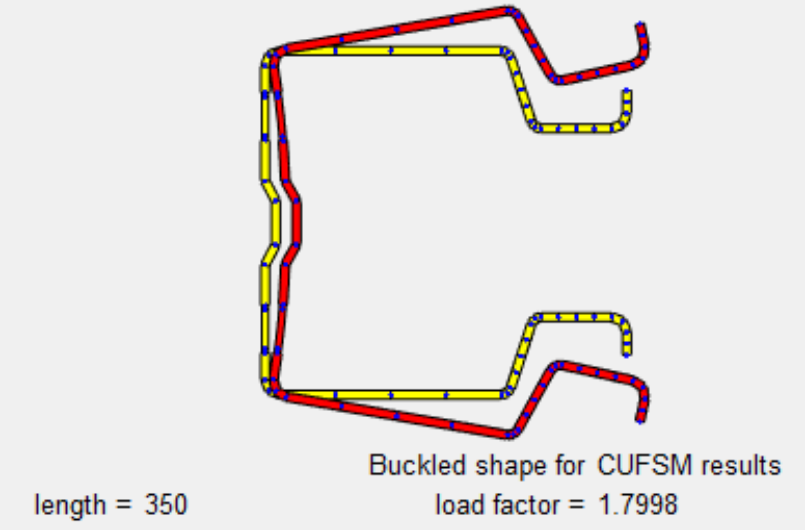


Figura 59: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 350 mm.

L = 1350 mm

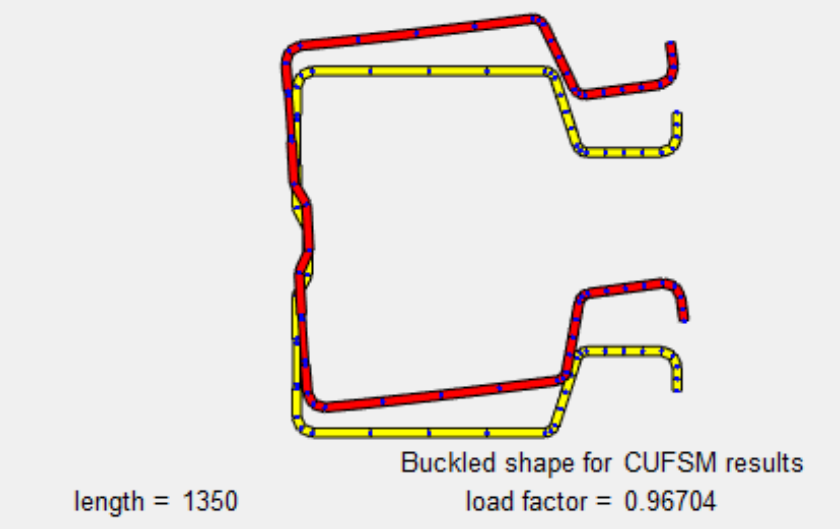


Figura 60: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 1350 mm.

L = 2300 mm

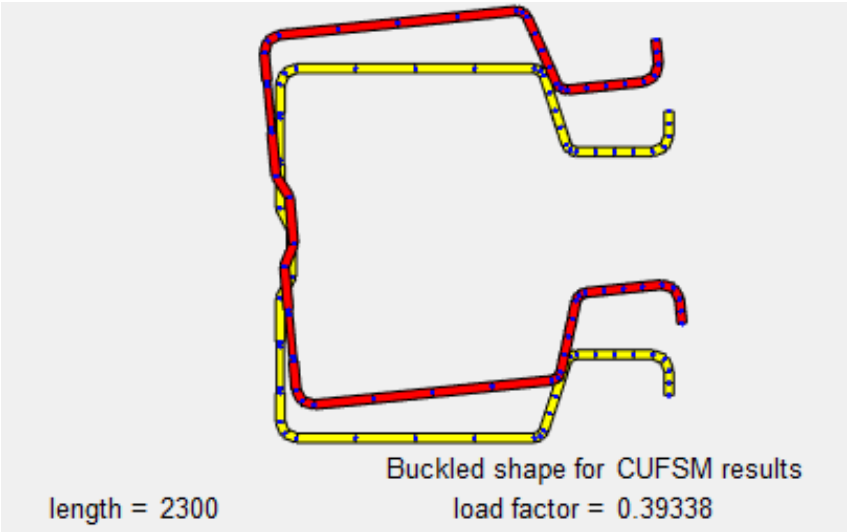


Figura 61: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 2300 mm.

L = 3000 mm

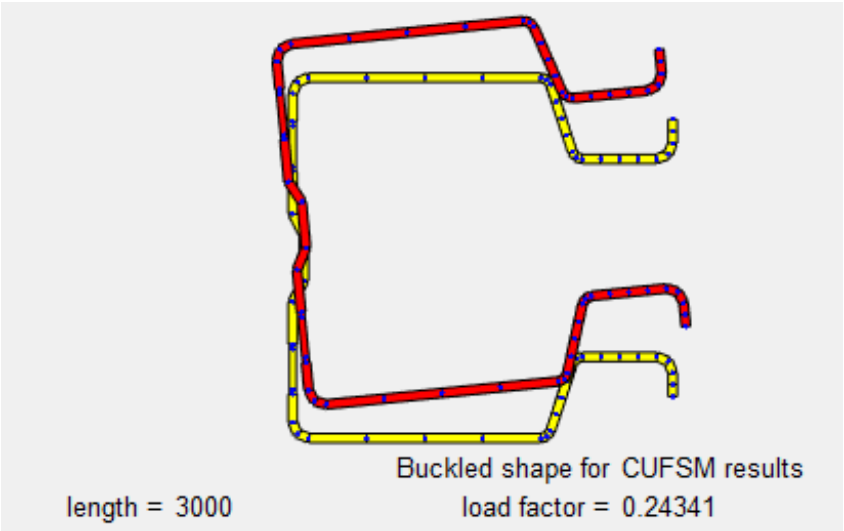


Figura 62: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 3000 mm.

L = 3700 mm

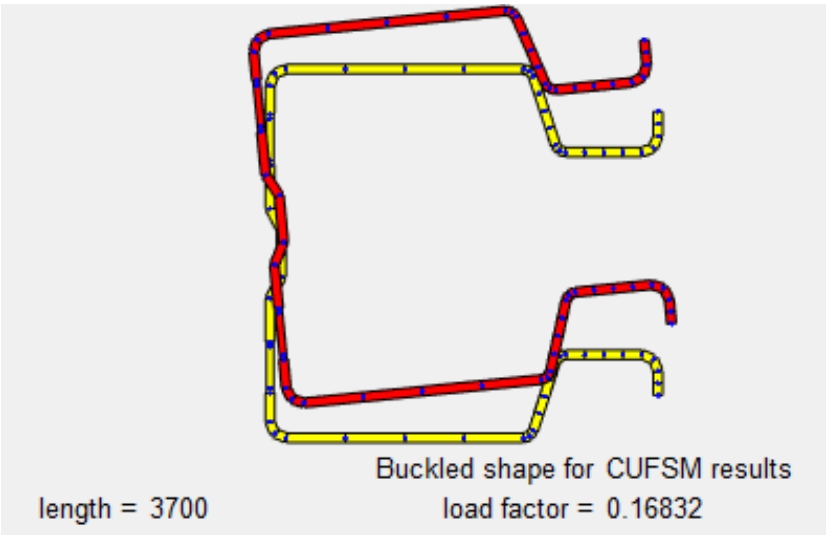


Figura 63: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 3700 mm.

L = 4400 mm

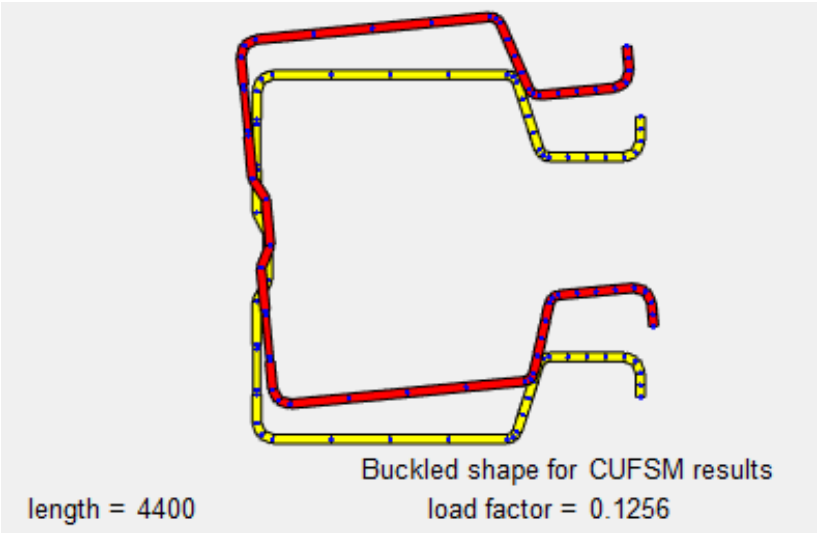


Figura 64: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 4400 mm.

L = 5100 mm

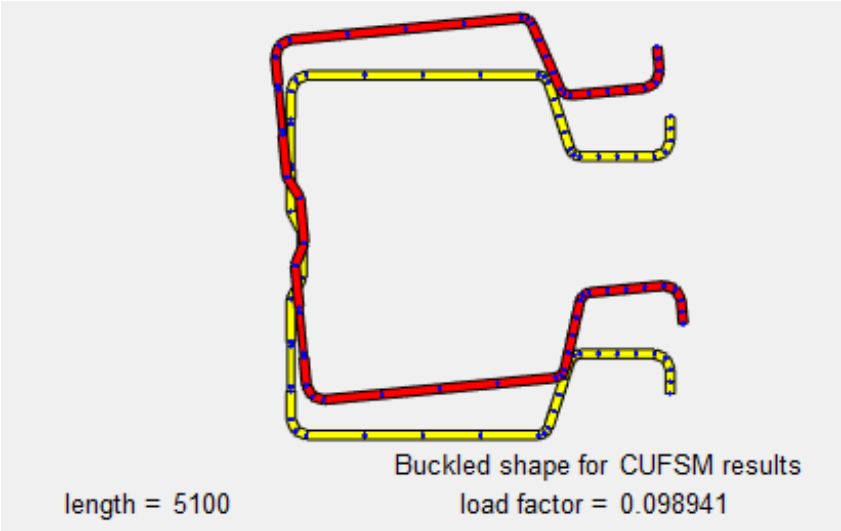


Figura 65: Forma de pandeo a la mitad de la longitud del puntal Tipo 3 y factor de carga de un puntal de 5100 mm.

8.3. Resultados del análisis FEM

Tras haber visto como se generan los modelos para el análisis FEM mediante SHAPE-THIN, RFEM y R-STABILITY, se procede a presentar una serie de resultados del puntal Tipo 3.

Estos resultados servirán de comparación tanto con aquellos realizados en CUFSM como con los ensayos reales del laboratorio.

En ellos se presentan cinco distintos modelos haciendo variar tanto las condiciones de apoyo como el modelo de cargas, con el fin de ir acercándose a los resultados de los otros métodos.

Modelo 1 RFEM

En primer lugar, se analiza un modelado del puntal con agujeros y una chapa rígida en los extremos. Este modelo analizado tiene las siguientes características:

- Chapa rígida en los extremos del puntal.

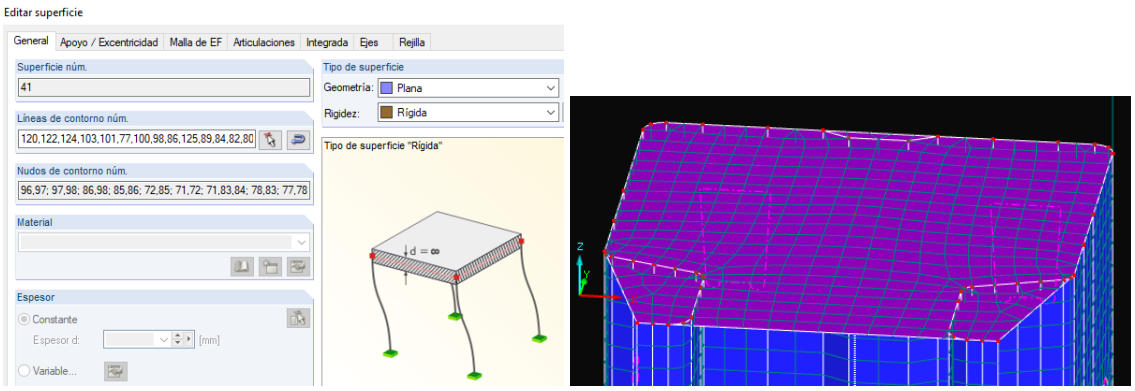


Figura 66: Definición de la chapa rígida del Modelo 1 de RFEM.

- Apoyo en las chapa colocados en el centro de gravedad del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Chapa inferior: desplazamiento axial según X, desplazamiento axial según Y, desplazamiento axial según Z, oz.

- Chapa superior: desplazamiento axial según X, desplazamiento axial según Y, giro según eje Z.

1.7 Apoyos en nudos

Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] uX	E uY	F uZ	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φX	H φY	I φZ
1	1	Global X,Y,Z	☐	☑	☑	☑	☐	☐	☑
2	2	Global X,Y,Z	☐	☑	☑	☐	☐	☐	☑

Figura 67: Definición de los apoyos en nudos del Modelo 1 de RFEM.

- Carga de 100.000 [N] aplicada en el centro de gravedad del perfil en la chapa superior comprimiendo el puntal.

3.1 Cargas en nudos — CC1 - compresión

Núm.	A En los nudos núm.	B Tipo de definición	C Sistema de coordenadas	D Fuerza [kN] PX	E PY	F PZ	G Momento [kNm] MX	H MY	I MZ
1	2	Por componentes	0 | Global XYZ	0.000	0.000	-100.000	0.000	0.000	0.000

Figura 68: Definición de la carga del Modelo 1 de RFEM.

Modelo 2 RFEM

El segundo se crea pensando en disminuir las cargas críticas tan elevadas que se obtienen con el primer modelo sustituyendo la chapa rígida por una chapa estándar, para ello el nuevo modelo analizado tiene las siguientes características:

- Chapa estándar de espesor constante en los extremos del puntal. El espesor de esta varía para las distintas longitudes de puntal analizadas.

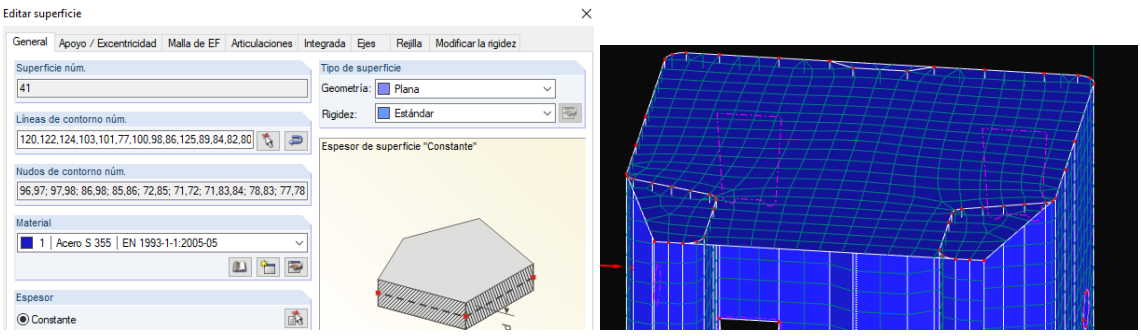


Figura 69: Definición de la chapa estándar del Modelo 2 de RFEM.

- Apoyo en las chapa colocados en el centro de gravedad del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
  - Chapa inferior: desplazamiento axial según X, desplazamiento axial según Y, desplazamiento axial según Z, oz.
  - Chapa superior: desplazamiento axial según X, desplazamiento axial según Y, giro según eje Z.

1.7 Apoyos en nudos

Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] uX	E uY	F uZ	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φX	H φY	I φZ
1	1	Global X,Y,Z	☐	☑	☑	☑	☐	☐	☑
2	2	Global X,Y,Z	☐	☑	☑	☐	☐	☐	☑

Figura 70: Definición de los apoyos en nudos del Modelo 2 de RFEM.

- Carga de 100.000 [N] aplicada en el centro de gravedad del perfil en la chapa superior comprimiendo el puntal.

3.1 Cargas en nudos

CC1 - compresión

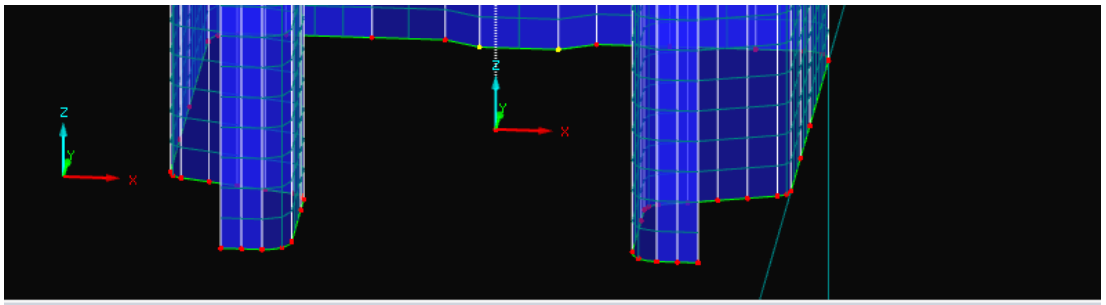
Núm.	A En los nudos núm.	B Tipo de definición	C Sistema de coordenadas	D Fuerza [kN] P_X	E P_Y	F P_Z	G Momento [kNm] M_X	H M_Y	I M_Z
1	2	Por componentes	0 | Global XYZ	0.000	0.000	-100.000	0.000	0.000	0.000

Figura 71: Definición de la carga del Modelo 2 de RFEM.

Modelo 3 RFEM

En el tercer modelo se modela el puntal con unas condiciones de contorno relativamente distintas a los dos modelos anteriores con el fin de obtener unos valores de cargas críticas más bajas que sean más parecidos a los ensayos. Para ello, en los extremos se eliminan las chapas y se determinan unas nuevas condiciones en los apoyos de los extremos del puntal y un nuevo modelo de cargas. Este nuevo modelo analizado tiene las siguientes características:

- Sin chapa en los extremos del puntal.
- Apoyo en nudos del extremo inferior del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Parte central: desplazamiento axial según X.

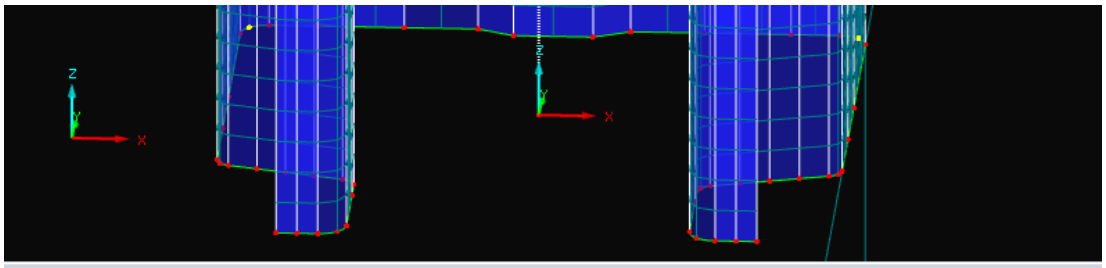


7 Apoyos en nudos

Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] u_X	E u_Y	F u_Z	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φ_X	H φ_Y	I φ_Z
1	32,33	Global X,Y,Z	☐	☑	☐	☐	☐	☐	☐

Figura 72: Definición de los apoyos en nudos de la parte inferior central del Modelo 3 de RFEM.

    - Parte lateral: desplazamiento axial según Y.

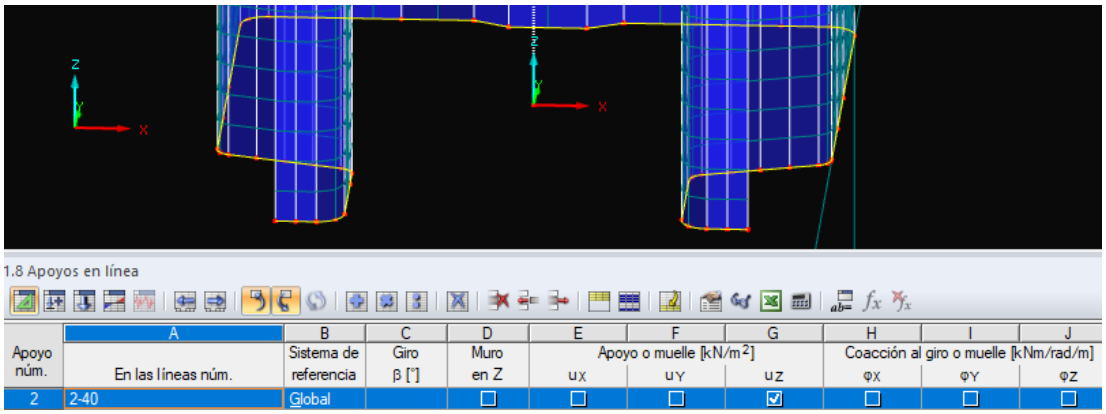


7 Apoyos en nudos

Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] u_X	E u_Y	F u_Z	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φ_X	H φ_Y	I φ_Z
2	25,36	Global X,Y,Z	☐	☐	☑	☐	☐	☐	☐

Figura 73: Definición de los apoyos en nudos de la parte inferior lateral del Modelo 3 de RFEM.

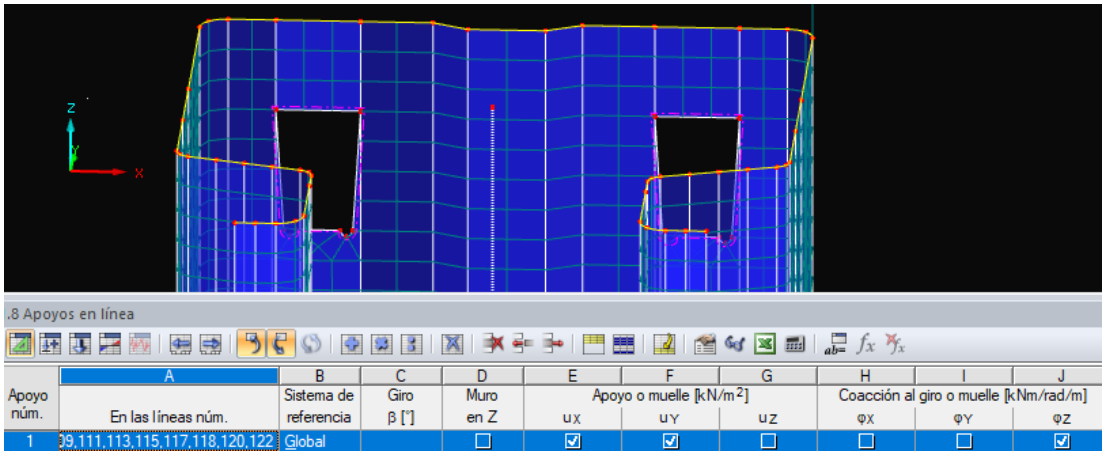
- Apoyo en líneas de los extremos del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Parte inferior: desplazamiento axial según Z.



Apoyo núm.	A: En las líneas núm.	B: Sistema de referencia	C: Giro β [°]	D: Muro en Z	E: Apoyo o muelle [kN/m²] uX	F: uY	G: uZ	H: Coacción al giro o muelle [kNm/rad/m] φX	I: φY	J: φZ
2	2-40	Global		☐	☐	☐	☑	☐	☐	☐

Figura 74: Definición de los apoyos en línea de la parte inferior del Modelo 3 de RFEM.

    - Parte superior: desplazamiento axial según X, desplazamiento axial según Y, giro según el eje Z.

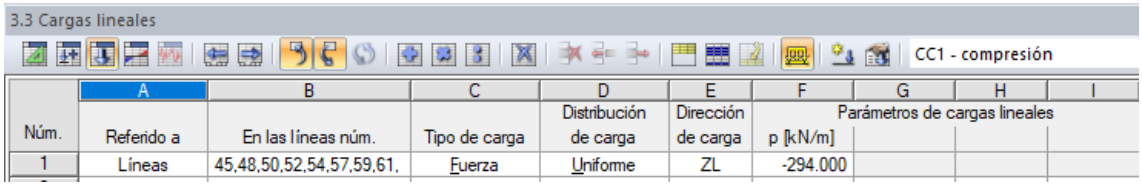


Apoyo núm.	A: En las líneas núm.	B: Sistema de referencia	C: Giro β [°]	D: Muro en Z	E: Apoyo o muelle [kN/m²] uX	F: uY	G: uZ	H: Coacción al giro o muelle [kNm/rad/m] φX	I: φY	J: φZ
1	99,111,113,115,117,118,120,122	Global		☐	☑	☑	☐	☐	☐	☑

Figura 75: Definición de los apoyos en línea de la parte superior del Modelo 3 de RFEM.

- Carga lineal de 294.000 [N/m] aplicada en el borde superior del perfil comprimiendo el puntal.

$$Carga\ lineal\ = \frac{Carga\ [N]}{Longitud\ de\ la\ línea\ [m]} = \frac{100.000[N]}{0{,}34[m]} = 294.000[N/m]$$



Núm.	A: Referido a	B: En las líneas núm.	C: Tipo de carga	D: Distribución de carga	E: Dirección de carga	F: Parámetros de cargas lineales p [kN/m]	G	H	I
1	Líneas	45,48,50,52,54,57,59,61,	Fuerza	Uniforme	ZL	-294.000			

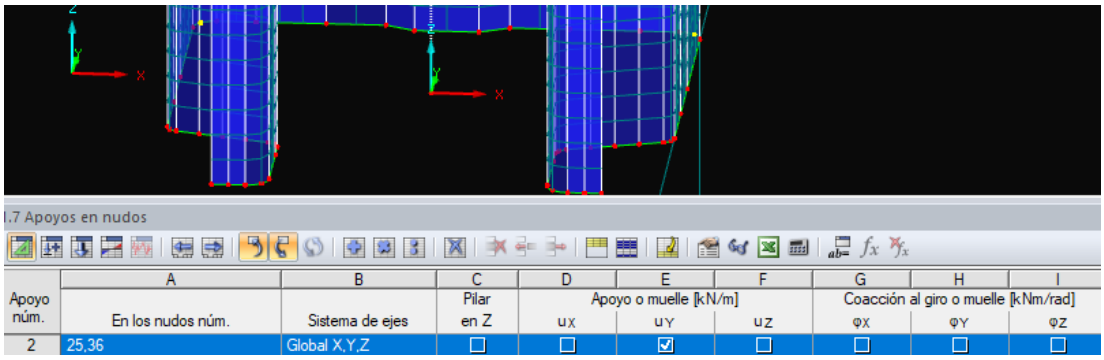
Figura 76: Definición de la carga en línea del Modelo 3 de RFEM.

Modelo 4 RFEM

El cuarto modelo pretende mejorar los resultados obtenidos en el modelo anterior, ya que se alejaban notablemente de los resultados de los ensayos de laboratorio. Para ello se modifican

las condiciones de los apoyos en los extremos del puntal. Este modelo analizado tiene las siguientes características:

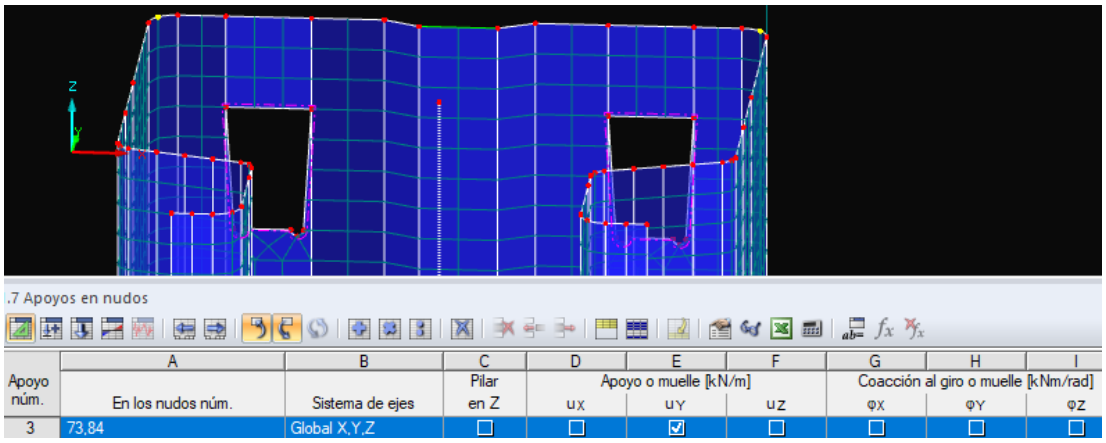
- Sin chapa en los extremos del puntal.
- Apoyo en nudos de los extremos del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Parte lateral inferior: desplazamiento axial según Y.



Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] uX	E uY	F uZ	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φX	H φY	I φZ
2	25,36	Global X,Y,Z	☐	☐	☑	☐	☐	☐	☐

Figura 77: Definición de los apoyos en nudos de la parte lateral inferior del Modelo 4 de RFEM.

- Parte lateral superior: desplazamiento axial según Y.



Apoyo núm.	A En los nudos núm.	B Sistema de ejes	C Pilar en Z	D Apoyo o muelle [kN/m] uX	E uY	F uZ	G Coacción al giro o muelle [kNm/rad] φX	H φY	I φZ
3	73,84	Global X,Y,Z	☐	☐	☑	☐	☐	☐	☐

Figura 78: Definición de los apoyos en nudos de la parte lateral superior del Modelo 4 de RFEM.

- Apoyo en líneas de los extremos del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Parte central inferior: desplazamiento axial según X.

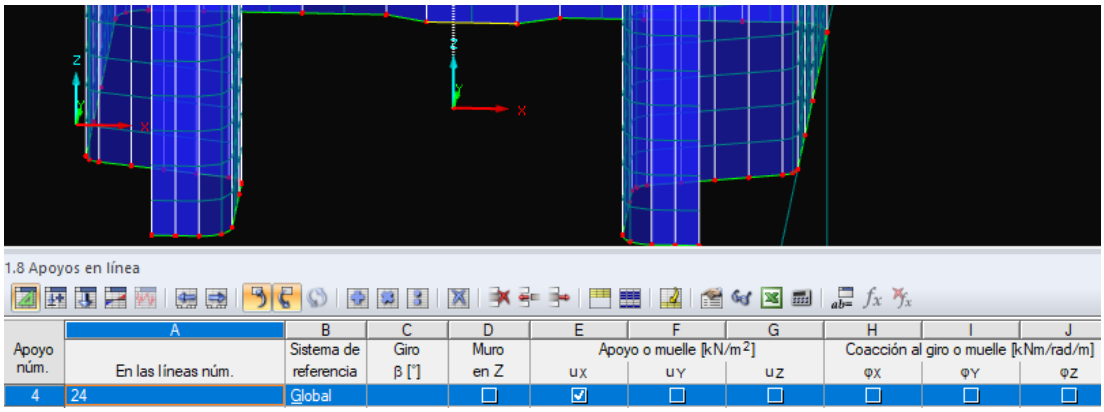


Figura 79: Definición de los apoyos en línea de la parte central inferior del Modelo 4 de RFEM.

- Parte inferior: desplazamiento axial según Z.

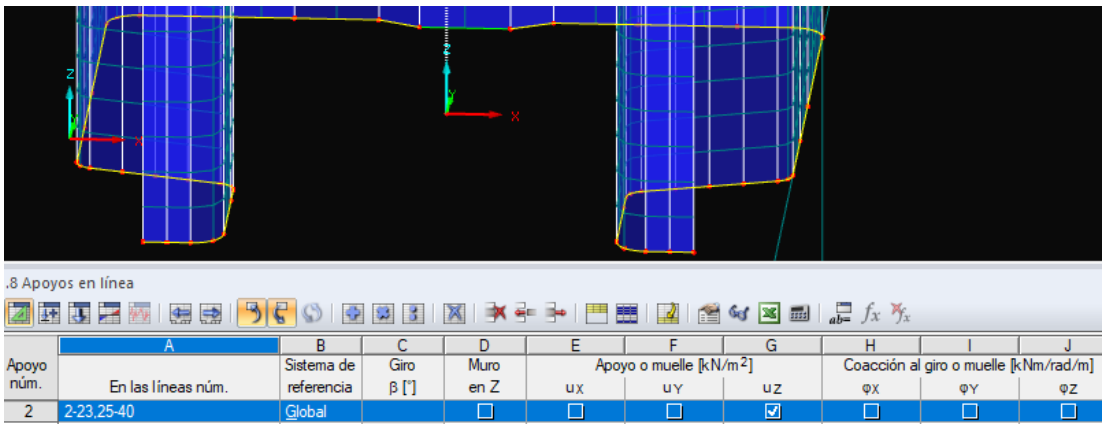


Figura 80: Definición de los apoyos en línea de la parte inferior del Modelo 4 de RFEM

- Parte central superior: desplazamiento axial según X.

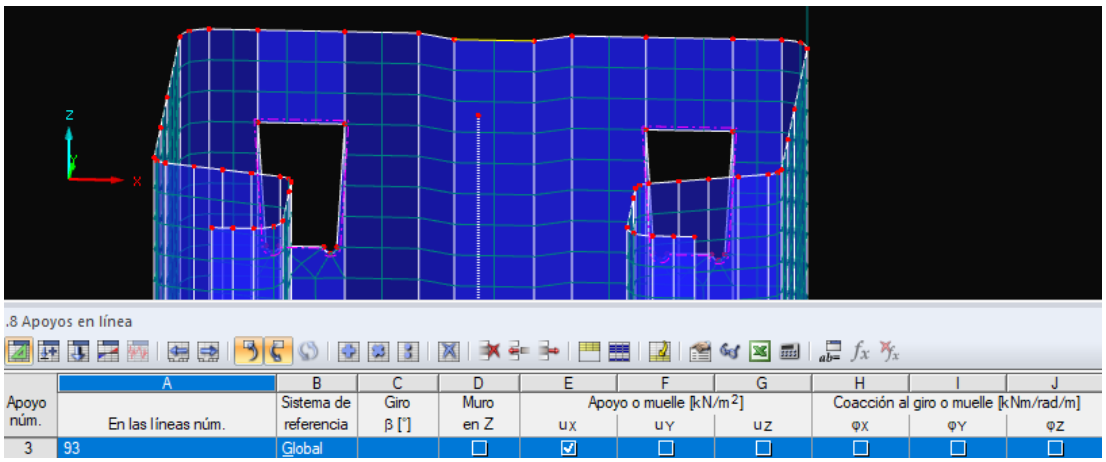


Figura 81: Definición de los apoyos en línea de la parte central superior del Modelo 4 de RFEM.

- Carga lineal de 294.000 [N/m] aplicada en el borde superior del perfil comprimiendo el puntal.

3.3 Cargas lineales

CC1 - compresión

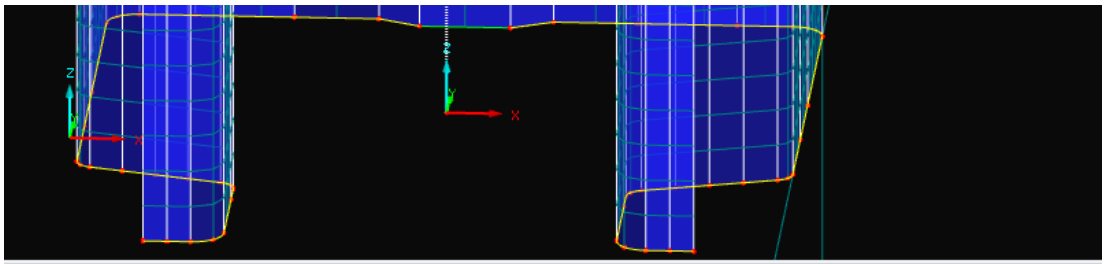
Núm.	A Referido a	B En las líneas núm.	C Tipo de carga	D Distribución de carga	E Dirección de carga	F Parámetros de cargas lineales p [kN/m]	G	H	I
1	Líneas	45,48,50,52,54,57,59,61,	Fuerza	Uniforme	ZL	-294.000			

Figura 82: Definición de la carga lineal del Modelo 4 de RFEM.

Modelo 5 RFEM

Por último, se desarrolla un quinto modelo para corregir la apertura de las bocas que se obtiene en el modelo anterior modificando nuevamente las condiciones de apoyo. Para ello, el modelo analizado tiene las siguientes características:

- Sin chapa en los extremos del puntal.
- Apoyo en líneas de los extremos del perfil tal que quedan restringidos los desplazamientos siguientes:
    - Parte inferior: desplazamiento axial según Z.

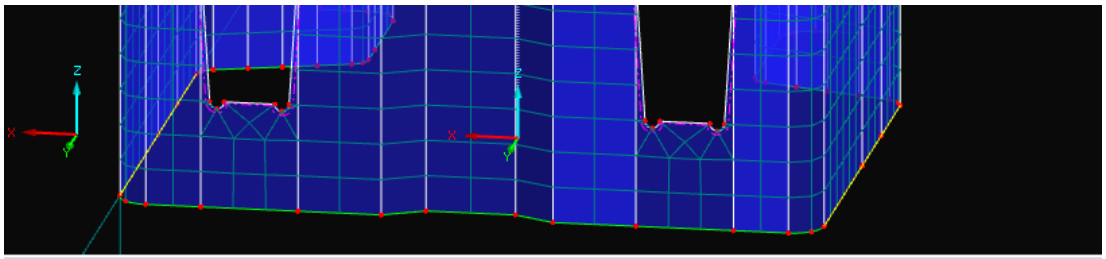


.8 Apoyos en línea

Apoyo núm.	A En las líneas núm.	B Sistema de referencia	C Giro β [°]	D Muro en Z	E Apoyo o muelle [kN/m²] uX	F uY	G uZ	H Coacción al giro o muelle [kNm/rad/m] φX	I φY	J φZ
2	2-23,25-40	Global		☐	☐	☐	☑	☐	☐	☐

Figura 83: Definición de los apoyos en línea de la parte inferior del Modelo 5 de RFEM.

    - Parte lateral inferior: desplazamiento axial según X.



1.8 Apoyos en línea

Apoyo núm.	A En las líneas núm.	B Sistema de referencia	C Giro β [°]	D Muro en Z	E Apoyo o muelle [kN/m²] uX	F uY	G uZ	H Coacción al giro o muelle [kNm/rad/m] φX	I φY	J φZ
3	14-17,29,30	Global		☐	☑	☐	☐	☐	☐	☐

Figura 84: Definición de los apoyos en línea de la parte lateral inferior del Modelo 5 de RFEM

    - Parte trasera inferior: desplazamiento axial según Y.

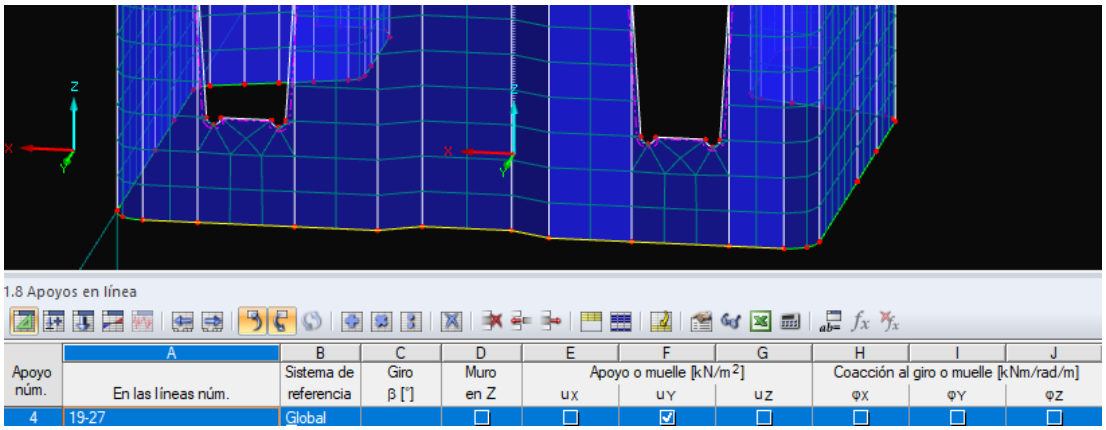


Figura 85: Definición de los apoyos en línea de la trasera inferior del Modelo 5 de RFEM.

- Parte lateral superior: desplazamiento axial según X.

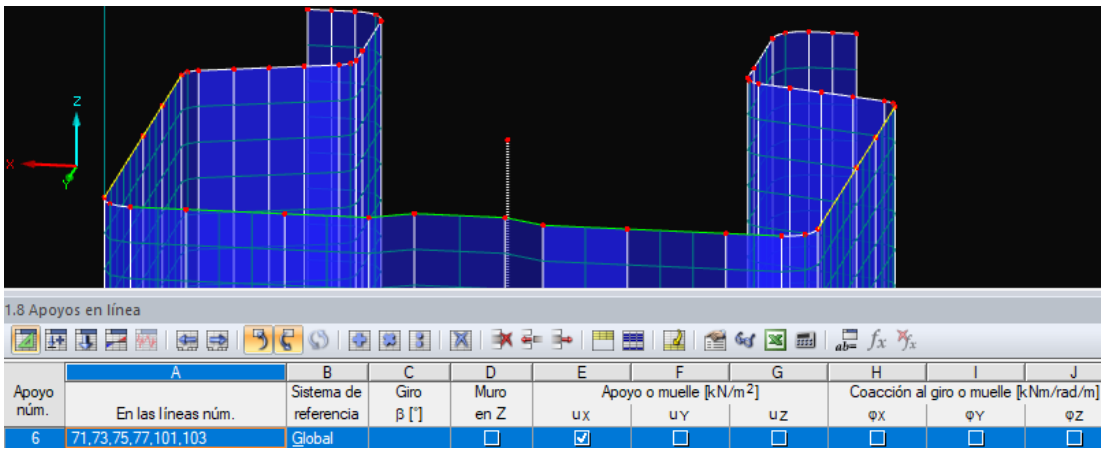


Figura 86: Definición de los apoyos en línea de la parte superior del Modelo 5 de RFEM.

- Parte trasera superior: desplazamiento axial según Y.

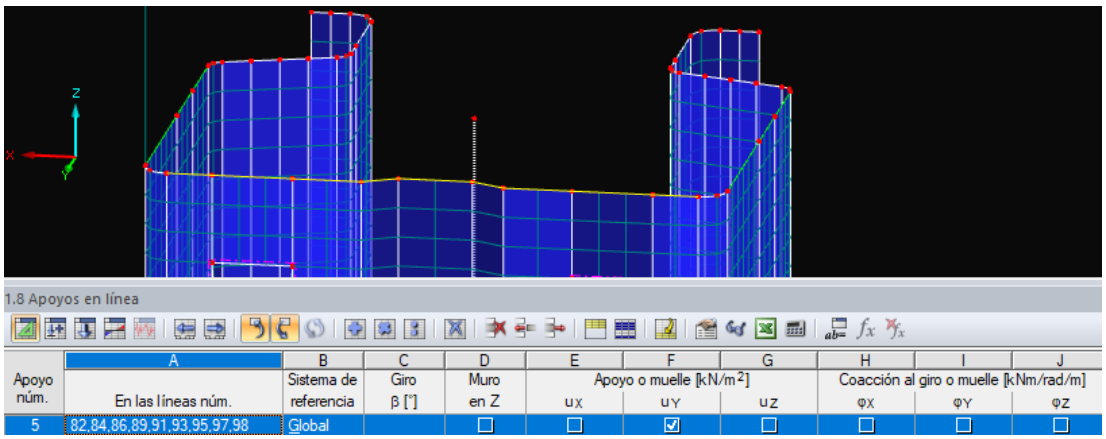
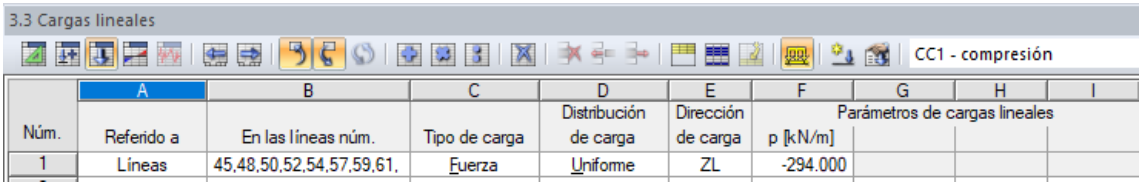


Figura 87: Definición de los apoyos en línea de la parte trasera superior del Modelo 5 de RFEM.

- Carga lineal de 294.000 [N/m] aplicada en el borde superior del perfil comprimiendo el puntal.


3.3 Cargas lineales

CC1 - compresión

Núm.	A Referido a	B En las líneas núm.	C Tipo de carga	D Distribución de carga	E Dirección de carga	F Parámetros de cargas lineales p [kN/m]	G	H	I
1	Líneas	45,48,50,52,54,57,59,61,	Fuerza	Uniforme	ZL	-294.000			

Figura 88: Definición de la carga lineal del Modelo 5 de RFEM.

Una vez presentados todos los modelos que se simulan en RFEM, en la siguiente tabla se presentan los resultados de cada uno de ellos para las diferentes longitudes de puntal analizados.

En la Tabla 89 se puede observar que los modelos sin chapa (Modelos 3, 4 y 5), hacen que los valores de las cargas críticas se reduzcan notablemente. Además, podrían ser valores más bajos si se modelizaran simplemente apoyados en ambos extremos, cosa que no es interesante ya que no se estaría modelizando con unas condiciones de apoyo similares a las reales de los ensayos.

	Resultados RFEM perfil Tipo 3					
	Modelo 1	Modelo 2		Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**e (mm)**	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**
350	825.500	523.000	2,5	338.400	242.500	739.000
1350	378.400	287.000	2	249.300	139.400	273.300
2300	261.500	111.500	1	198.800	137.600	196.900
3000	161.400	69.300	1	124.500	114.000	120.700
3700	108.500	48.200	1	85.320	82.220	85.200
4400	77.880	36.000	1	62.570	61.480	62.540
5100	58.760	28.480	1	48.300	47.920	48.350

Figura 89: Valores de carga crítica para las distintas longitudes de puntal Tipo 3 analizadas con RFEM.

La salida del programa, una vez resuelto el modelo de cálculo en cada caso, indica: tanto gráficamente el vector propio del modo de pandeo θ_i, como numéricamente el valor propio λ_i asociado a ese modo de pandeo.

Finalmente, se presentan los modos de pandeo para cada uno de los modelos y para cada longitud ensayada:

L = 350 mm

Modelo 1

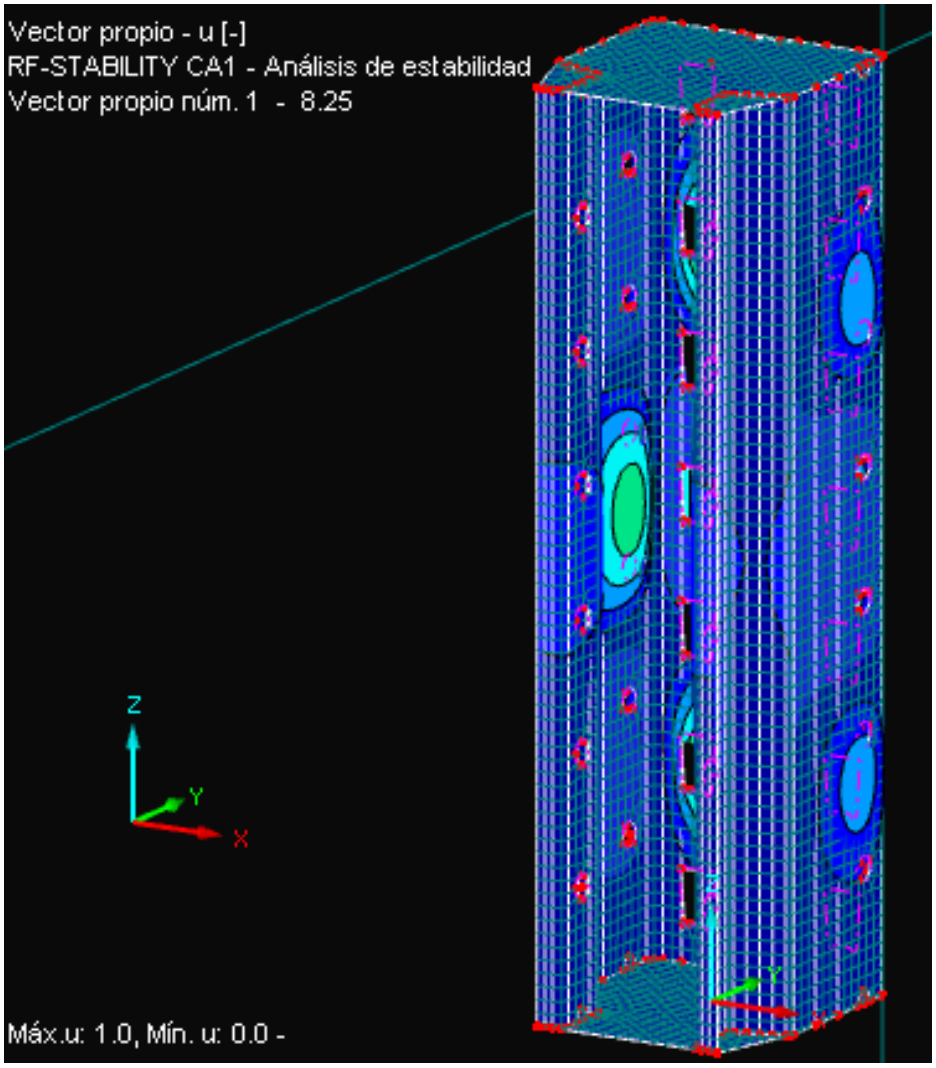


Figura 90: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L = 350 mm.

Modelo 2

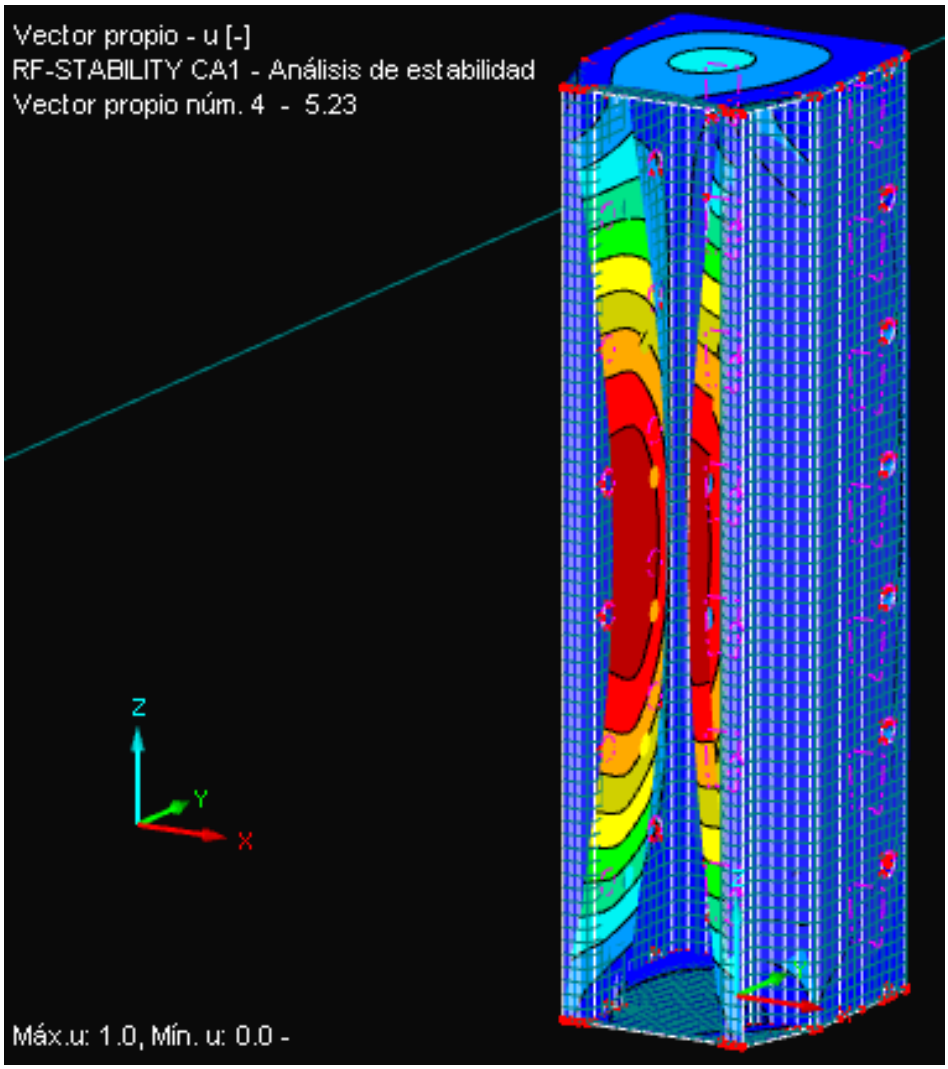


Figura 91: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L = 350 mm.

Modelo 3

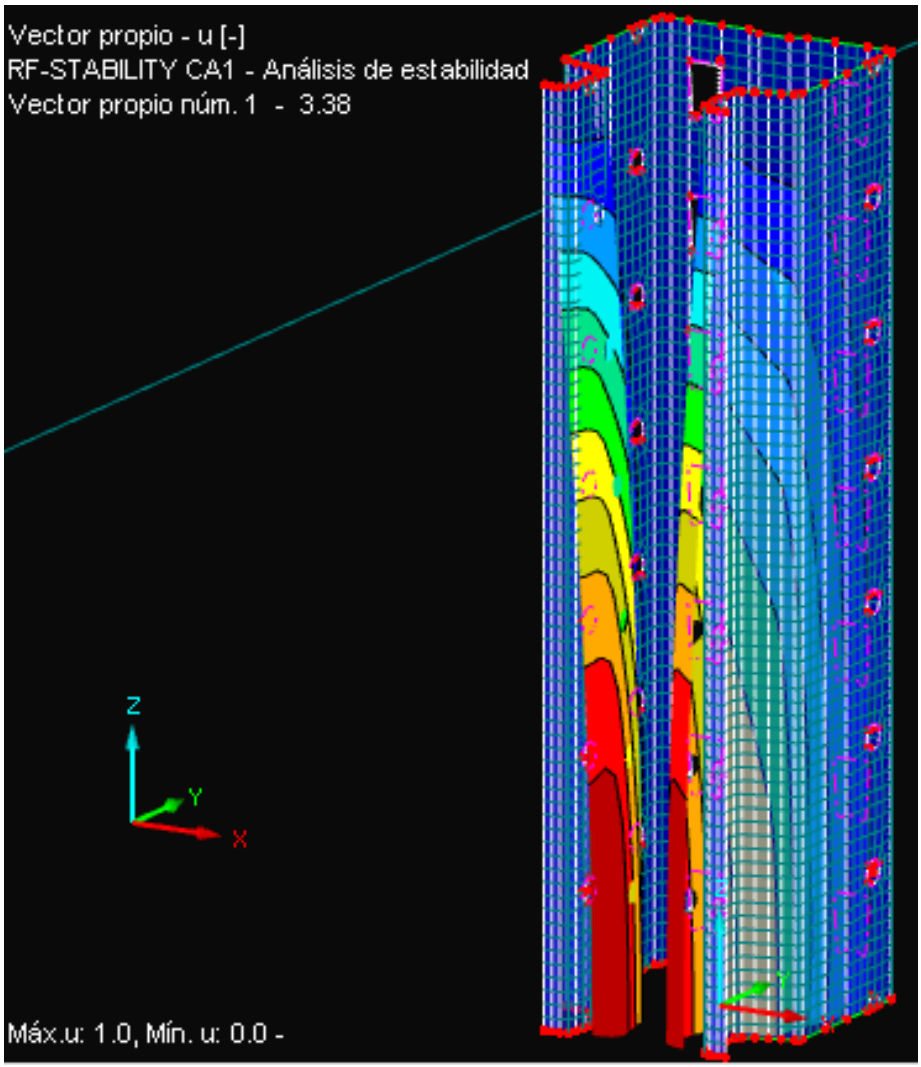


Figura 92: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L = 350 mm.

Modelo 4

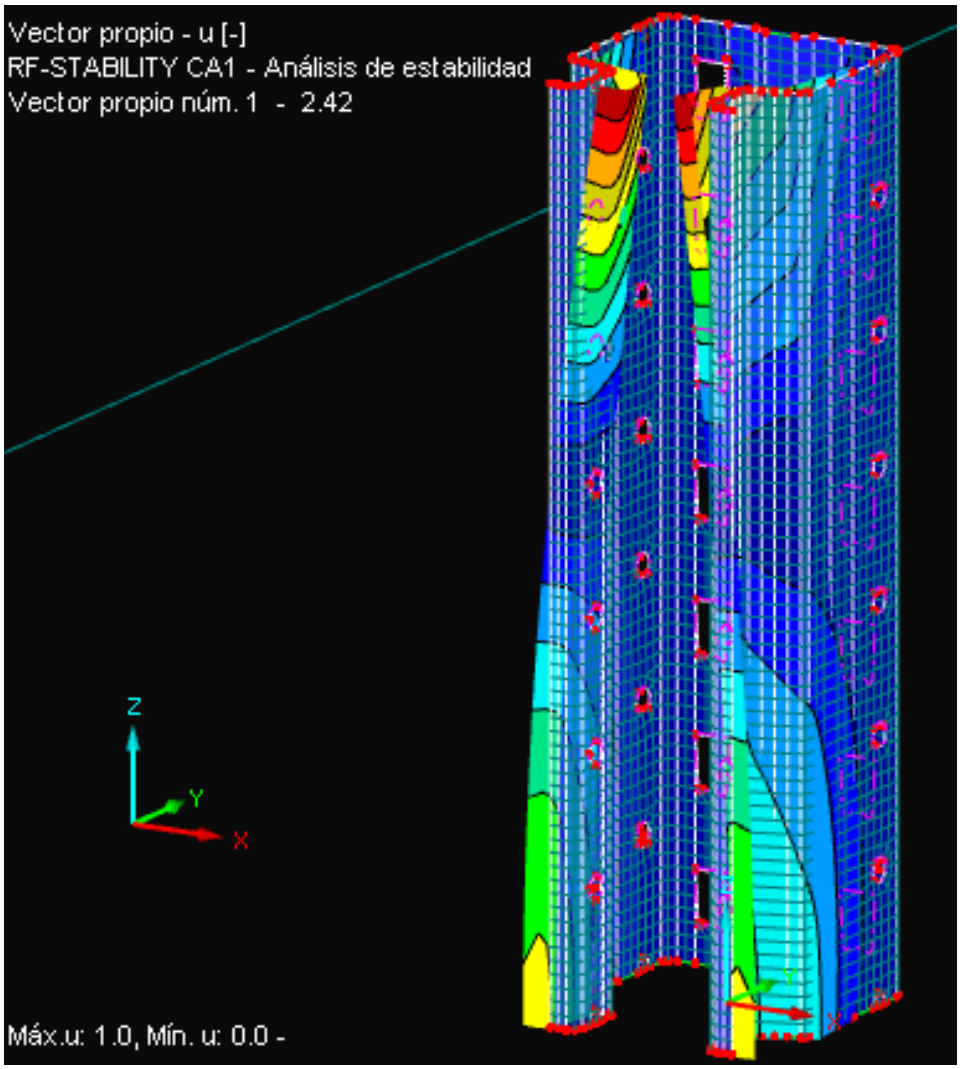


Figura 93: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L = 350 mm.

Modelo 5

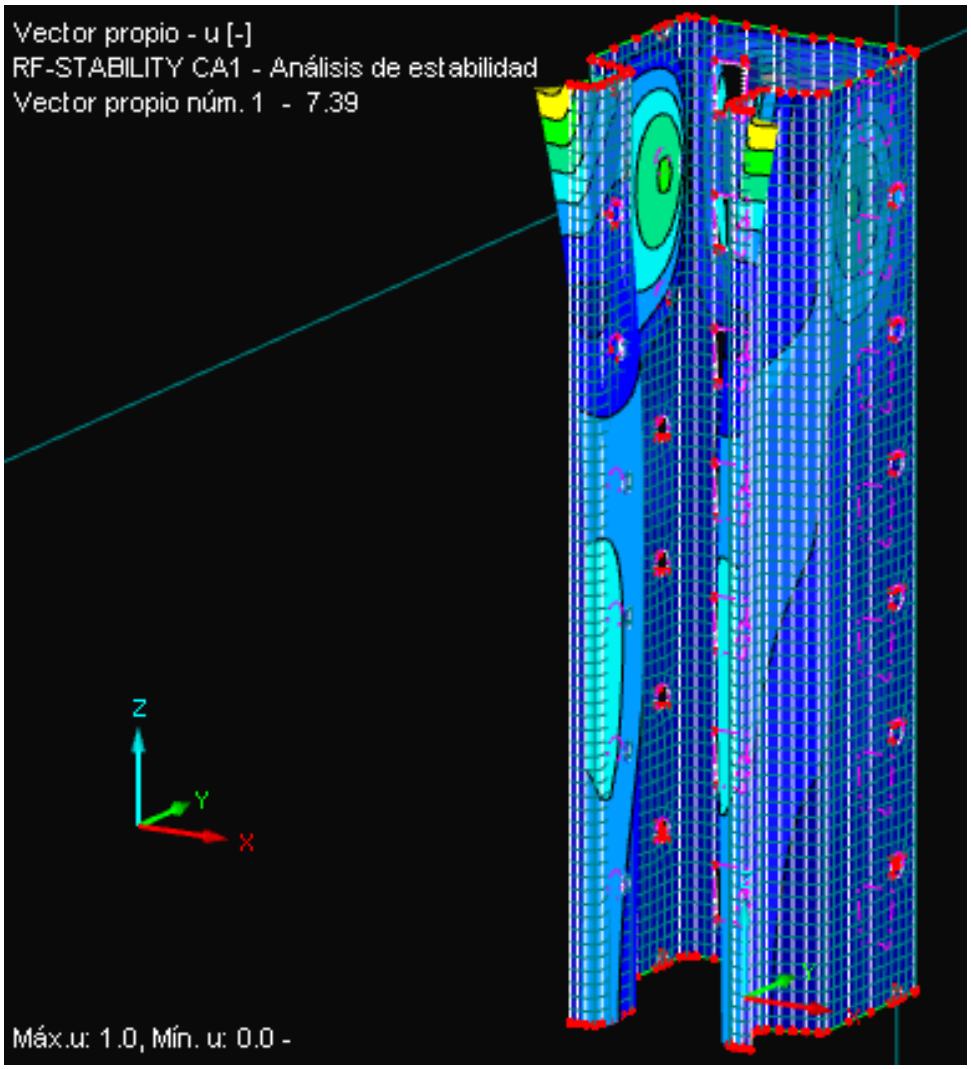


Figura 94: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L = 350 mm.

L = 1350 mm

Modelo 1

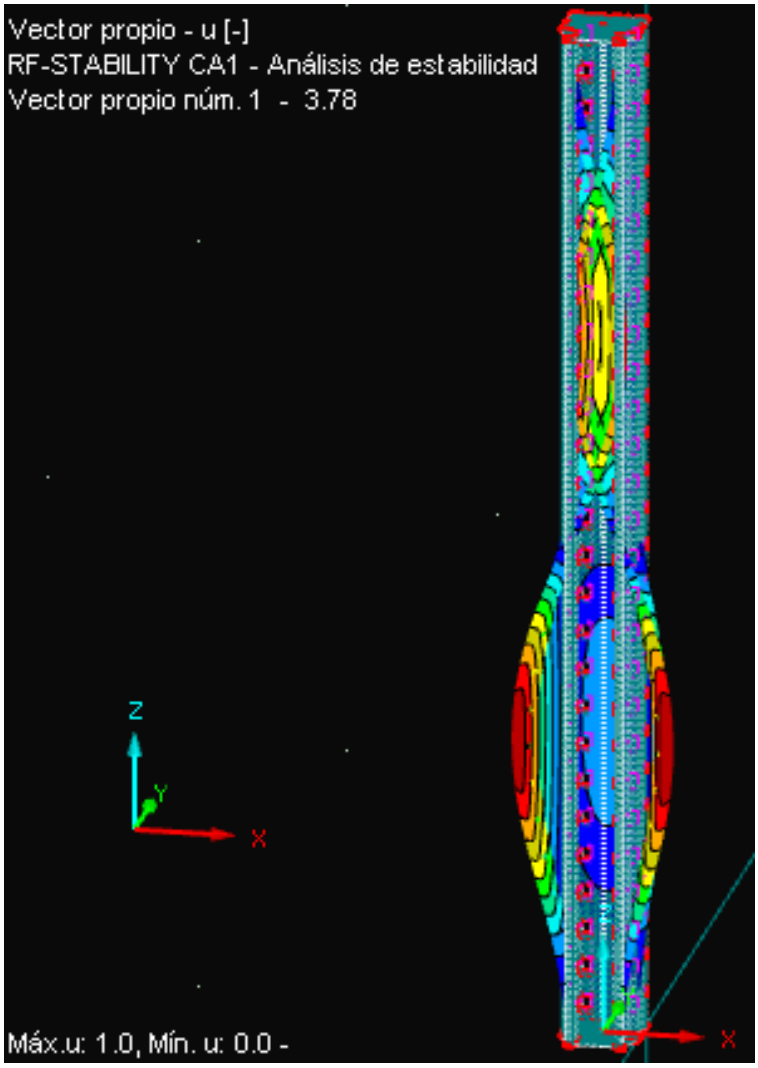


Figura 95: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L = 1350 mm.

Modelo 2

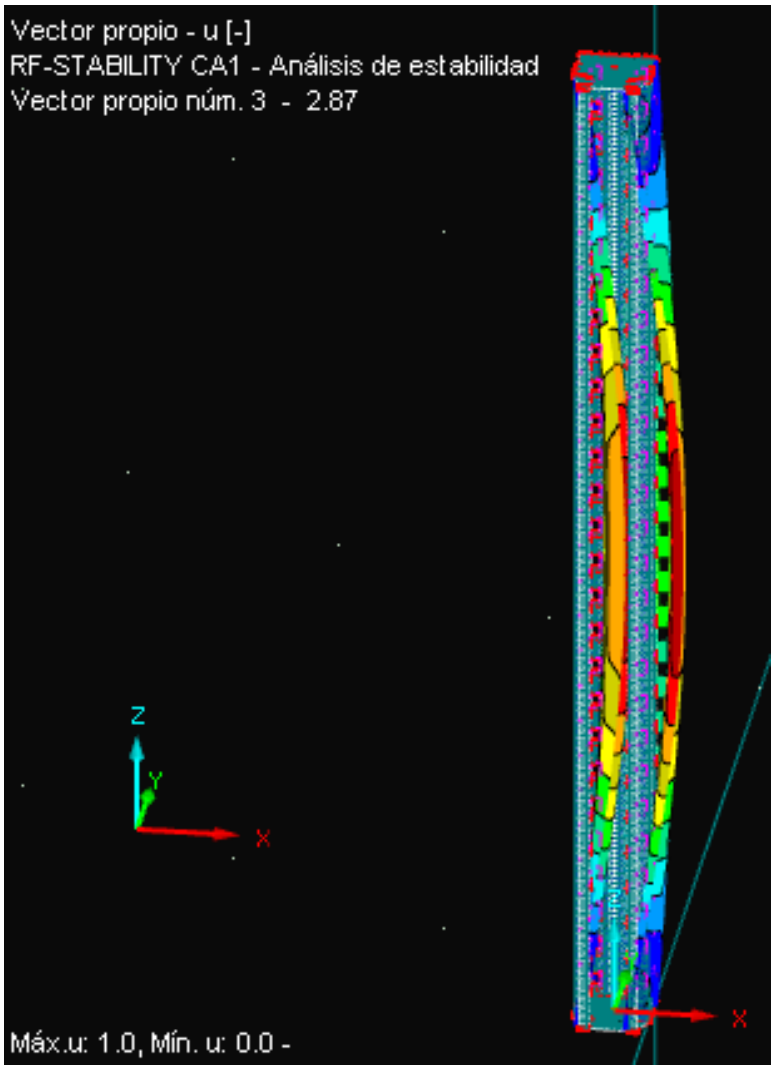


Figura 96: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L = 1350 mm.

Modelo 3

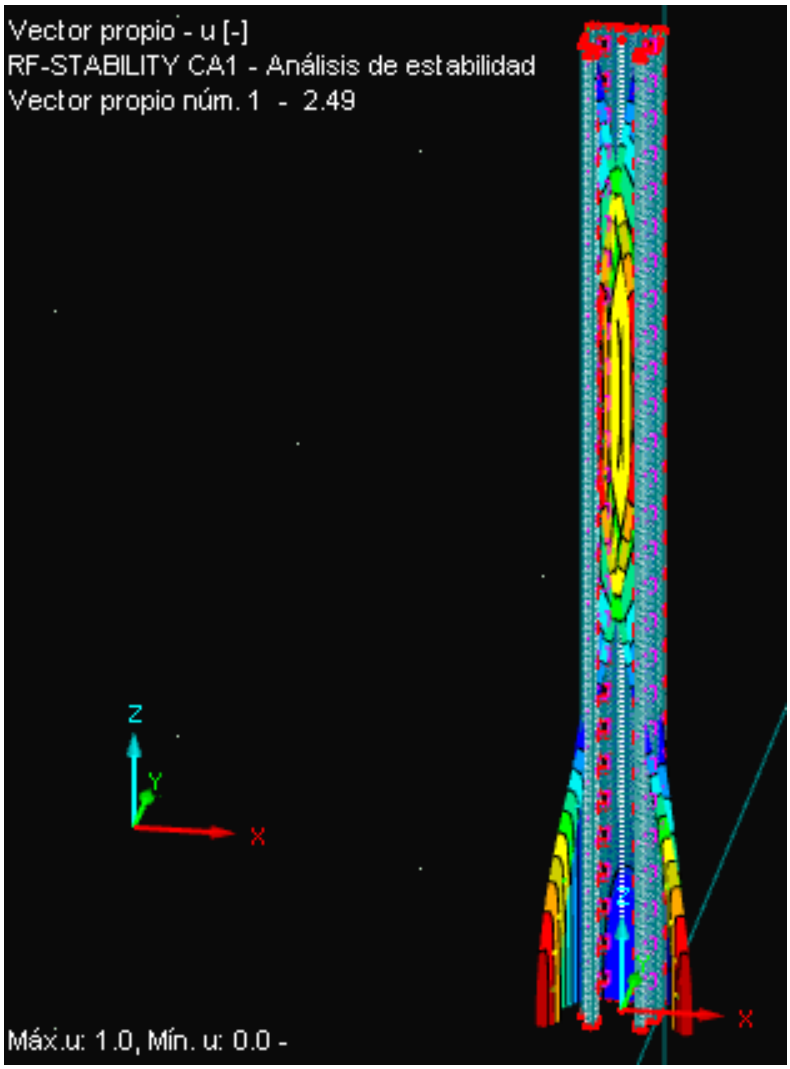


Figura 97: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L = 1350 mm.

Modelo 4

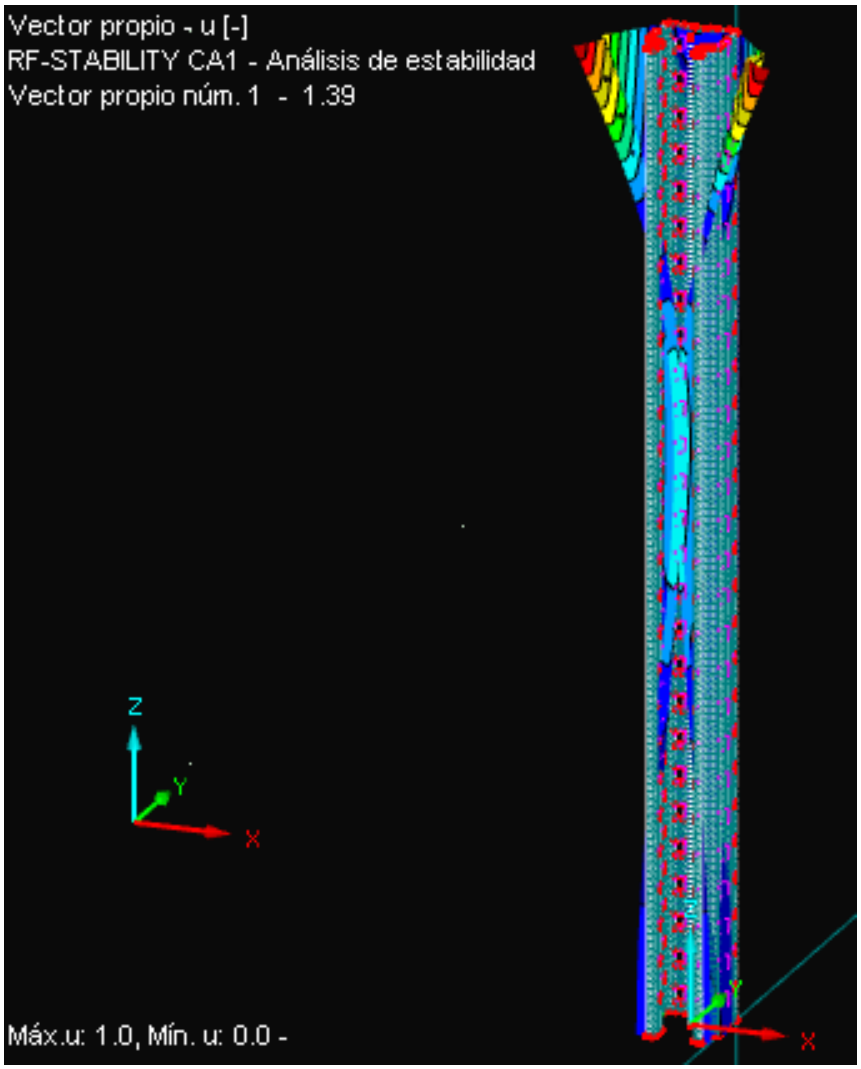


Figura 98: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L = 1350 mm.

Modelo 5

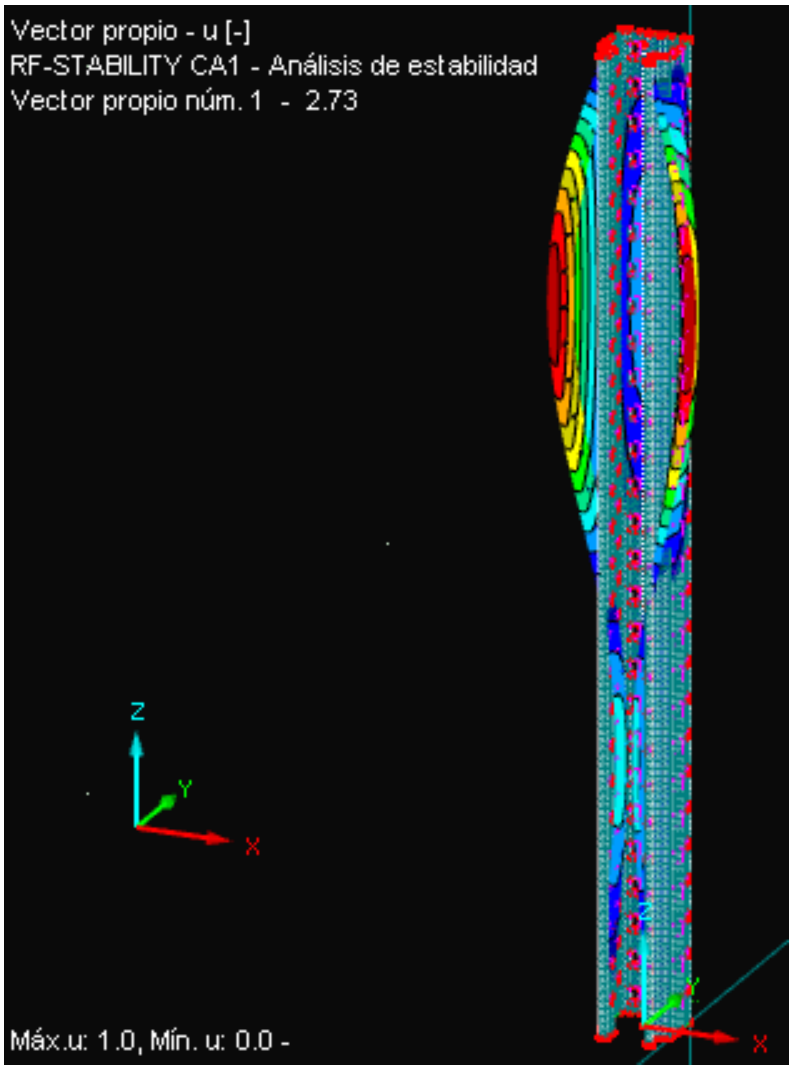


Figura 99: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L = 1350 mm.

L = 2300 mm

Modelo 1

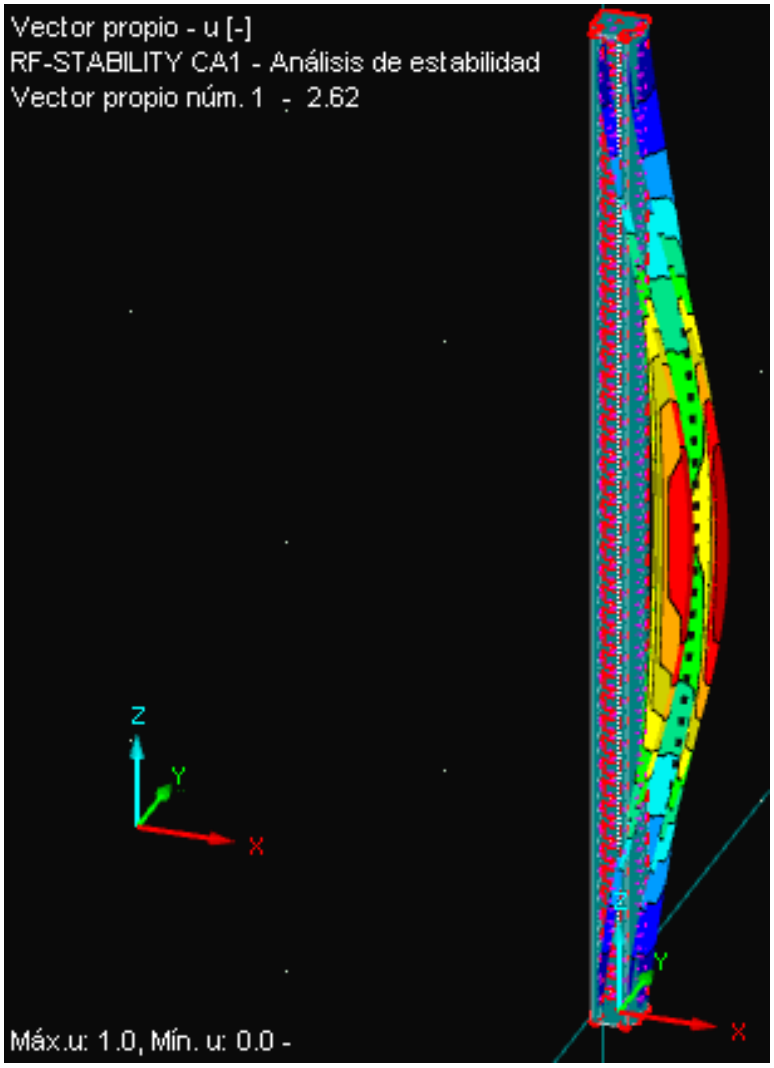


Figura 100: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L = 2300 mm.

Modelo 2

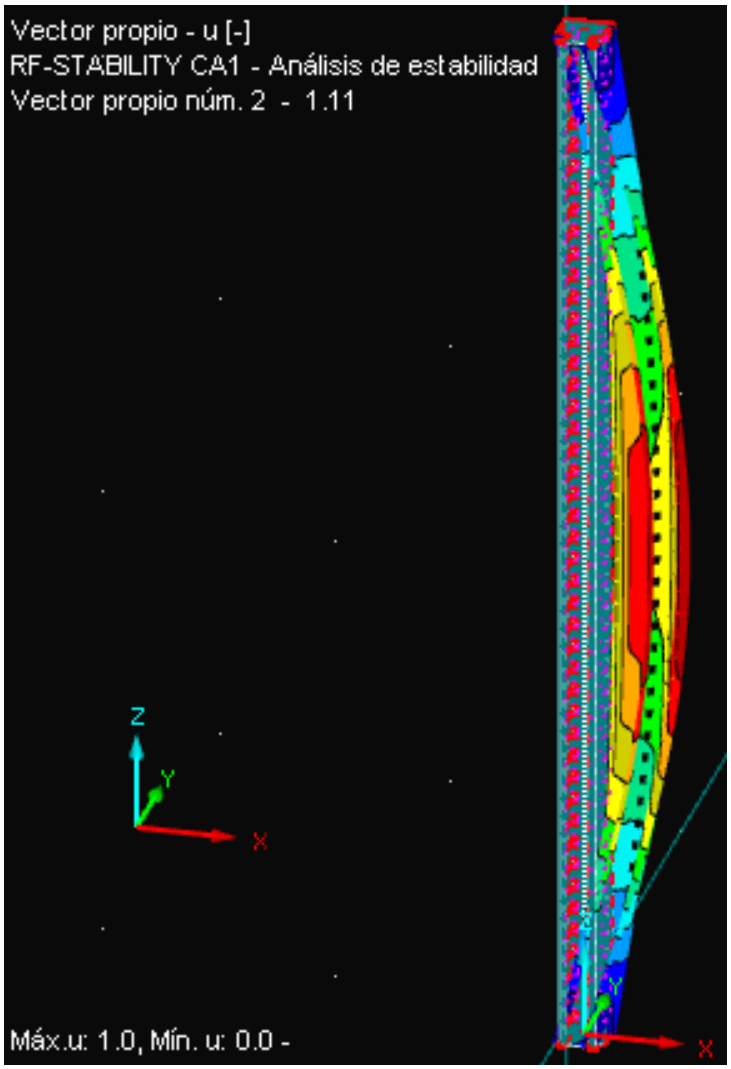


Figura 101: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L = 2300 mm.

Modelo 3

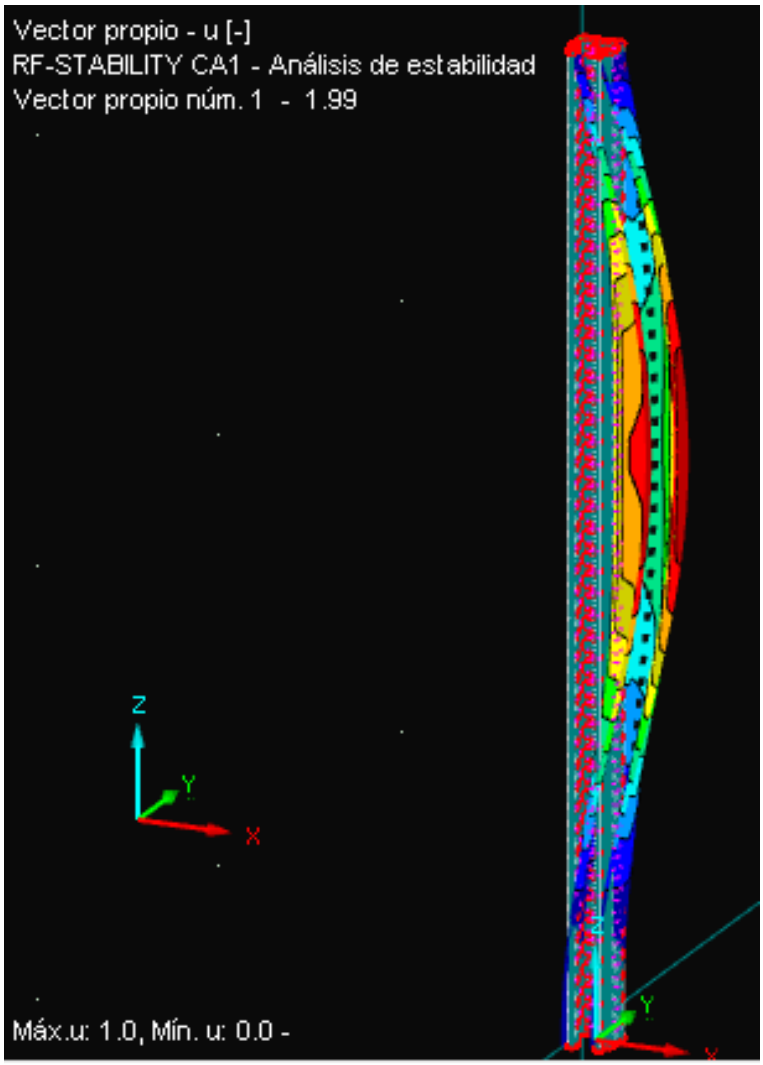


Figura 102: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L = 2300 mm.

Modelo 4

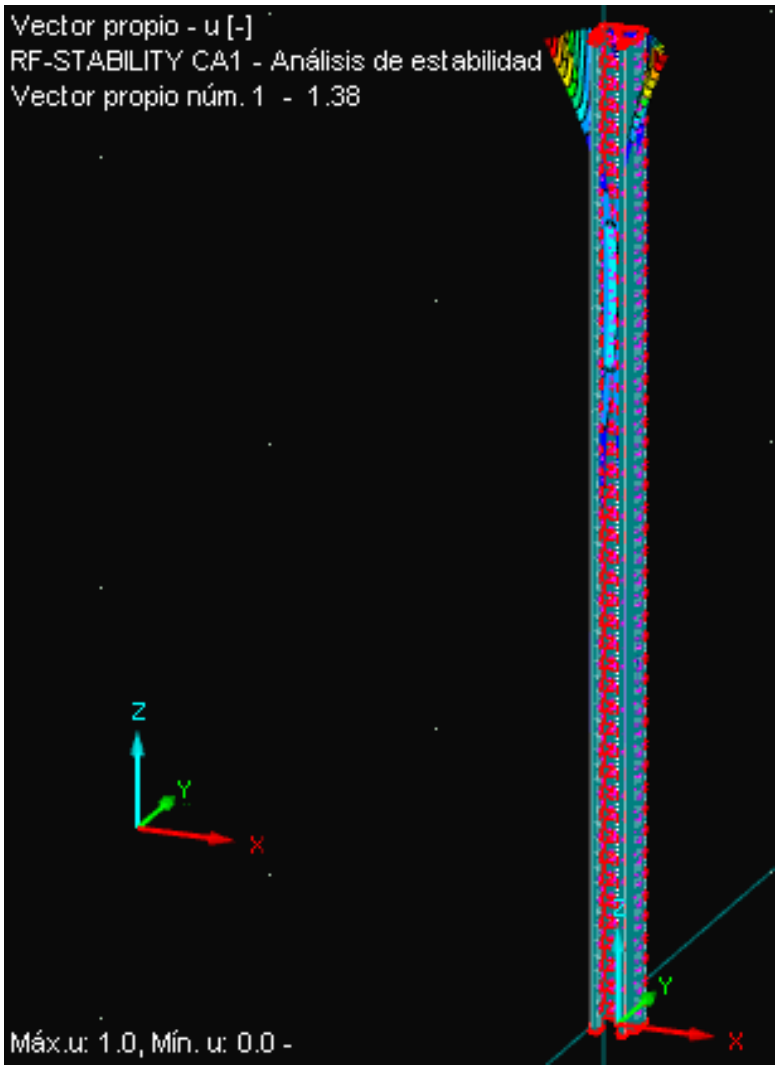


Figura 103: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L = 2300 mm.

Modelo 5

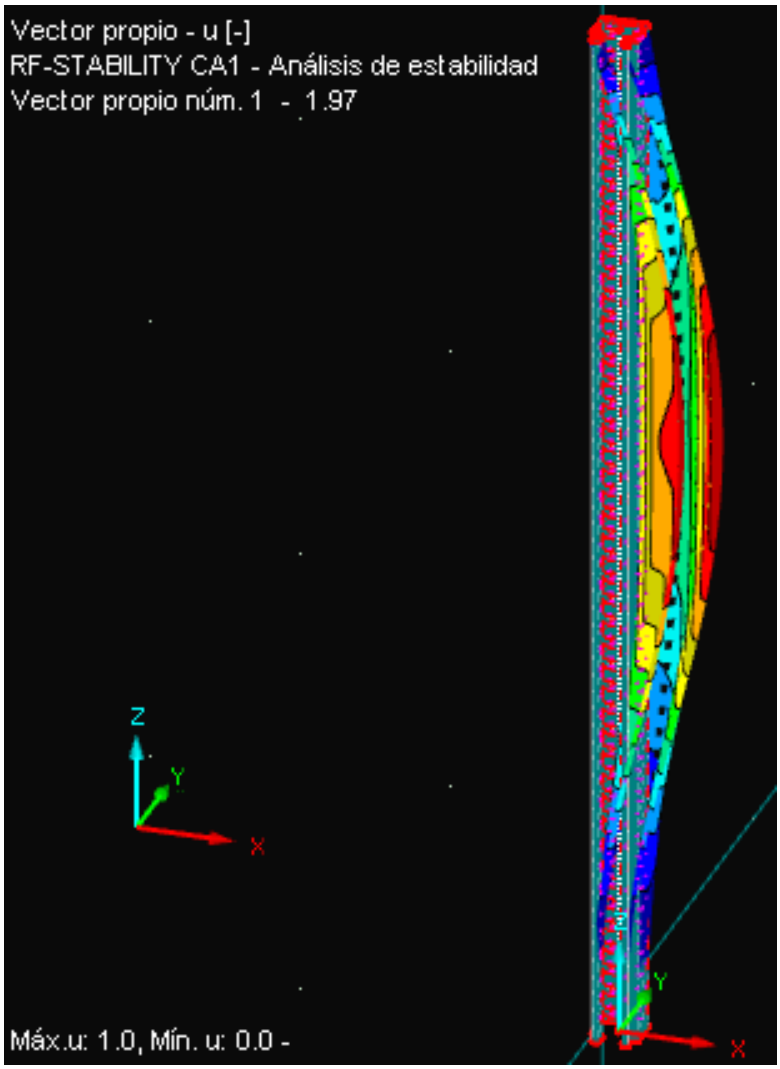


Figura 104: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L = 2300 mm.

L = 3000 mm

Modelo 1

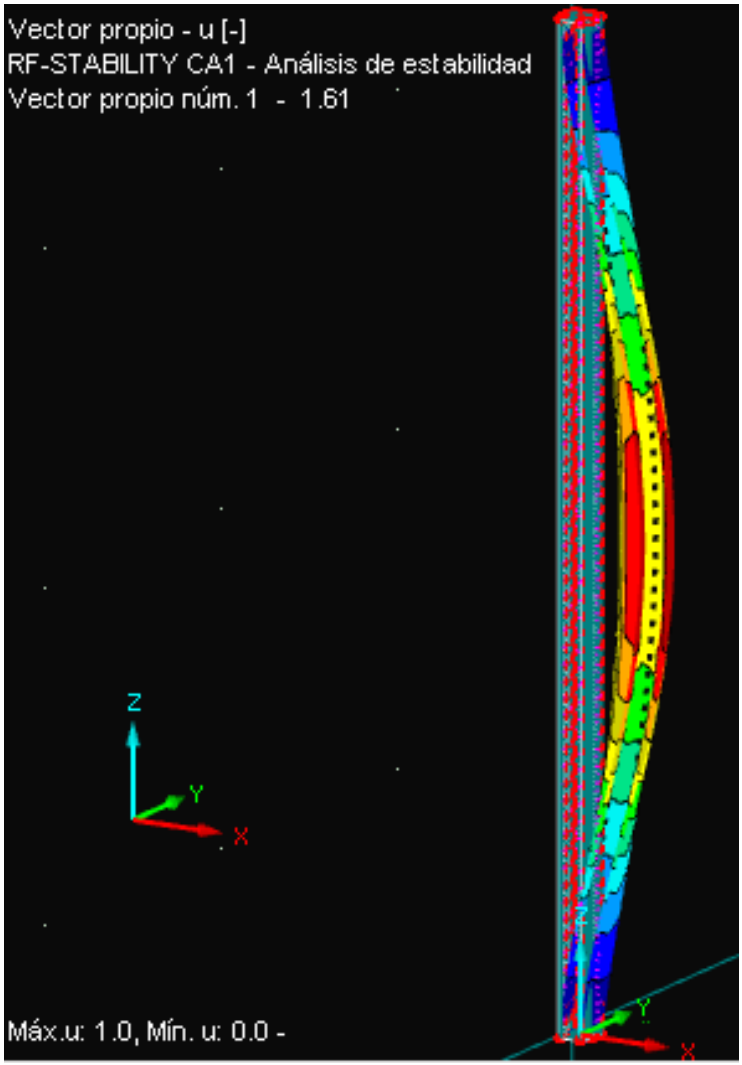


Figura 105: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L =3000 mm.

Modelo 2

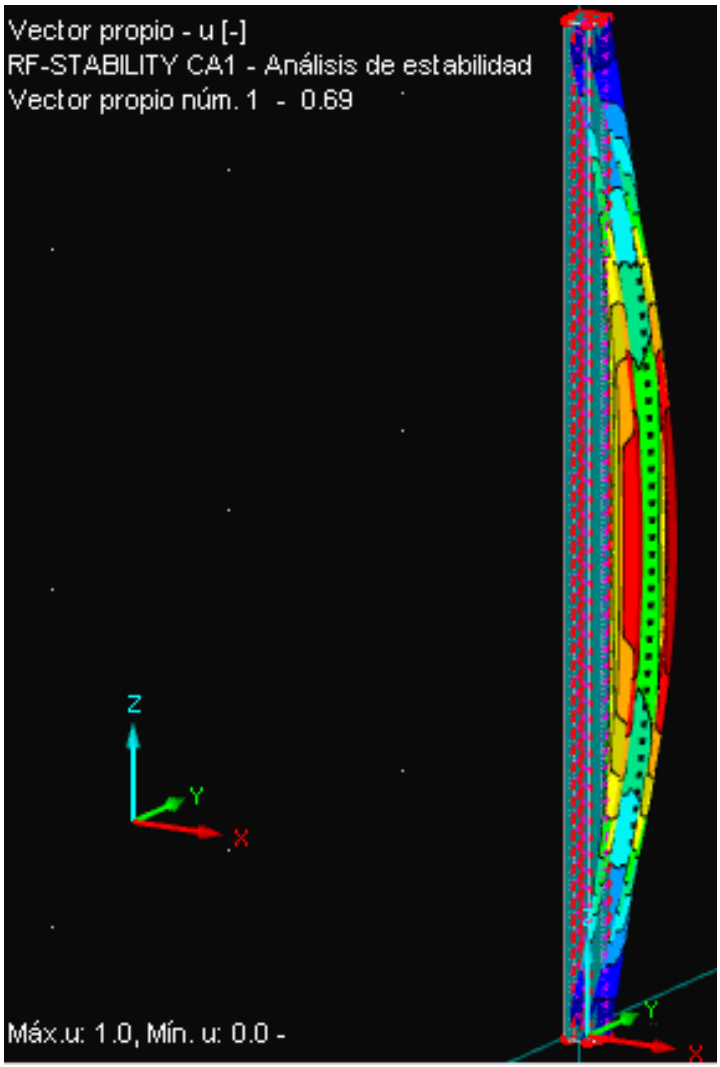


Figura 106: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L =3000 mm.

Modelo 3

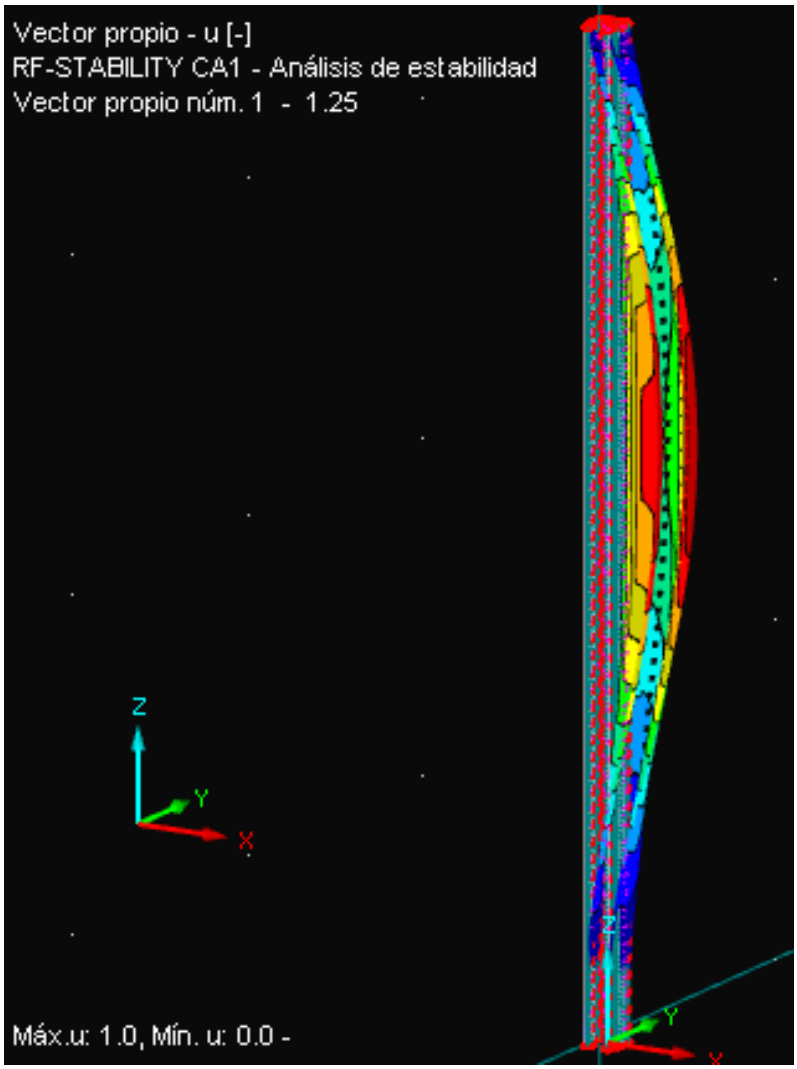


Figura 107: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L =3000 mm.

Modelo 4

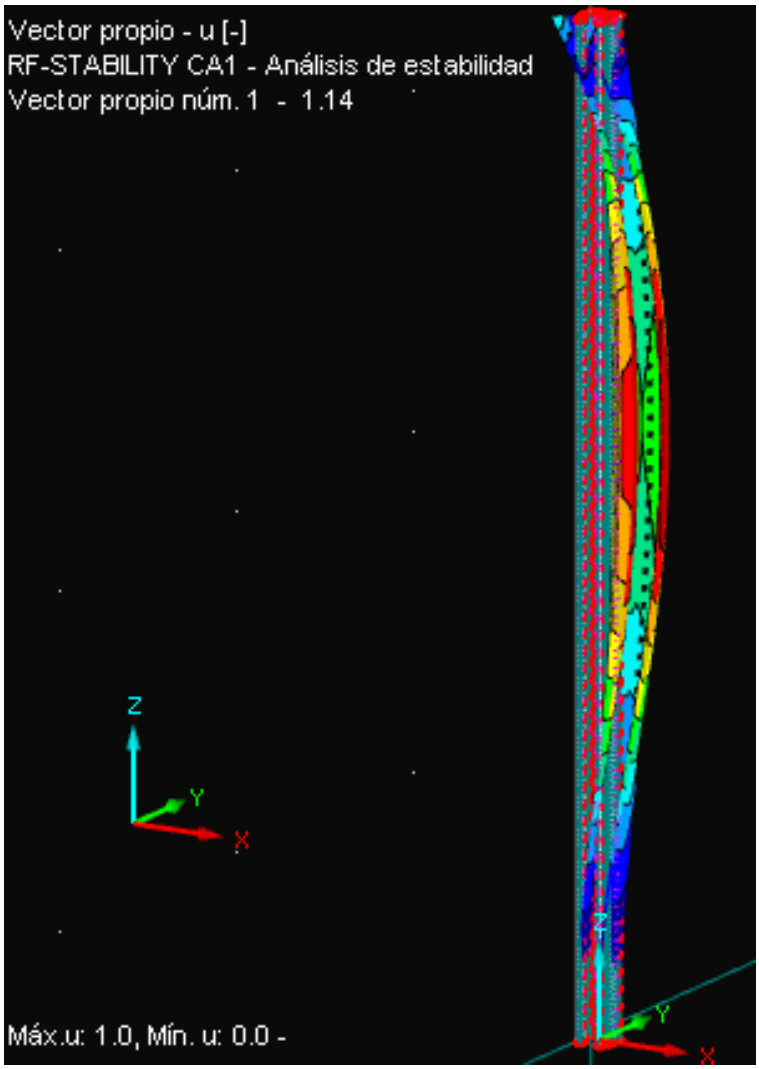


Figura 108: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L =3000 mm.

Modelo 5

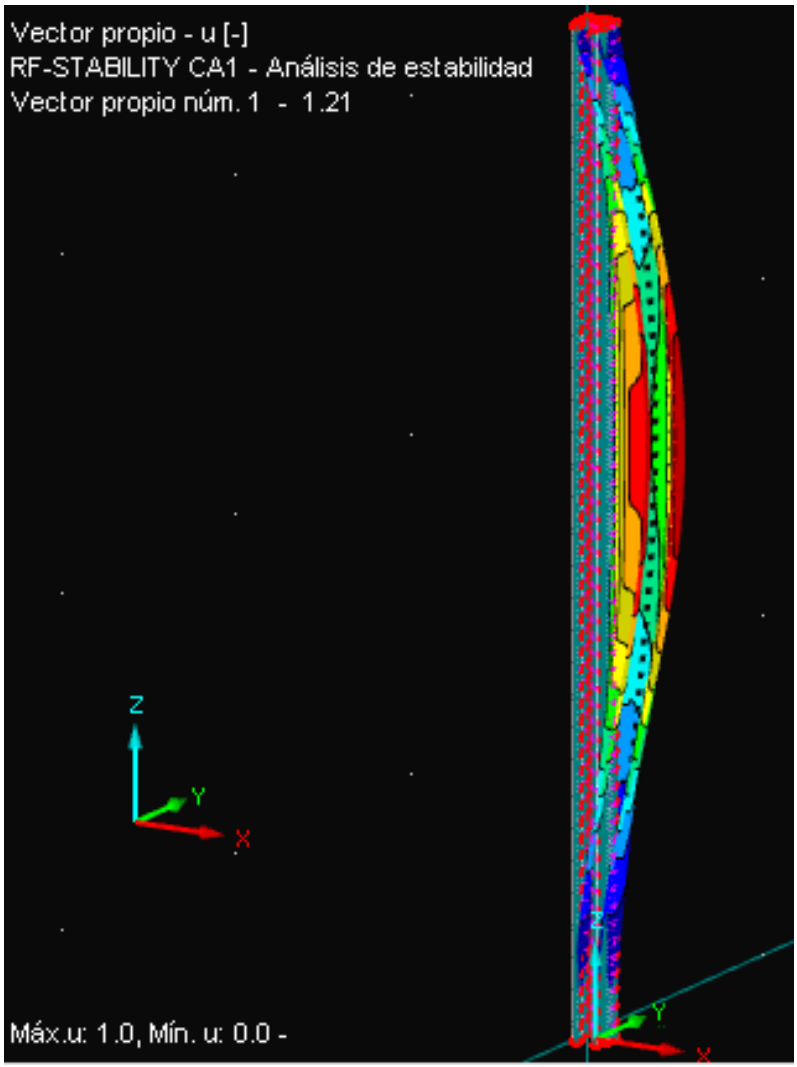


Figura 109: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L =3000 mm.

L = 3700 mm

Modelo 1

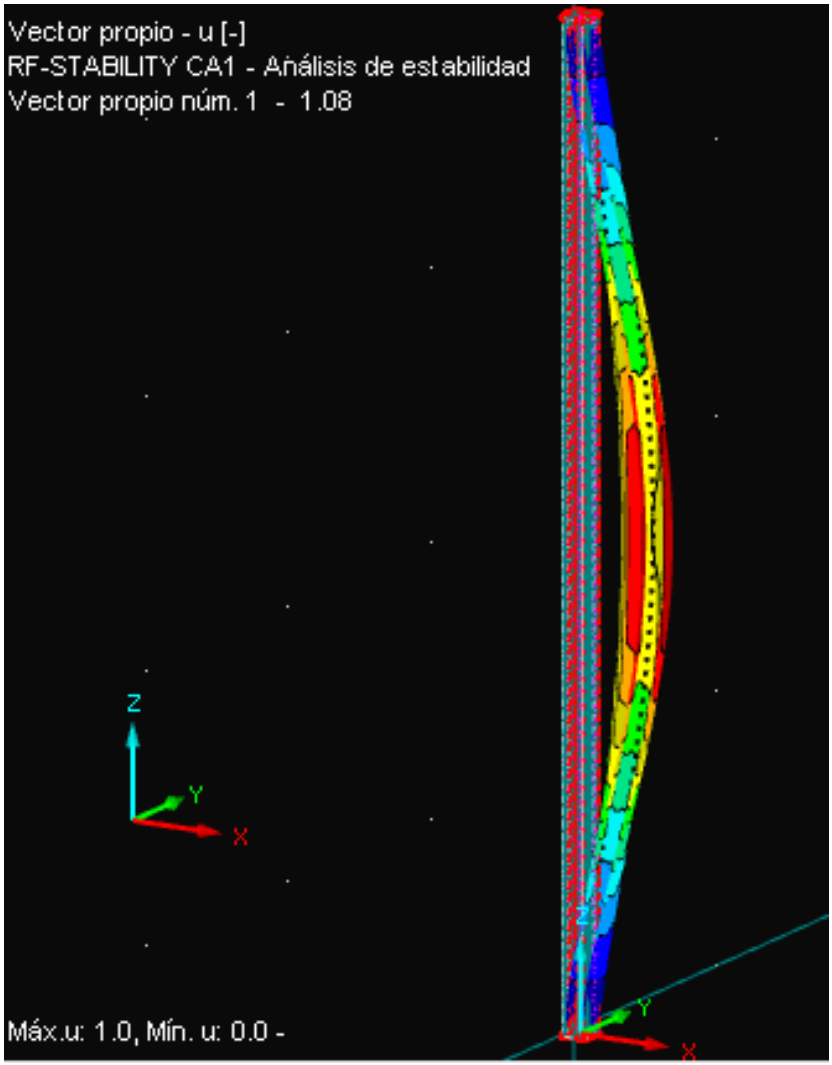


Figura 110: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L =3700 mm.

Modelo 2

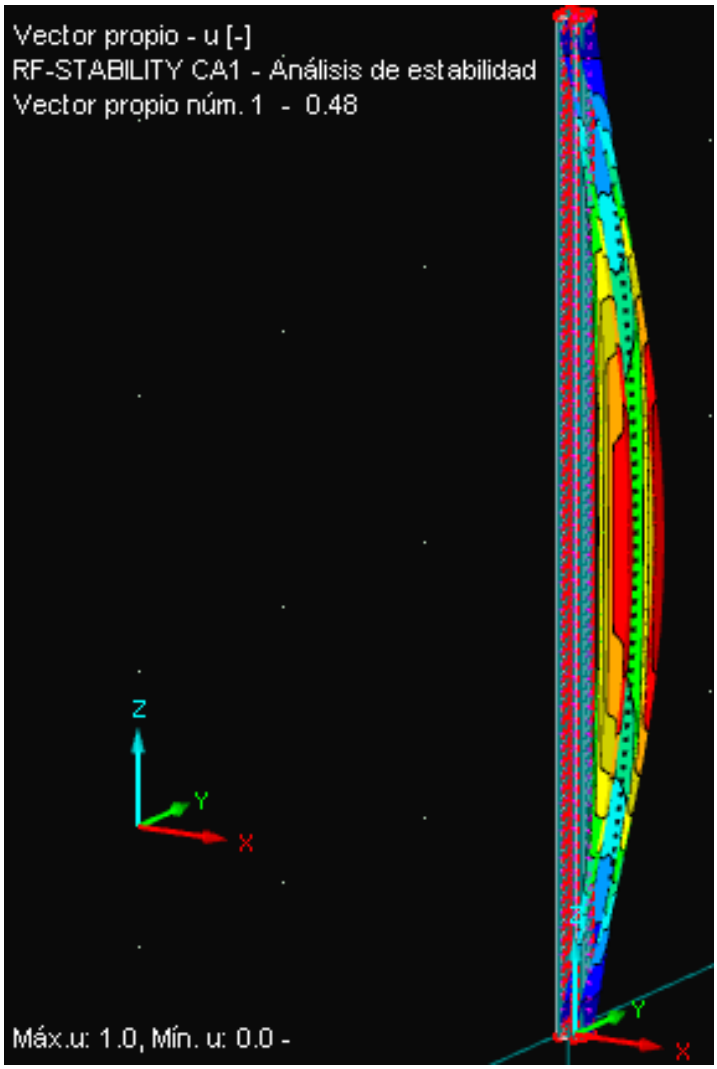


Figura 111: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L =3700 mm.

Modelo 3

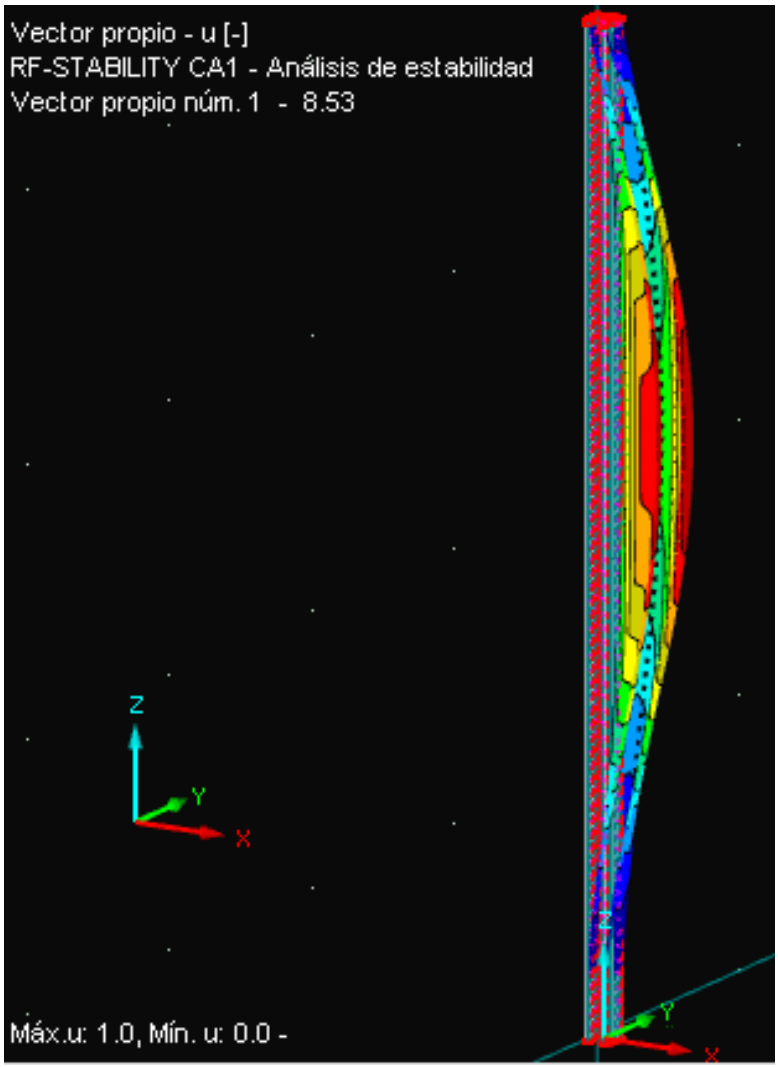


Figura 112: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L =3700 mm.

Modelo 4

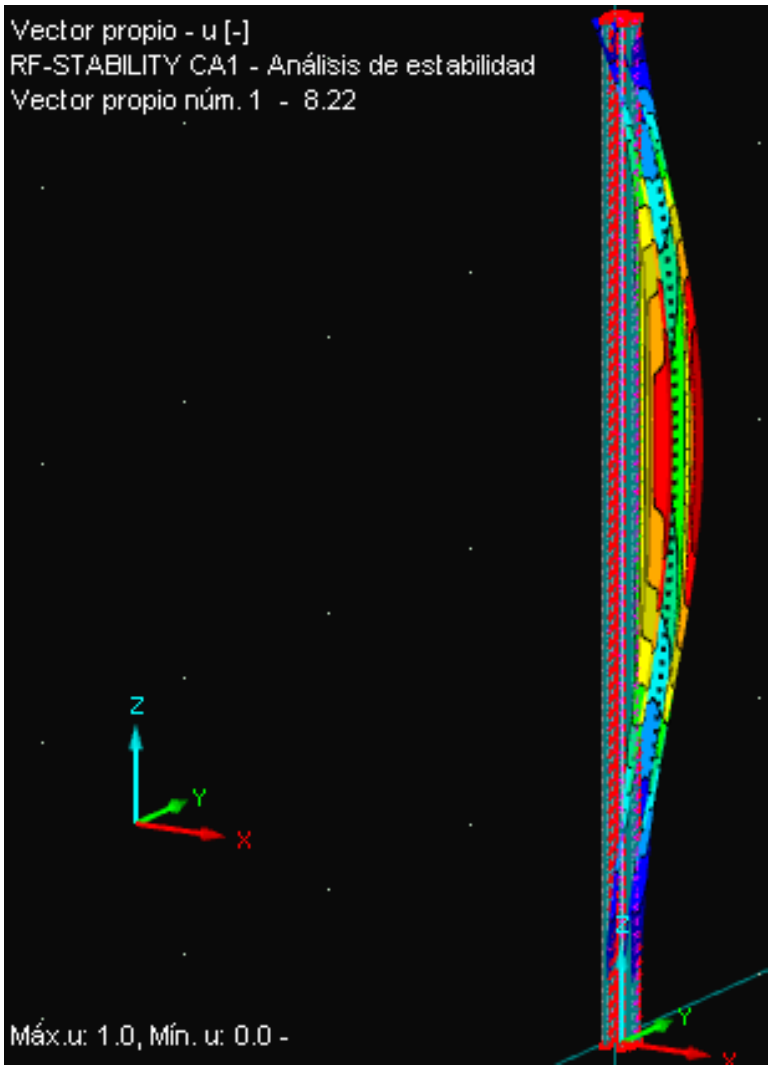


Figura 113: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L =3700 mm.

Modelo 5

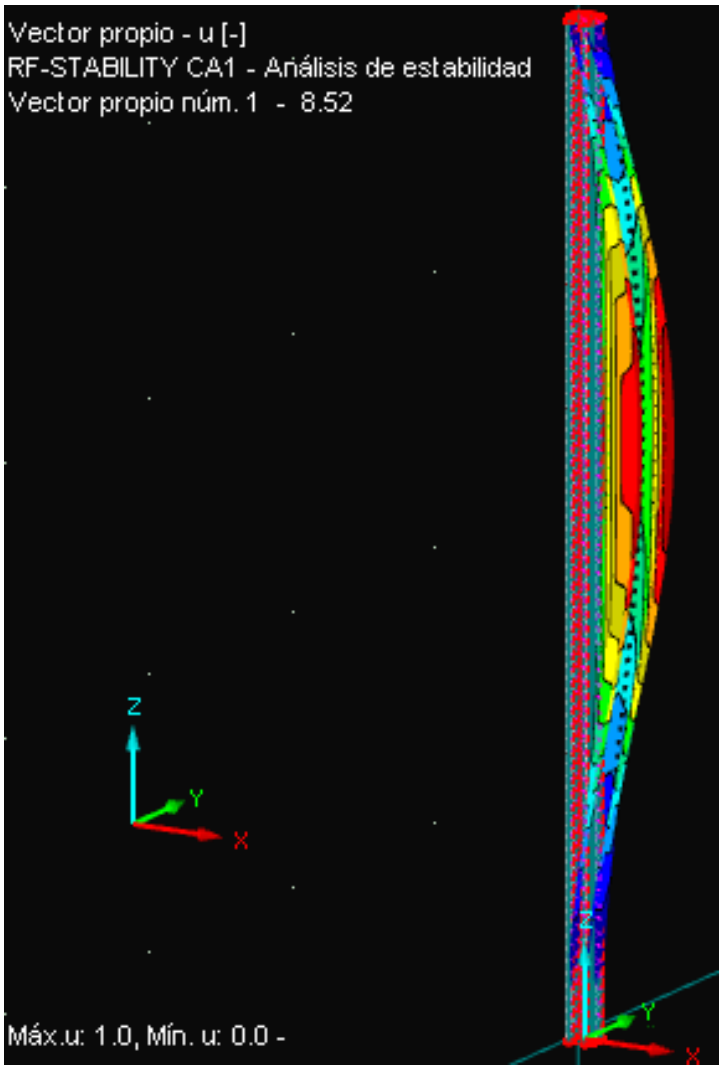


Figura 114: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L =3700 mm.

L = 4400 mm

Modelo 1

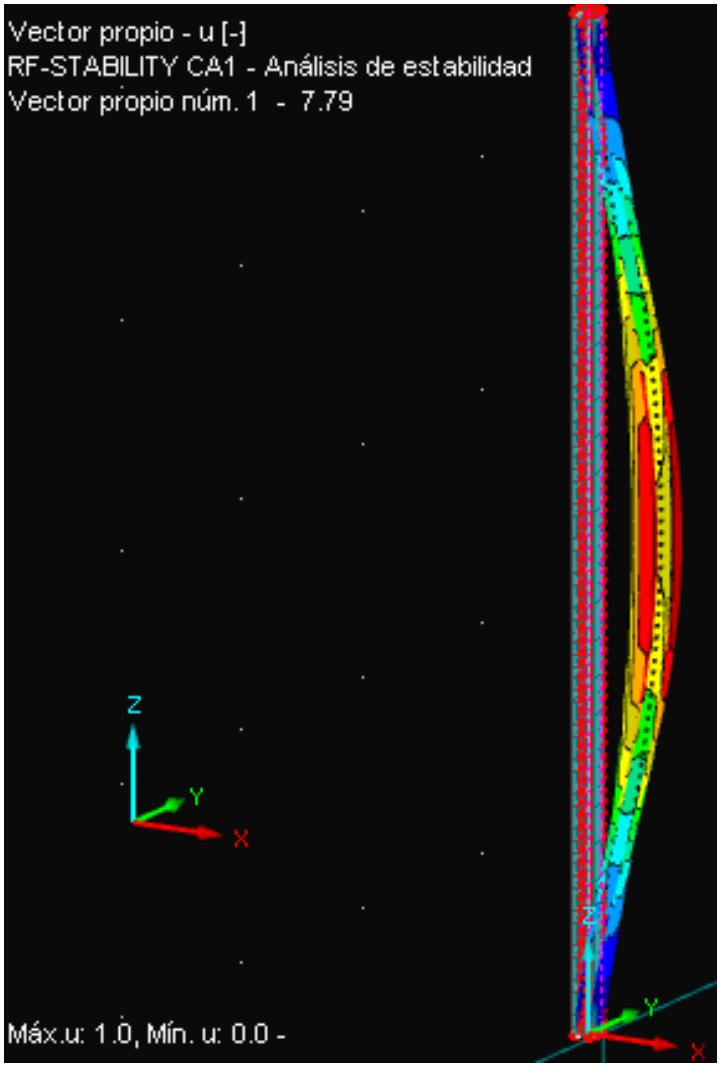


Figura 115: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L =4400 mm.

Modelo 2

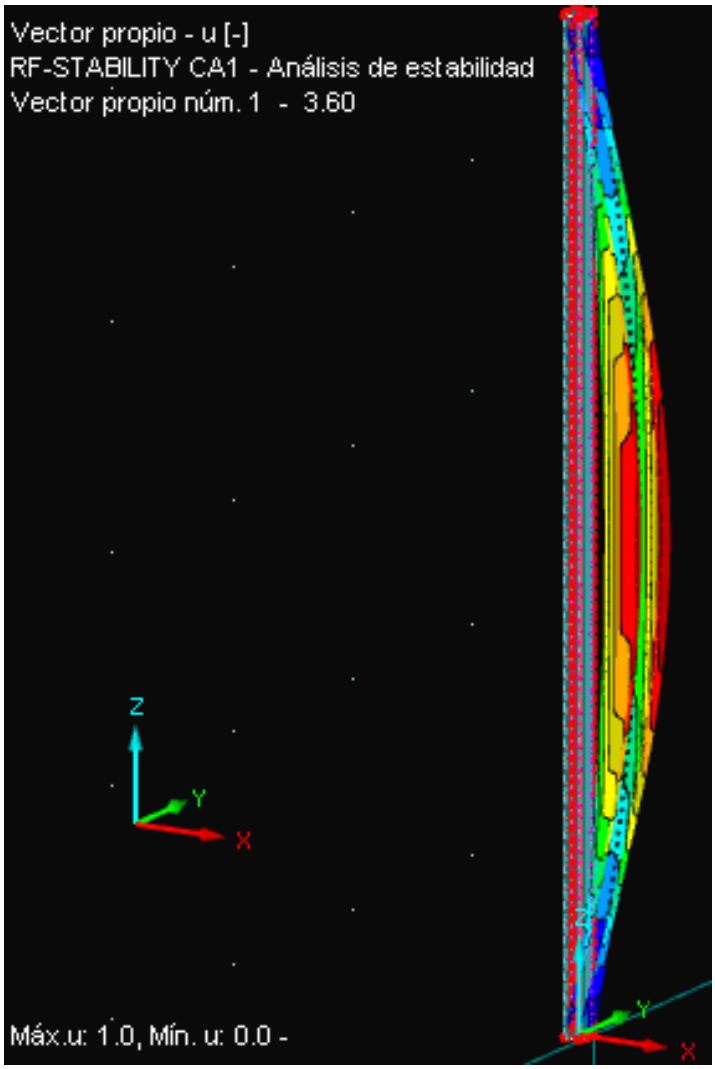


Figura 116: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L =4400 mm.

Modelo 3

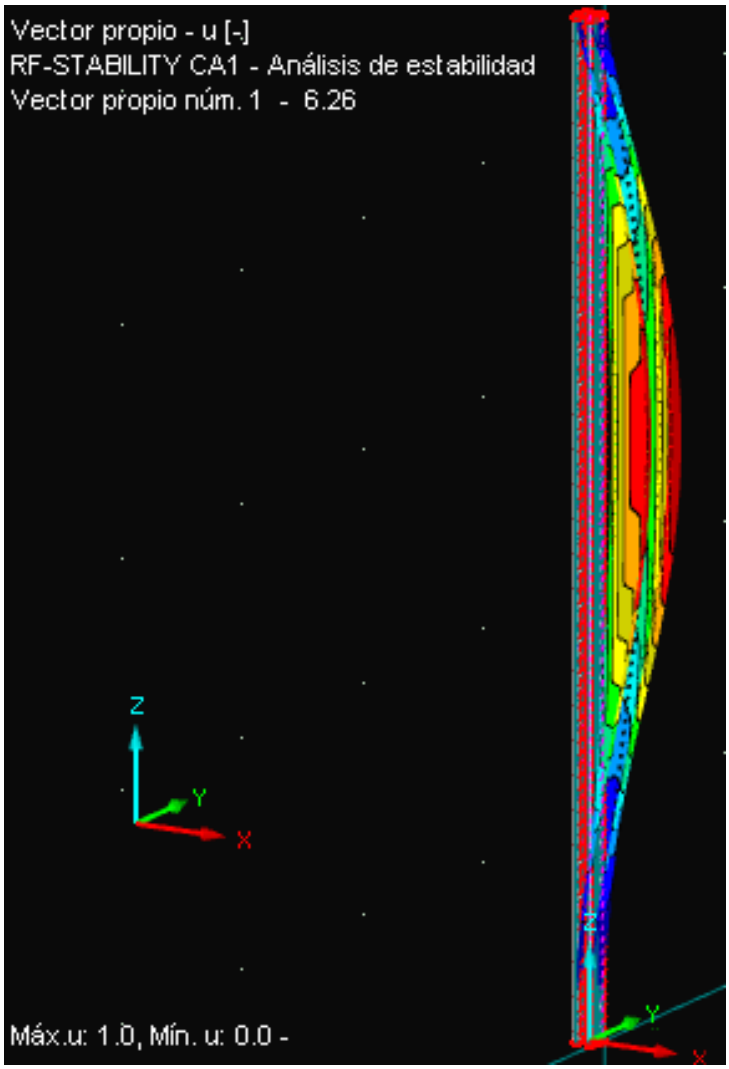


Figura 117: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L =4400 mm.

Modelo 4

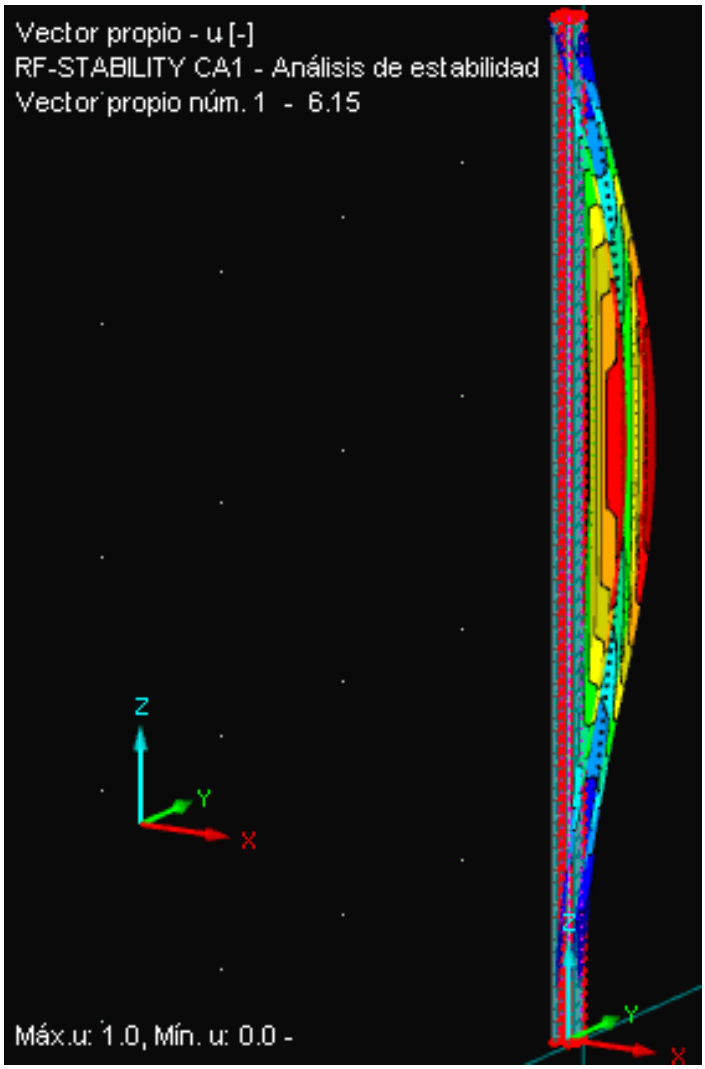


Figura 118: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L =4400 mm.

Modelo 5

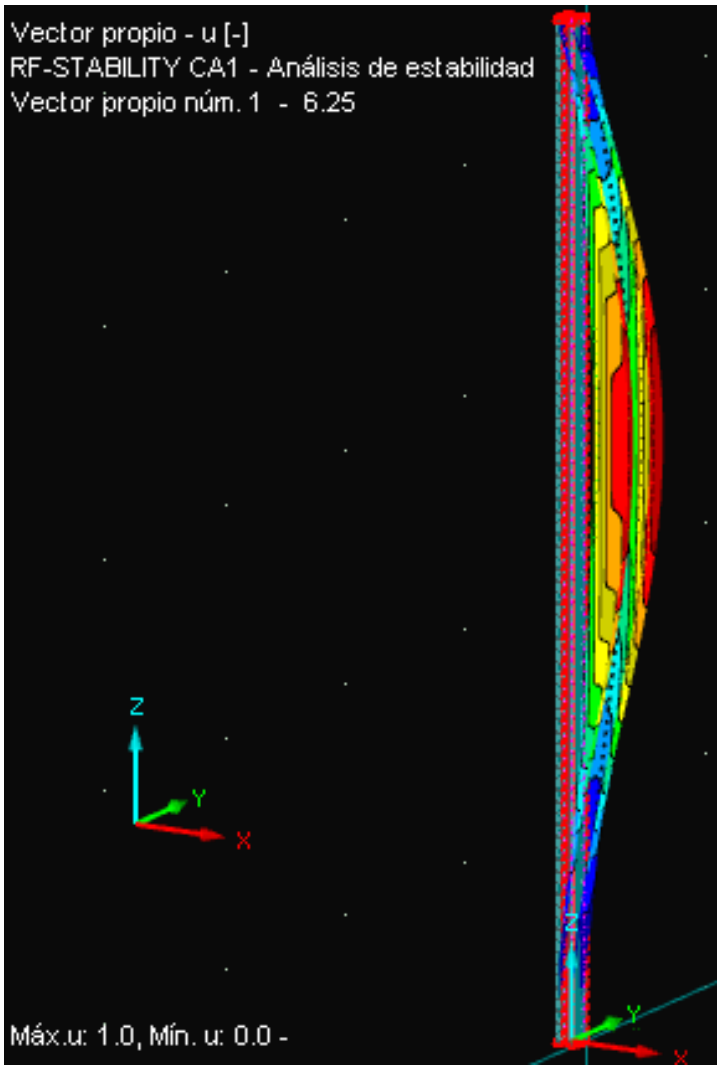


Figura 119: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L =4400 mm.

L = 5100 mm

Modelo 1

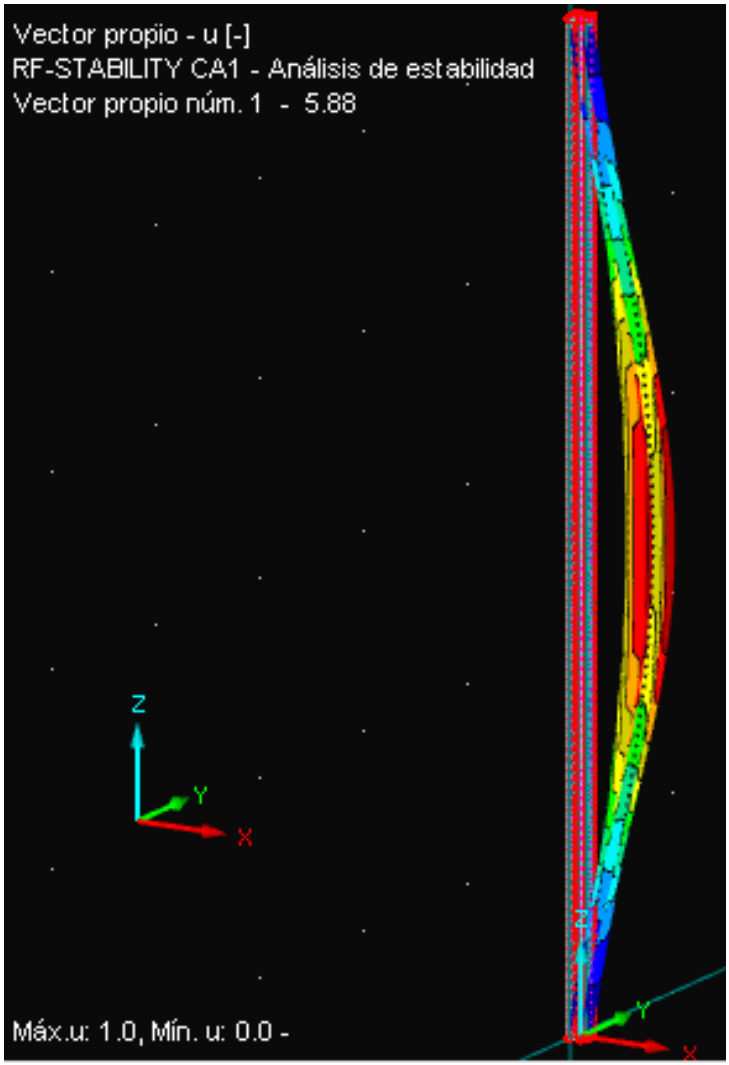


Figura 120: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 1 de puntal de L =5100 mm.

Modelo 2

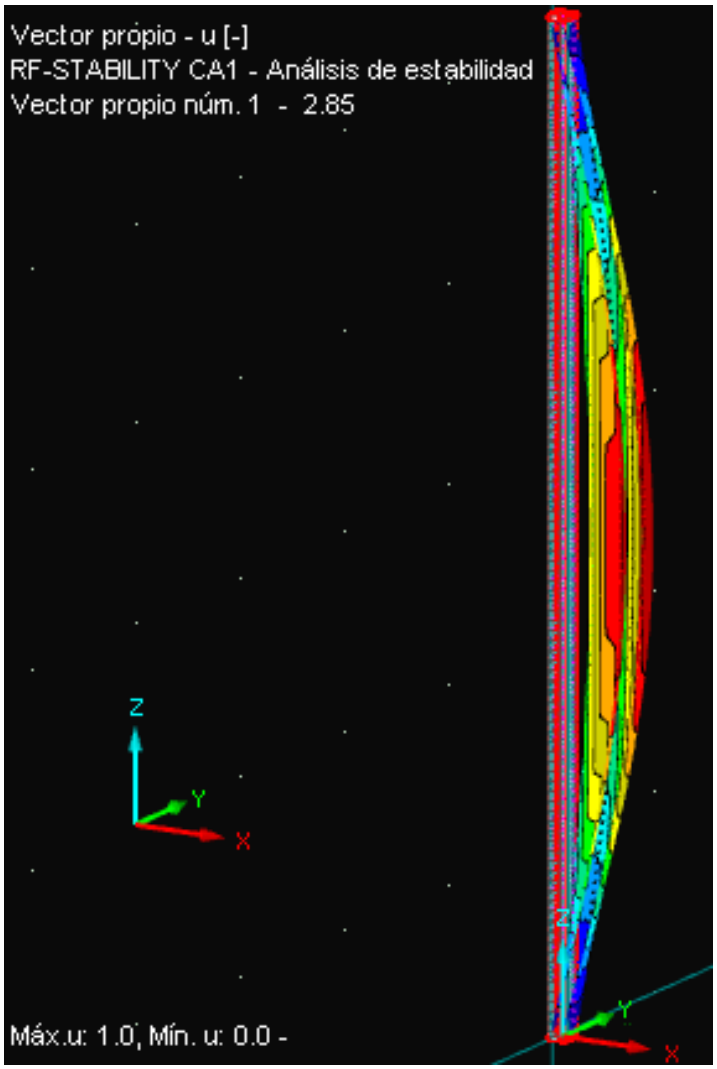


Figura 121: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 2 de puntal de L =5100 mm.

Modelo 3

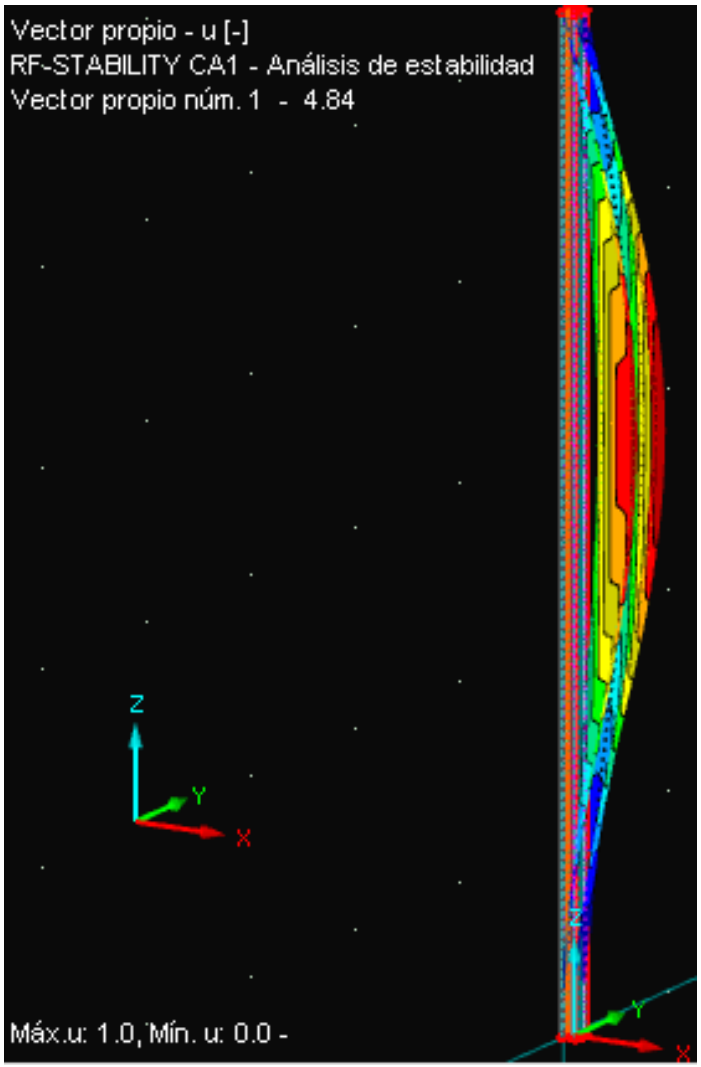


Figura 122: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 3 de puntal de L =5100 mm.

Modelo 4

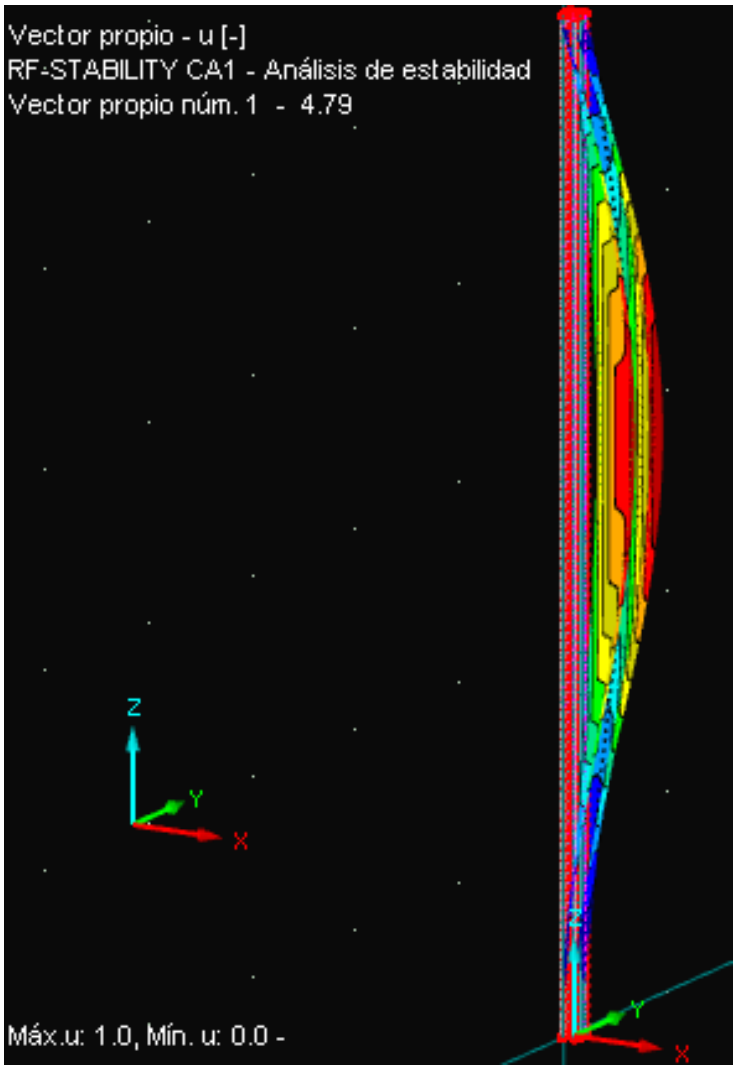


Figura 123: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 4 de puntal de L =5100 mm.

Modelo 5

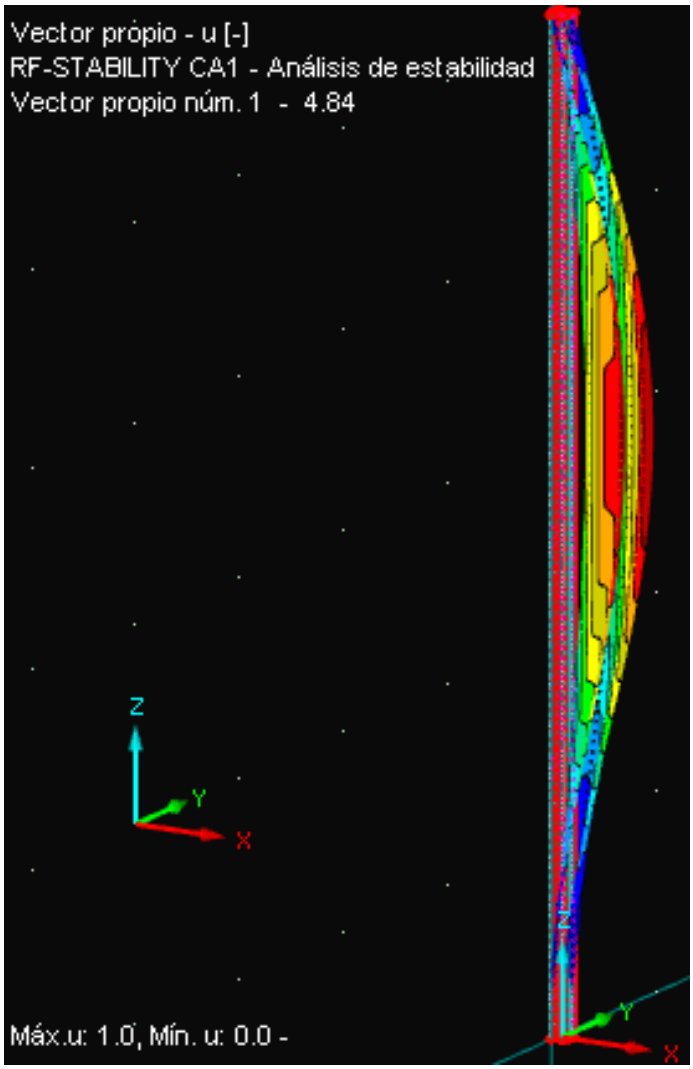


Figura 124: Resultados obtenidos en RF-STABILITY para el Modelo 5 de puntal de L =5100 mm.

Siendo la escala de colores de los vectores propios:

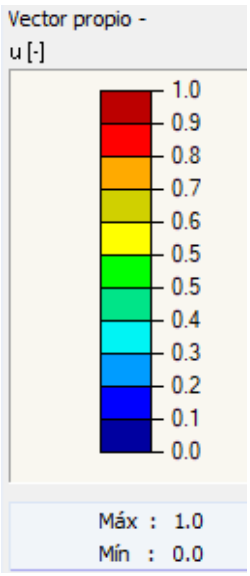


Figura 125: Escala de colores de los resultados en RF-STABILITY de los vectores propios.

9. Discusión de los resultados y conclusión

Una vez presentados los resultados en el apartado anterior se procede a la discusión de estos.

En primer lugar, se procede a comparar las propiedades de la sección analizada tanto en CUFSM como en RFEM, para poder comparar los resultados de ambos métodos en el caso de que dichas propiedades sean equivalentes.

9.1. Comparativa de las propiedades de la sección en ambos métodos

Por un lado, las propiedades de la sección analizada en CUFSM son las siguientes:

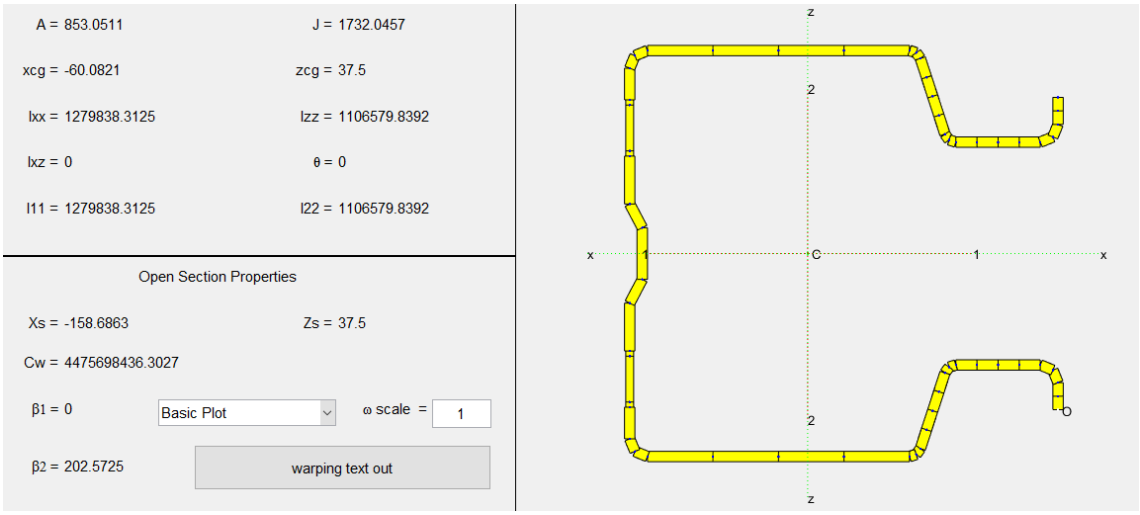


Figura 126: Propiedades de la sección del puntal Tipo 3 analizado en CUFSM.

Por otro lado, las propiedades de la sección analizada en RFEM son las siguientes:

Área de la sección	A	8.70	cm^2
Área a cortante	A_u	3.79	cm^2
Área a cortante	A_v	1.26	cm^2
Posición del centro de gravedad	y_S	-60.8	mm
Posición del centro de gravedad	z_S	37.5	mm
Momento de inercia	I_y	129.84	cm^4
Momento de inercia	I_z	113.90	cm^4
Momento de inercia	I_{yz}	0.00	cm^4
Ángulo del eje principal	α	0.00	°
Momento de inercia respecto al eje princip	I_u	129.84	cm^4
Momento de inercia respecto al eje princip	I_v	113.90	cm^4
Momento de inercia polar	I_p	243.74	cm^4
Momento de inercia polar	$I_{p,M}$	1066.08	cm^4
Radio de giro determinante	i_y	38.6	mm
Radio de giro determinante	i_z	36.2	mm
Radio de giro determinante	i_{yz}	0.0	mm
Radio de giro (eje principal)	i_u	38.6	mm
Radio de giro (eje principal)	i_v	36.2	mm
Radio de giro polar	i_p	52.9	mm
Radio de giro polar	$i_{p,M}$	110.7	mm
Radio de giro de alabeo	$i_{\omega,M}$	20.7	mm
Peso	p	6.8	kg/m
Superficie	A_{superf}	0.710	m^2/m

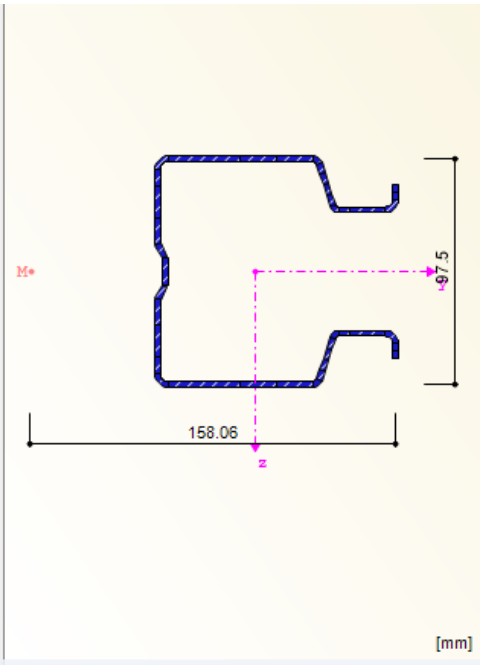


Figura 127: Propiedades de la sección del puntal Tipo 3 analizado en RFEM.

A la vista de estos datos, se puede decir que las secciones analizadas en cada método son semejantes ya que:

- El área de la sección en CUFSM es aproximadamente 853 mm^2, mientras que la de RFEM es de 870 mm^2.
- La distancia en dirección vertical desde el origen de referencia hasta el centro de gravedad de la sección es en ambos casos 37,5 mm. Mientras que en la dirección horizontal es, en el caso de CUFSM, de 60,08 mm y en RFEM, de 60,8 mm.
- El valor del momento de inercia según la dirección horizontal es, en el caso de CUFSM, de 127,98 cm^4, mientras que en RFEM es de 129,84 cm^4.
- El valor del momento de inercia según la dirección vertical es, en el caso de CUFSM, de 110,65 cm^4, mientras que en RFEM es de 113,90 cm^4.
- La distancia en dirección vertical desde el origen de referencia hasta el centro de cortantes de la sección es en ambos casos 37,5 mm. Mientras que en la dirección horizontal es, en el caso de CUFSM, de 158,68 mm y en RFEM, de 158,06 mm

9.2. Discusión de los resultados

En el caso del análisis con FSM, los valores de la carga crítica para las dos longitudes más cortas se consideran no validos (en rojo en la Tabla 6) por ser superiores al valor límite de la hipérbola de Euler para este puntal fabricado en acero S355.

Resultados CUFSM perfil Tipo 3				
L (mm)	**An (mm2)**	**Pn (N)**	**LP**	**Ncr (N)**
350	853,05	302.833	1,800	545.039
1350	853,05	302.833	0,967	292.852
2300	853,05	302.833	0,393	119.128
3000	853,05	302.833	0,243	73.713
3700	853,05	302.833	0,168	50.973
4400	853,05	302.833	0,126	38.036
5100	853,05	302.833	0,099	29.963

Tabla 6: Valores de carga crítica para las distintas longitudes de puntal Tipo 3 analizadas con CUFSM. En verde los valores válidos y en rojo los valores no validos según el criterio de la carga máxima de la hipérbola de Euler.

Lo mismo pasa para los resultados del análisis con RFEM que superan los 277.698 kN (Tabla 7):

	Resultados RFEM perfil Tipo 3					
	Modelo 1	Modelo 2		Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**e (mm)**	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**
350	825.500	523.000	2,5	338.400	242.500	739.000
1350	378.400	287.000	2	249.300	139.400	273.300
2300	261.500	111.500	1	198.800	137.600	196.900
3000	161.400	69.300	1	124.500	114.000	120.700
3700	108.500	48.200	1	85.320	82.220	85.200
4400	77.880	36.000	1	62.570	61.480	62.540
5100	58.760	28.480	1	48.300	47.920	48.350

Tabla 7: Valores de carga crítica para las distintas longitudes de puntal Tipo 3 analizadas con RFEM. En verde los valores válidos y en rojo los valores no validos según el criterio de la carga máxima de la hipérbola de Euler.

A partir de este límite de validación de los resultados, se procede a comparar los resultados entre ambos métodos.

En primer lugar, comparando los resultados de CUFSM con el primer método de RFEM, se ve que, para los valores de carga crítica válidos, existe una correlación tal que los valores obtenidos

en RFEM son alrededor de 2,1 veces mayores que aquellos obtenidos en CUFSM con una dispersión media de 0,1.

	RFEM Modelo1	CUFSM	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/CUFSM**		
350	825.500	545.039	1,51		
1350	378.400	292.852	1,29		
2300	261.500	119.128	2,20		
3000	161.400	73.713	2,19		
3700	108.500	50.973	2,13		
4400	77.880	38.036	2,05	Media	**2,10**
5100	58.760	29.963	1,96	Desviación	**0,10**

Tabla 8: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 1 y en CUFSM.

En segundo lugar, comparando los resultados de CUFSM con el primer método de RFEM, para los valores de carga crítica válidos existe una correlación tal que los valores obtenidos en RFEM son alrededor de 0,94 veces mayores que aquellos obtenidos en CUFSM con una dispersión media de 0,01.

	RFEM Modelo 2		CUFSM	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**e (mm)**	**Ncr (N)**	**RFEM/CUFSM**		
350	523.000	2,5	545.039	0,96		
1350	287.000	2	292.852	0,98		
2300	111.500	1	119.128	0,94		
3000	69.300	1	73.713	0,94		
3700	48.200	1	50.973	0,95		
4400	36.000	1	38.036	0,95	Media	**0,94**
5100	28.480	1	29.963	0,95	Desviación	**0,01**

Tabla 9: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 2 y en CUFSM.

En tercer lugar, comparando los resultados de CUFSM con el primer método de RFEM, se ve que, para los valores de carga crítica válidos, existe una correlación tal que los valores obtenidos en RFEM son alrededor de 1,67 veces mayores que aquellos obtenidos en CUFSM con una dispersión media de 0,04.

	RFEM Modelo 3	CUFSM	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/CUFSM**		
350	338.400	545.039	0,62		
1350	249.300	292.852	0,85		
2300	198.800	119.128	1,67		
3000	124.500	73.713	1,69		
3700	85.320	50.973	1,67		
4400	62.570	38.036	1,65	Media	**1,66**
5100	48.300	29.963	1,61	Desviación	**0,03**

Tabla 10: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 3 y en CUFSM.

En cuarto lugar, comparando los resultados de CUFSM con el primer método de RFEM, se ve que, para los valores de carga crítica válidos, existe una correlación tal que los valores obtenidos

en RFEM son alrededor de 1,51 veces mayores que aquellos obtenidos en CUFSM con una dispersión media de 0,2.

	RFEM Modelo 4	CUFSM	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/CUFSM**		
350	242.500	545.039	0,44		
1350	139.400	292.852	0,48		
2300	137.600	119.128	1,16		
3000	114.000	73.713	1,55		
3700	82.220	50.973	1,61		
4400	61.480	38.036	1,62	Media	**1,51**
5100	47.920	29.963	1,60	Desviación	**0,20**

Tabla 11: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 4 y en CUFSM.

En quinto lugar, comparando los resultados de CUFSM con el primer método de RFEM, se ve que, para los valores de carga crítica válidos, existe una correlación tal que los valores obtenidos en RFEM son alrededor de 1,64 veces mayores que aquellos obtenidos en CUFSM con una dispersión media de 0,02.

	RFEM Modelo 5	CUFSM	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/CUFSM**		
350	739.000	545.039	1,36		
1350	273.300	292.852	0,93		
2300	196.900	119.128	1,65		
3000	120.700	73.713	1,64		
3700	85.200	50.973	1,67		
4400	62.540	38.036	1,64	Media	**1,64**
5100	48.350	29.963	1,61	Desviación	**0,02**

Tabla 12: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 5 y en CUFSM.

A continuación, se presenta la comparación entre los resultados del modelo en CUFSM y los ensayos reales del laboratorio:

	CUFSM	TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**CUFSM/TEST**		
350	545.039	228.701	2,38		
1350	292.852	166.417	1,76		
2300	119.128	157.813	0,75		
3000	73.713	132.043	0,56		
3700	50.973	109.342	0,47		
4400	38.036	102.828	0,37	Media	**0,51**
5100	29.963	77.813	0,39	Desviación	**0,16**

Tabla 13: Comparativa entre los resultados obtenidos en CUFSM y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados válidos en CUFSM frente a los ensayos reales de 0,51 con una dispersión media de 0,16.

Por último, se presenta la comparación entre los resultados del modelo en RFEM y los ensayos reales del laboratorio.

Para el primer modelo la comparación es la siguiente:

	RFEM Modelo 1	TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/TEST**		
350	825.500	228.701	3,61		
1350	378.400	166.417	2,27		
2300	261.500	157.813	1,66		
3000	161.400	132.043	1,22		
3700	108.500	109.342	0,99		
4400	77.880	102.828	0,76	Media	**1,08**
5100	58.760	77.813	0,76	Desviación	**0,38**

Tabla 14: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 1 y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados válidos en CUFSM frente a los ensayos reales de 1,08 con una dispersión media de 0,38.

Para el segundo modelo la comparación es la siguiente:

	RFEM Modelo 2		TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**e (mm)**	**Ncr (N)**	**RFEM/TEST**		
350	523.000	2,5	228.701	2,29		
1350	287.000	2	166.417	1,72		
2300	111.500	1	157.813	0,71		
3000	69.300	1	132.043	0,52		
3700	48.200	1	109.342	0,44		
4400	36.000	1	102.828	0,35	Media	**0,48**
5100	28.480	1	77.813	0,37	Desviación	**0,15**

Tabla 15: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 2 y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados en RFEM frente a los ensayos reales de 0,48 con una dispersión media de 0,15.

Para el tercer modelo la comparación es la siguiente:

	RFEM Modelo 3	TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/TEST**		
350	338.400	228.701	1,48		
1350	249.300	166.417	1,50		
2300	198.800	157.813	1,26		
3000	124.500	132.043	0,94		
3700	85.320	109.342	0,78		
4400	62.570	102.828	0,61	Media	**0,95**
5100	48.300	77.813	0,62	Desviación	**0,36**

Tabla 16: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 3 y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados en RFEM frente a los ensayos reales de 0,96 con una dispersión media de 0,36.

Para el cuarto modelo la comparación es la siguiente:

	RFEM Modelo 4	TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/TEST**		
350	242.500	228.701	1,06		
1350	139.400	166.417	0,84		
2300	137.600	157.813	0,87		
3000	114.000	132.043	0,86		
3700	82.220	109.342	0,75		
4400	61.480	102.828	0,60	Media	**0,80**
5100	47.920	77.813	0,62	Desviación	**0,16**

Tabla 17: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 4 y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados en RFEM frente a los ensayos reales de 0,8 con una dispersión media de 0,16.

Para el quinto modelo la comparación es la siguiente:

	RFEM Modelo 5	TEST	Comparación		
L (mm)	**Ncr (N)**	**Ncr (N)**	**RFEM/TEST**		
350	739.000	228.701	3,23		
1350	273.300	166.417	1,64		
2300	196.900	157.813	1,25		
3000	120.700	132.043	0,91		
3700	85.200	109.342	0,78		
4400	62.540	102.828	0,61	Media	**0,97**
5100	48.350	77.813	0,62	Desviación	**0,41**

Tabla 18: Comparativa entre los resultados obtenidos en RFEM Modelo 5 y en los ensayos de laboratorio.

Obteniéndose una correlación entre los resultados en RFEM frente a los ensayos reales de 0,97 con una dispersión media de 0,41.

Por último, en lo relativo a comparar los modos de pandeo del puntal en cada caso, se puede ver analizando las deformadas que tendría el puntal para cada longitud que:

- Para las longitudes de 350 mm y 1350 mm los modos de pandeo no son semejantes en el análisis FSM y en el FEM. Esto puede deberse a que las cargas en la mayoría de los casos superan el valor límite de la hipérbola de Euler, por lo que al puntal puede fallar por otros medios que no sean el pandeo elástico que se pretende estudiar.
- Para el resto de las longitudes se puede observar cómo los modos de pandeo son equivalentes en el análisis FSM y en el FEM. En estos casos se puede apreciar como el pandeo del perfil tiende a ser global.

9.3. Conclusión

Como conclusión, a la vista de todos estos resultados y comparaciones, se puede decir que:

- Se han reproducido numéricamente las condiciones de ensayo de compresión según EN-15512 de un puntal de rack Tipo 3 para diferentes longitudes: 350 mm, 1350 mm, 2300 mm, 3000 mm, 3700 mm, 4400 mm y 5100 mm.
- Se han modelizado estos puntales con el programa CUFSM haciendo uso del método de las bandas finitas FSM.

- Se han modelizado los mismos puntales con el programa RFEM haciendo uso del método de elementos finitos FEM.
- Para conseguir una buena correlación entre CUFSM y RFEM, es necesario modelar los puntales según el Modelo 2 de RFEM y donde además se requiere ajustar el espesor de la chapa para cada caso.
- Se consigue también una buena correlación entre CUFSM y RFEM modelando los puntales según el Modelo 5 de RFEM.
- Se consigue una buena correlación entre el modelo de CUFSM y los ensayos reales de laboratorio.
- Tanto el Modelo 2 como el Modelo 4 de RFEM consiguen una buena correlación con los ensayos reales de laboratorio.
- Para aquellas longitudes donde el pandeo global es predominante frente al resto de tipos de pandeo se obtienen unas mejores correlaciones independientemente del modelo utilizado.

10. Futuras investigaciones

Una vez obtenidos los resultados anteriormente presentados y sus correspondientes conclusiones, se detallan a continuación una serie de recomendaciones para investigaciones futuras a este proyecto.

En primer lugar y dada la complejidad de elegir las condiciones de apoyo en el modelo de RFEM, se recomienda hacer un estudio más exacto de cuál es la rigidez de las uniones entre los puntales y con la placa base, es decir, en los extremos del puntal, obteniendo así un modelo más cercano a la realidad.

Por otra parte, también podría ser de interés añadir al modelo de RFEM elementos rigidizadores intermedios a distintas alturas del puntal para así aumentar la resistencia a pandeo de este, si es que fueran necesarios.

Por último, una vez realizadas todas las mejoras al modelo de este proyecto, se podría realizar una amplia batería de análisis de elementos finitos, que, como principal objetivo de este proyecto, tienen el ahorro en ensayos reales.

Bibliografía

[1] NOEGASystems. (7 de Julio de 2021). https://www.noegasystems.com/
[2] EN-15512. Steel static storage systems – Adjustable pallet racking systems – Principles for structural design. European Standard. European Committee for Standardization, November 2020.
[3] M. Pastor, J. Bonada, F. Roure, M. Casafont. Residual stress and initial imperfections in non-linear analysis. Engineering Structures 46 (2013): 493-507.
[4] Reliance Foundry. (10 de julio de 2021). Acero Laminado en Caliente vs en Frío. https://www.reliance-foundry.com/blog/acero-laminado-frío-vs-caliente-es
[5] Eurocode 3: Design of Steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN European Committee for Standardisation, Brussels, 2005.
[6] Eurocode 3: Design of Steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. CEN European Committee for Standardisation, Brussels, 2006.
[7] A. Baldomir, L.E. Romera. Apuntes de la asignatura – Estructuras Metálicas. TEMA 5: Estado límite de inestabilidad de barras. Universidad da Coruña, 2013.
[8] J.T. Celigüeta. Curso de análisis estructural. Capítulo 14: Introducción a la estabilidad estructural. EUNSA Ediciones, Universidad de Navarra, 2008.
[9] A.E. Martínez Castro. Inestabilidad de barras comprimidas y pandeo global de estructuras. Parte II: Inestabilidad de estructuras de barras. Inestabilidad de estructuras, Primera Edición, 2015.
[10] Z. Beregszászi, S. Ádány. Modal buckling analysis of thin-walled members with rounded corners by using the constrained finite strip method with elastic corner elements. Thin-Walled Structures 142 (2019): 414-425.
[11] S. Ádány, B. Schafer. Buckling mode classification of members with open thin-walled cross section. Fourth International Conference on Coupled Instabilities in Metal Structures, Rome, September 2004.
[12] B.W. Schafer, Z. Li, C.D. Moen. Computational modeling of cold-formed steel. Thin-Walled Structures 48 (2010): 752-762.
[13] Y.K. Cheung. Finite strip method in the analysis of elastic plates with two opposite ends simply supported. Proc. Inst. Civ. Eng. 40 (1968): 1–7.
[14] G.J. Hancock. Local, distortional, and lateral buckling of I-beams, ASCE J. Struct. Eng. 104 (11) (1978): 1787–1798.
[15] CUFSM: Elastic Buckling Analysis of Thin-Walled Members by Finite Strip Analysis. CUFSM v4.05, (2012) http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm
[16] B.W. Schafer, Z. Li. Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods. Twentieth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, Saint Louis, November 2010.
[17] Dlubal. RFEM 5 – Modelos espaciales calculados según el método de elementos finitos. 2016.
[18] Dlubal. RF-STABILITY – Factores de carga crítica, longitudes eficaces y vectores propios. 2014.
[19] Dlubal. SHAPE-THIN – Propiedades de la sección y análisis de secciones de pared delgada. 2017.

[20]M. Casafont, M. Pastor, J. Bonada, F. Roure, T. Peköz. Linear buckling analysis of perforated steel storage rack columns with the Finite Strip Method. Thin-Walled Structures 61 (2012): 71-85.

[21]J. Bonada, M. Pastor, F. Roure, M. Casafont. Distortional influence of pallet rack uprights subject to combined compression and bending. Structures 8 (2016): 275-285.

Anexo A. Tipos de perfiles analizados

Propiedades de la sección de los perfiles

Las propiedades de todos los perfiles de los puntales analizados durante este proyecto con la reducción de espesor en las perforaciones según lo explicado en el apartado 6 se recogen en este Anexo.

El perfil Tipo 1:

Este perfil diseñado por NOEGASystems S. L. U. en acero S355 conformado en frío tiene como principales dimensiones:

- Fondo (A) = 105,3 mm.
- Frente (B) = 100 mm.
- Espesor = 1,8 y 3 mm.
- Radio de las esquinas = 3 mm.

Además, el área de la sección transversal es:

- $A_{1,8}$ = 622,8 mm^2:

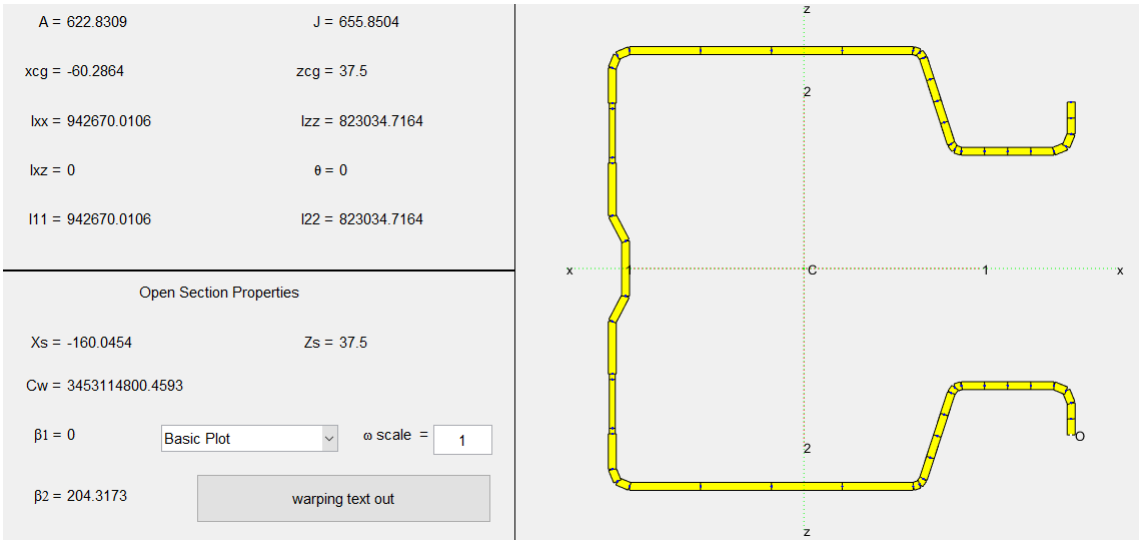


Figura A.1: Propiedades de la sección del perfil Tipo 1 con espesor de 1,8 mm.

- A_3 = 1013,4 mm^2:

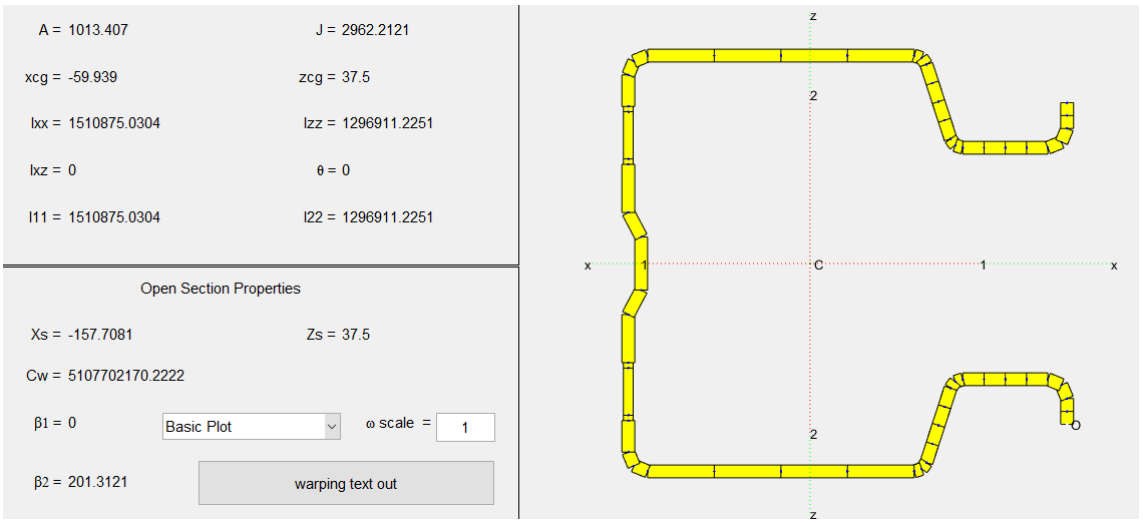


Figura A.2: Propiedades de la sección del perfil Tipo 1 con espesor de 3 mm.

El perfil Tipo 2:

Este puntal fabricado en acero S355 conformado en frío es similar a los diseñados por una de las principales empresas de Europa y tiene como principales dimensiones:

- Fondo (A) = 69 mm.
- Frente (B) = 80,6 mm.
- Espesor = 1,8 mm.
- Radio de las esquinas = 3 mm.

Además, el área de la sección transversal es:

- A = 412,8 mm^2:

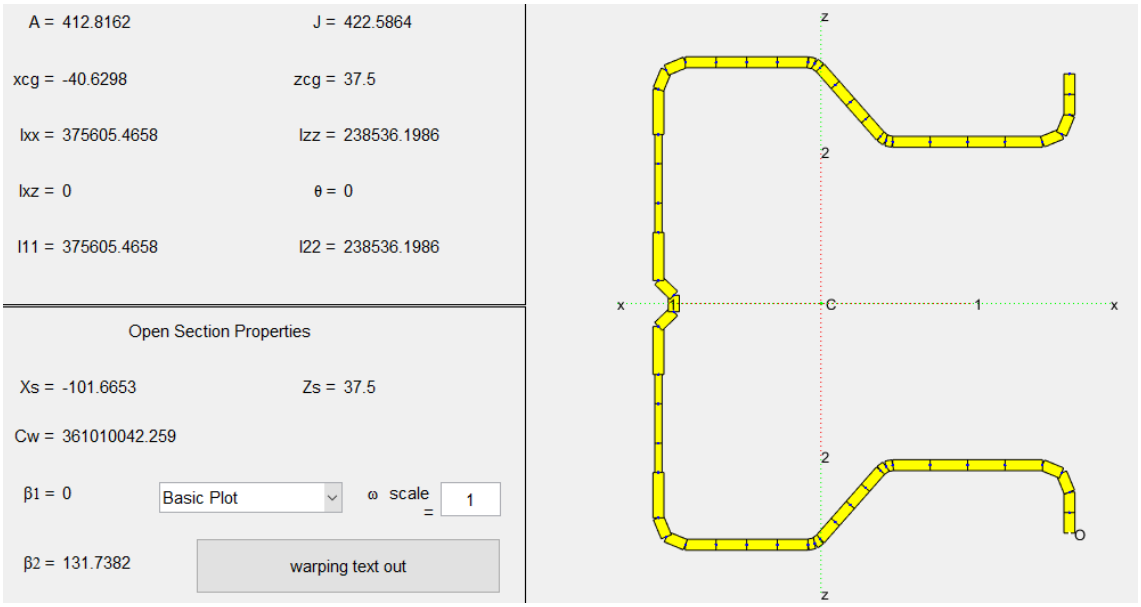


Figura A.3: Propiedades de la sección del perfil Tipo 2.

El perfil Tipo 3.

Este puntal diseñado por NOEGASystems S. L. U. en acero S355 conformado en frío tiene como principales dimensiones:

- Fondo (A) = 105,3 mm.
- Frente (B) = 100 mm.
- Espesor = 2,5 mm.
- Radio de las esquinas = 3 mm.

Además, el área de la sección transversal es:

- A = 853 mm^2:

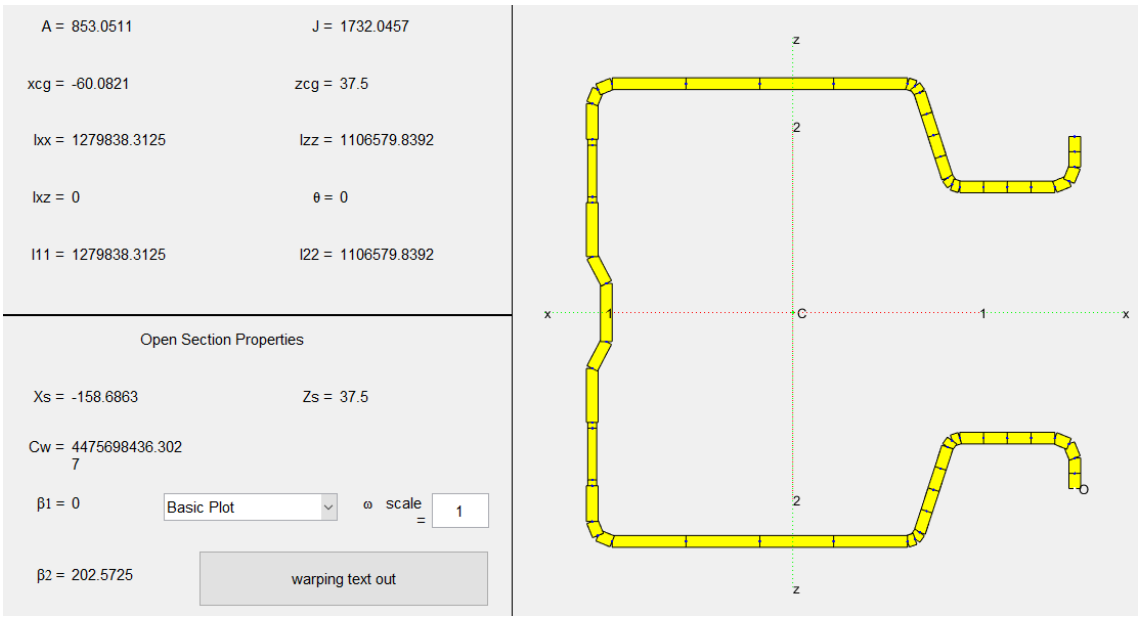


Figura A.4: Propiedades de la sección del perfil Tipo 3.

Anexo B. Formulación FEM

Carga crítica de estabilidad global de una estructura

La ecuación de equilibrio de un elemento estructural cualquiera, haciendo uso de su rigidez geométrica [8], viene dada por la siguiente ecuación:

$$F = (K_L + K_{L\sigma}) \cdot \delta$$

Siendo:

- K_L la matriz de rigidez convencional del elemento viga plana, cuya expresión es:

$$\begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \hline -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix}$$

Siendo los grados de libertad en cada nudo: desplazamiento axial según X_L, desplazamiento transversal según YL, y giro según el eje Z. Además, los esfuerzos correspondientes son: fuerza axial según X_L, fuerza cortante según Y_L y esfuerzo flector según Z, tal y como se indica en la figura.

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\delta}_I \\ \boldsymbol{\delta}_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{IX} \\ \delta_{IY} \\ \theta_I \\ \delta_{JX} \\ \delta_{JY} \\ \theta_J \end{Bmatrix} \qquad \mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_I \\ \mathbf{P}_J \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{IX} \\ P_{IY} \\ M_I \\ P_{JX} \\ P_{JY} \\ M_J \end{Bmatrix}$$

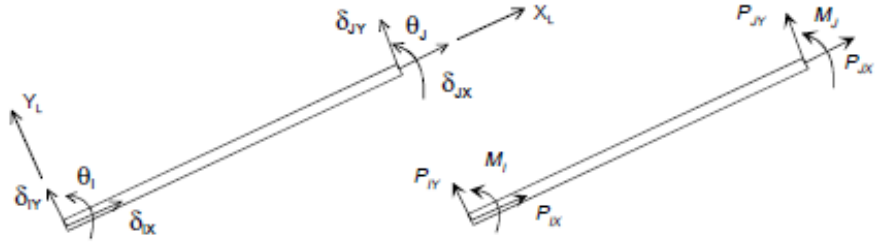


Figura B.1: Grados de libertad de cada nudo.

- $K_{L\sigma}$ la matriz de rigidez geométrica, que depende del esfuerzo axial N que actúa sobre la viga, cuya expresión es:

$$\mathbf{K}_{L\sigma} = \frac{N}{L}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

- El vector de fuerzas F puede contener términos de todos los tipos conocidos: fuerzas sobre los nudos, sobre los elementos, térmicas…

El análisis de la estabilidad global de una estructura trata de hallar los valores de las cargas críticas que hacen que una estructura pase a ser inestable y se llegue entonces al colapso debido a una deformación excesiva. Se considera que una estructura sometida a un sistema de cargas exteriores tal que su vector de fuerzas nodales equivalentes es F. Estas producen unas deformaciones nodales cuyo valor, en el análisis de primer orden es:

$$\Delta_1 = K^{-1} \cdot F$$

A su vez, esas deformaciones producen esfuerzos axiales N_i en los elementos, que se traducen en una matriz de rigidez geométrica de la estructura $K_{L\sigma}$.

Se supone que el sistema de cargas segmento de forma proporcional , es decir que se mantienen las proporciones relativas entre las distintas cargas y te multiplican todas ellas por un mismo factor λ, con lo que el nuevo vector de fuerzas nodales equivalentes es λF. A este nuevo vector de fuerzas le corresponden unos nuevos esfuerzos axiales en las barras que son λN, y éstos generan una nueva matriz de rigidez geométrica de la estructura, que es sencillamente λK_σ.

El objetivo es determinar para qué valor o valores de λ la estructura es inestable. Cuando esto ocurre la estructura es capaz de deformarse sin ninguna fuerza exterior, es decir que en dicho estado su ecuación de equilibrio es:

$$(K + \lambda K_\sigma) \cdot \Delta = 0$$

Esta ecuación representa un problema de autovalores, cuya solución son n valores propios λ_i y los correspondientes vectores propios θ_i, siendo n el número de grados de libertad de la estructura.

- Los valores propios λ_i representan los factores por los que se debe multiplicar el estado inicial de cargas F para obtener una carga crítica que hace inestable la estructura. Se calculan como las raíces del polinomio característico:

$$Det(K + \lambda K_\sigma) = 0$$

- El vector propio θ_i correspondiente a cada valor propio λ_i representa la forma en la que se deforma la estructura cuando se colapsa al alcanzar una carga crítica; por esta razón se llama habitualmente a estos vectores propios, modos de colapso o modos de pandeo. Se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones homogéneo:

$$(K + \lambda K_\sigma)\theta_i = 0$$

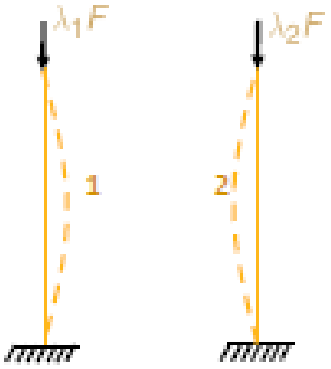


Figura B.2: Esquema del vector propio de pandeo de la barra para dos valores propios λ_1 y λ_2.

Normalmente solo interesa obtener el modo de colapso más bajo θ_1 y su carga crítica asociada λ_1, por lo que pueden emplearse técnicas numéricas específicas que permiten calcular directamente el primer autovalor y autovector de un sistema, sin necesidad de hallar los demás.

Hay que hacer notar que este método de obtención de las cargas críticas de colapso no es exacto, pues en la deducción de las matrices de rigidez geométrica se han introducido simplificaciones. En todo caso su aplicación práctica demuestra que los resultados son aceptables, y por otra parte presenta la ventaja de permitir estudiar estructuras de gran complejidad, con una sola condición de evaluar su matriz de rigidez geométrica.

Anexo C. Generación de perfiles en Excel

Con el fin de optimizar el proceso de modelado de los perfiles tanto en el programa CUFSM como en el RFEM, en los que la sección de estos se dibuja definiendo una serie de puntos y unos segmentos que unen esos puntos, se ha diseñado una hoja de cálculo en Excel.

En esta hoja Excel, a partir de unos datos de entrada relativos a las dimensiones principales de cada una de las secciones de la colección de perfiles a analizar, se calculan los puntos necesarios para dibujar esas secciones.

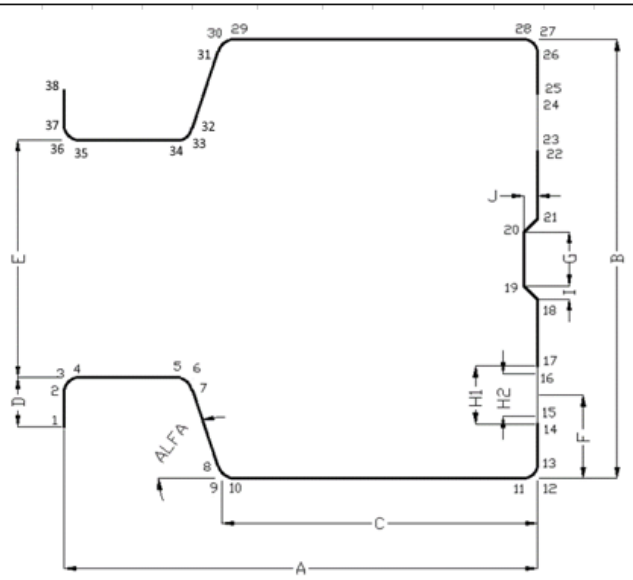
Como descripción de las principales partes de la hoja se tiene:

- A la izquierda de la hoja, en las columnas B y C están las dimensiones principales que definen al perfil. En las cinco celdas inferiores de esas columnas se calcula el espesor reducido a partir de los parámetros geométricos que indica la norma EN-15512.
- La geometría del puntal con las denominaciones de las dimensiones principales.
- En la zona central de la hoja, en las columnas P a S se encuentran las coordenadas X y Z de los nodos calculadas a partir de las dimensiones.
- También en la zona central, en las columnas T a X se añaden 5 columnas que requiere el programa CUFSM a la hora de definir cada uno de los nodos, entre las que se encuentra la tensión aplicada en el nodo.
- A la derecha de la hoja, en las columnas Z a AD se definen los elementos que unen cada par de nodos, indicando además el espesor y el material utilizado, ya que estas son también condiciones que requiere CUFSM.
- Además, debajo del esquema de la geometría del puntal se presentan las propiedades del material utilizado en las simulaciones realizadas durante el proyecto.

La composición de la hoja Excel se muestra en la Figura C.1

GEOMETRÍA DEL PUNTAL

A	100,0
B	90,0
C	70,0
D	12,0
E	50,0
F	17,0
G	11,0
H1	13,0
H2	11,0
I	5,5
J	3,0
t	2,0
ri	3,0
alfa	66,0
L	50,0
a	20,0
Lnp	30,0
α	0,90
tred	1,52



mat#	Ex	Ey	vx	vy	Gxy
100	210000	210000	0,30	0,3	80769,2

X+	NUDO	X-	Z	XDOF	ZDOF	YDOF	QDOF	STRESS
0,00	1	0,00	0,00	1	1	1	1	355
0,00	2	0,00	3,50	1	1	1	1	355
0,00	3	0,00	7,00	1	1	1	1	355
1,17	4	-1,17	9,83	1	1	1	1	355
4,00	5	-4,00	11,00	1	1	1	1	355
7,95	6	-7,95	11,00	1	1	1	1	355
11,90	7	-11,90	11,00	1	1	1	1	355
15,86	8	-15,86	11,00	1	1	1	1	355
19,81	9	-19,81	11,00	1	1	1	1	355
21,17	10	-21,17	10,60	1	1	1	1	355
22,09	11	-22,09	9,52	1	1	1	1	355
23,76	12	-23,76	5,76	1	1	1	1	355
25,44	13	-25,44	2,00	1	1	1	1	355
27,11	14	-27,11	-1,76	1	1	1	1	355
28,78	15	-28,78	-5,52	1	1	1	1	355
29,71	16	-29,71	-6,60	1	1	1	1	355
31,07	17	-31,07	-7,00	1	1	1	1	355
46,80	18	-46,80	-7,00	1	1	1	1	355
62,53	19	-62,53	-7,00	1	1	1	1	355
78,27	20	-78,27	-7,00	1	1	1	1	355
94,00	21	-94,00	-7,00	1	1	1	1	355
96,83	22	-96,83	-5,83	1	1	1	1	355
98,00	23	-98,00	-3,00	1	1	1	1	355
98,00	24	-98,00	3,50	1	1	1	1	355

ELEMENTO	NUDO I	NUDO J	ESPESOR	MATERIAL
1	1	2	2,00	100
2	2	3	2,00	100
3	3	4	2,00	100
4	4	5	2,00	100
5	5	6	2,00	100
6	6	7	2,00	100
7	7	8	2,00	100
8	8	9	2,00	100
9	9	10	2,00	100
10	10	11	2,00	100
11	11	12	2,00	100
12	12	13	2,00	100
13	13	14	2,00	100
14	14	15	2,00	100
15	15	16	2,00	100
16	16	17	2,00	100
17	17	18	2,00	100
18	18	19	2,00	100
19	19	20	2,00	100
20	20	21	2,00	100
21	21	22	2,00	100
22	22	23	2,00	100
23	23	24	2,00	100
24	24	25	1,52	100

Figura C.1: Hoja Excel para la generación de los nodos y elementos de las secciones de los distintos perfiles.

Los valores establecidos en la columna C no hacen referencia a ninguno de los tipos de perfiles utilizados en este proyecto con el fin de mantener la confidencialidad.