



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Facultad de Formación del Profesorado y Educación

**Máster en Formación del Profesorado de
Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y
Formación Profesional**

**ANÁLISIS DE LAS RESPUESTAS A UN
EJERCICIO DE INFERENCIA ESTADÍSTICA EN
EBAU**

Analysis of the responses to a statistical inference exercise in
the University entrance exam

TRABAJO FIN DE MÁSTER

Autor: Belén González García

Tutor: Luis J. Rodríguez Muñiz

Julio, 2021



Resumen	4
Abstract	5
Parte I. Reflexión crítica sobre la formación recibida y las prácticas realizadas	6
1.1 Reflexión crítica sobre la formación recibida	6
1.2 Reflexión crítica sobre las prácticas realizadas	10
Parte II. Programación Docente para 2º de ESO	14
2.1 Presentación y justificación	14
2.2 Contexto	14
2.2.1 Contexto de centro	14
2.2.2 Contexto de grupo	16
2.3 Contribución de la materia a la adquisición de las competencias básicas	16
2.4 Objetivos de la Educación Secundaria Obligatoria	19
2.5 Distribución temporal de las unidades didácticas	20
2.6 Criterios de evaluación, indicadores, estándares de aprendizaje, contenidos y competencias clave. Unidades didácticas que los desarrollan	21
2.7 Metodología	46
2.8 Actividades tipo	49
2.9 Recursos, medios y materiales didácticos	50
2.10 Procedimientos e instrumentos de evaluación y criterios de calificación	50
2.10.1 Procedimientos e instrumentos de evaluación	51
2.10.2 Criterios de calificación	51
2.11 Medidas de refuerzo y de atención a la diversidad	52
2.12 Plan de lectura, escritura e investigación (PLEI)	56
2.13 Actividades complementarias y extraescolares	58
2.14 Indicadores de logro y procedimiento de evaluación de la aplicación y el desarrollo de la programación docente	59
Parte III. Proyecto de investigación educativa	61
3.1 Problema planteado	61
3.2 Introducción	61
3.3 Justificación y fundamentación teórica	64
3.4 Objetivos e hipótesis	66
3.5 Diseño metodológico	68



3.6	Resultados	69
3.7	Discusión	76
3.8	Conclusiones	77
	Anexo I: Desarrollo de una de las unidades didácticas	79
	Bibliografía	88



RESUMEN

El presente trabajo corresponde al trabajo final del máster en Formación de Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional realizado en la Universidad de Oviedo en el curso 2020-2021 y que habilita para el ejercicio de la profesión docente.

El trabajo se divide en tres partes claramente diferenciadas. En la primera parte se incluye una reflexión personal sobre las asignaturas cursadas en este máster y su contribución a la realización de las prácticas, así como sobre dicho periodo de prácticas en un centro de Educación Secundaria. En una segunda parte se incluye una propuesta de programación docente para el curso de 2º de ESO. La tercera y última parte de este trabajo se centra en desarrollar un proyecto de investigación educativa en el que se estudian los errores cometidos por los y las estudiantes de 2º de Bachillerato de la rama de Ciencias Sociales en uno de los ejercicios de inferencia estadística propuestos en el examen de acceso a la Universidad de Oviedo en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, en la convocatoria ordinaria, fase de acceso, del curso 2019-2020.



ABSTRACT

The present work is the master thesis in teacher training in secondary school, high school, and vocational training, held at the University of Oviedo during the academic year 2020/2021 and which enables me to be a teacher.

The work is divided into three clearly differentiated parts. The first part includes a personal reflection on the courses studied in the master and their usefulness during my professional internship, as well as on this internship carried out in a Secondary School. The second part includes a proposal for a teaching program for the second year of the secondary school. The third and last part of this work focuses on developing an educational research project about the mistakes made by the second-year high school students of the modality of Social Sciences in one of the statistical inference exercises proposed in the entrance exam to the University of Oviedo in the subject of Mathematics Applied to Social Sciences II, in the ordinary call, access phase, in the year 2019-2020.



PARTE I. REFLEXIÓN CRÍTICA SOBRE LA FORMACIÓN RECIBIDA Y LAS PRÁCTICAS REALIZADAS

1.1. REFLEXIÓN CRÍTICA SOBRE LA FORMACIÓN RECIBIDA

El máster de formación de profesorado de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato y Formación Profesional está diseñado de forma que durante el primer semestre se concentra la mayor parte de la docencia. Las asignaturas cursadas durante este periodo son las correspondientes al módulo genérico, más una asignatura del módulo específico. El resto de las asignaturas, correspondientes ya al módulo específico, más una optativa son impartidas durante el segundo semestre, coincidiendo con el periodo de prácticas en los centros y es justo en esto donde me gustaría hacer mi primera crítica. Desde mi punto de vista, sería más adecuado impartir toda la docencia antes de comenzar las prácticas, por un lado, porque así el estudiante de máster dispone de todos los conocimientos y herramientas para afrontar el prácticum y, por otro lado, porque compaginar las prácticas con la docencia se hace bastante duro en determinados momentos. Sí que debo puntualizar que este curso tan atípico por la situación sanitaria vivida en el que la docencia ha sido casi completamente online ha sido más fácil poder compaginar mejor las prácticas con las clases, por el hecho de no tener que acudir presencialmente al centro universitario, pero, aun así, ha resultado ser un periodo con demasiada carga de trabajo que de haber sido distribuida de otra manera hubiera sido mucho más llevadera.

En cuanto a las asignaturas cursadas, hay que decir que todas ellas han contribuido en mayor o menor medida a proporcionarnos tanto los conocimientos necesarios como las herramientas adecuadas para afrontar con el mayor éxito posible el prácticum, así como nuestro futuro profesional como docentes. No obstante, tras haber finalizado todas las asignaturas me gustaría puntualizar algunas cosas sobre ellas que creo que se deberían modificar de cara a proporcionar una formación de mayor calidad al estudiante de máster.

La asignatura **Procesos y Contextos Educativos (PCE)** ha sido, sin duda alguna, una de las asignaturas clave a la hora de afrontar las prácticas en el Instituto de Educación Secundaria (IES). Esta asignatura se subdivide en cuatro bloques: características organizativas de las etapas y centros de Secundaria; interacción, comunicación y convivencia en el aula; tutoría y orientación educativa y atención a la diversidad. El



primer bloque se centró en la estructura del sistema español, las leyes que han ido rigiendo hasta la actualidad, todos los documentos que deben disponer los centros educativos y la organización de estos. A través de este primer bloque pudimos tener un primer contacto con lo que son los documentos que nos íbamos a encontrar en el IES durante las prácticas y que tendríamos que revisar como parte de estas. Además, conocimos como son los órganos en los que está constituido el centro, organigrama, etc. El segundo bloque se centró en proporcionarnos directrices y herramientas para ser capaces de resolver posibles conflictos que pudieran aparecer en el centro, aprendimos como debíamos comunicarnos con el alumnado y como tratarlo de manera correcta. Este bloque ha sido sin duda fundamental de cara a enfrentarnos a la realidad de los centros durante nuestras prácticas. El tercer bloque, enfocado en la tutoría y orientación y el cuarto bloque dedicado a la atención a la diversidad, ambos temas fundamentales y de gran importancia en el aula, centraron la última parte de la asignatura. Desde mi punto de vista, estos últimos son bloques tan amplios que no son suficientes las horas lectivas que se dedican a ellos y esto hace que se den de forma muy teórica y más superficial. Creo que sería conveniente hacer una reestructuración de la asignatura y dedicar más horas a esta última parte, que es fundamental pues ambos son aspectos que debemos dominar como futuros docentes.

La asignatura **Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad** nos acercó al mundo de la psicología de la educación, algo muy desconocido para todos aquellos que como es mi caso, tenemos una formación en un campo completamente ajeno a este. Sin embargo, a la ahora de enseñar y conseguir un aprendizaje significativo del alumnado es fundamental conocer tanto las metodologías apropiadas como las posibles dificultades que pueda presentar este alumnado. En la actualidad, la realidad de las aulas es que son muchos aquellos alumnos y aquellas alumnas que presentan trastornos y necesidades especiales y es nuestro deber como futuros docentes, disponer de las herramientas y saber cómo utilizarlas para que éstos y éstas tengan la mejor formación académica posible adaptada a cada caso particular.

Otra de las asignaturas que forman parte del bloque genérico es **Diseño y Desarrollo del Currículo**. Si bien el objetivo de esta asignatura debería haber sido un primer contacto con las unidades didácticas, su desarrollo y aplicación, la realidad fue bien distinta. Los contenidos dados en esta asignatura se solaparon con los recibidos en la asignatura Procesos y Contextos Educativos, con lo que desde mi punto de vista se



desperdició un tiempo muy valioso. Por otro lado, se nos pidió hacer un video en grupos que, si bien fue una actividad divertida, desde el punto de vista académico no aprendimos nada nuevo. En conclusión, es una asignatura que no me aportó nada nuevo, no puedo decir que haya aprendido algo en ella y por lo tanto creo que sus contenidos deberían ser revisados y la asignatura debería ser rediseñada de forma que sí resulte útil para la formación del futuro docente.

Otra asignatura que nos abrió los ojos a lo que nos podíamos encontrar en los IES es **Sociedad, Familia y Educación**. Es una asignatura que me gustó mucho porque nos mostró sin filtros la realidad de los centros, en lo que a problemas de igualdad de género, derechos humanos y atención a la familia se refiere. Se tratan aspectos de los que la mayoría de nosotros no éramos conscientes, sobre todo en mi caso en el que abandoné el IES hace muchos años en los que la realidad de los centros era bien distinta. Ha sido por lo tanto fundamental haber tenido este primer acercamiento pues durante el periodo de prácticas nos hemos tenido que enfrentar a situaciones muy similares a las planteadas en la asignatura y el hecho de haberlo estudiado previamente ha sido de gran utilidad.

La última asignatura de este bloque genérico es **Tecnologías de la Información y la Comunicación** que, si bien ha contribuido a hacernos conscientes de la importancia del uso de las TIC en la docencia, considero que es una asignatura que de por sí sola no tiene mucha utilidad. En mi opinión, dado que se trata de una asignatura de un solo crédito creo que sería más conveniente que estos contenidos formaran parte de otra asignatura y poder así dedicar las horas sobrantes a contenidos más necesarios para nuestra formación como docentes.

Por último, dentro del bloque de la especialidad, en mi caso Matemáticas, se encuentra la asignatura **Complementos a la Formación Disciplinar** donde se profundiza en los contenidos del currículo de Educación Secundaria y Bachillerato de la especialidad. La asignatura se divide en cuatro bloques: Estadística y Probabilidad, Geometría, Cálculo y Álgebra. Si bien en los dos primeros además de revisar dichos contenidos nos proporcionaron un gran número de herramientas y recursos didácticos para motivar y fomentar el interés del alumnado por la asignatura, los otros dos bloques fueron mucho más teóricos, en los que se intentó abarcar todos los contenidos, lo cual es inviable y que desde mi punto de vista, no debería ser el objetivo de la asignatura. Creo que estos bloques



están lejos del objetivo de la asignatura y deberían estar enfocados de forma similar a los otros dos. Por otro lado, creo que deberían añadirse más horas lectivas a los bloques de Estadística y Probabilidad y Geometría pues las actuales se quedan un poco escasas para poder abarcar todos los contenidos correspondientes a dichos bloques.

Dentro de este bloque más específico se encuentra también la asignatura de **Aprendizaje y Enseñanza**, perteneciente ya al segundo semestre. El objetivo de esta asignatura es proporcionarnos los conocimientos necesarios sobre metodología, evaluación y desarrollo de unidades didácticas, todo ello fundamental para ser capaces de diseñar una programación docente. Si bien esta asignatura me resultó muy útil desde el punto de vista académico pues gracias a ella fui capaz de diseñar las unidades didácticas que impartí durante las prácticas, nos hubiera aportado más desde un punto de vista práctico si la hubiéramos cursado durante el primer semestre. De esa forma hubiéramos tenido previamente los conocimientos y las herramientas necesarias para desarrollar dichas unidades didácticas previamente a su desempeño y no paralelamente como sucedió en la realidad.

Otra asignatura que se cursa durante este segundo semestre es **Innovación docente e Iniciación a la Investigación Educativa**. Si bien el objetivo de esta asignatura debería haber sido darnos unas pautas y directrices claras y sencillas sobre los pasos a seguir en una investigación o innovación, algo que tenemos que llevar a cabo durante nuestras prácticas e incluir en nuestro trabajo fin de máster, la realidad fue bien distinta. Al igual que sucedió con la asignatura de Diseño y Desarrollo del Currículo, ésta no me aportó nada, puedo decir que no aprendí nada nuevo con esta asignatura y que desde mi punto de vista se desperdiciaron también unas horas lectivas muy valiosas que se podrían haber aprovechado para dar contenidos que realmente nos hubieran aportado algo desde el punto de vista académico. Además, el docente que imparte esta asignatura no preparó en ningún momento la misma, y desde mi punto de vista, carece de los conocimientos necesarios para impartirla. En mi opinión, las tareas que tuvimos que realizar fueron absurdas y sólo sirvieron para hacernos perder el tiempo. Considero por lo tanto que esta asignatura debería también ser revisada, tanto desde el punto de vista de contenidos como del docente que la imparte.



Finalmente, como asignatura optativa elegí **Lengua Inglesa para el Aula Bilingüe** con el objetivo de aprender las herramientas y metodologías necesarias para poder impartir la asignatura de Matemáticas en inglés, ya que es una opción que entra dentro de mis planteamientos. Sin embargo, para mí ha sido una decepción, ya que además de no aprender nada en relación con la docencia en inglés, me he sentido evaluada en todo momento sobre mis conocimientos del idioma, algo que ya se presupone que los tengo, pues para poder cursar esta asignatura se nos pide tener un nivel B2 acreditado. Por otro lado, los docentes de esta asignatura no emplean ni los métodos ni las formas adecuadas para impartirla dando ejemplo de lo que no debemos hacer como docentes en las aulas. Al igual que la anterior, esta asignatura debería ser revisada, no solo sus contenidos sino también los docentes que la imparten y sin duda, mientras se mantenga así, es una asignatura que no recomiendo escoger a nadie.

1.2. REFLEXIÓN CRÍTICA SOBRE LAS PRÁCTICAS REALIZADAS

El IES donde llevé a cabo las prácticas se encuentra situado en un concejo del centro de Asturias. Actualmente se imparte la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) en su totalidad y el primer y segundo curso de Bachillerato, en las modalidades de Ciencias y de Humanidades y Ciencias Sociales. Además, se oferta el Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR) en el curso de 3º de ESO.

Durante mis prácticas, acudí a todos los grupos en los que impartía docencia mi tutora: tres grupos de 2º de ESO y el grupo de 2º de Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales. Además, pude acudir puntualmente a otras clases de otros cursos (1º, 3º y 4º ESO y 1º de Bachillerato de Ciencias) con otros profesores y profesoras de Matemáticas con el objetivo de tener una visión más amplia tanto del alumnado de cursos diferentes como de las metodologías empleadas por los distintos docentes. Pude también acudir a varias clases con la profesora de Matemáticas bilingüe (2º ESO), algo en lo que estoy especialmente interesada ya que entra dentro de las opciones que me planteo para mi futuro profesional. Finalmente, fui a una clase de la asignatura de Cultura Matemática en 3º de ESO, asignatura optativa en la que el alumnado ve las matemáticas desde otro punto de vista y tratan de responder a esas preguntas que siempre nos planteamos: ¿y esto para qué sirve? ¿cuándo lo voy a utilizar? Con este fin trabajan las matemáticas en el cine,



buscan las matemáticas presentes en el arte y hacen papiroflexia entre otras muchas actividades.

Respecto al alumnado de los grupos a los que acudí regularmente, quiero destacar que en el grupo de 2º de Bachillerato, todo el alumnado presentaba un comportamiento muy correcto, así como interés por la asignatura y en general, eran participativos en las clases. Sí que existía una preocupación general sobre el examen de Evaluación del Bachillerato para Acceso a la Universidad (EBAU) que se ponía de manifiesto en todas las clases, lo que demuestra su interés por superar el examen y continuar sus estudios. En relación con esto último, existe diversidad en cuanto a lo que quieren estudiar una vez finalicen el Bachillerato. Un gran número de ellos pretende acceder a la universidad, a carreras del ámbito de las letras o economía, administración y dirección de empresas o similares. Otros desean continuar sus estudios mediante la realización de un grado superior de Formación Profesional (FP) y alguno tiene como objetivo opositar para plazas de los Cuerpos y Fuerzas de Seguridad del Estado.

En cuanto a los grupos de 2º de la ESO a los que acudí diariamente, estos contaban con menos de 20 alumnos y alumnas este curso debido a las restricciones impuestas por la pandemia. En el caso de estos grupos sí que encontré gran diversidad entre el alumnado y entre las clases. Por un lado, hay que destacar que, al no llegar al número suficiente de alumnado para crear un grupo de PMAR, y dadas las circunstancias actuales que dificultan la movilidad de estos, se creó un grupo adicional (el llamado 2º COVID) donde se agrupó a aquel alumnado que presentaba un cierto retraso curricular debido a diversas causas. Este reagrupamiento, que en un principio podía no parecer el adecuado, está funcionando muy bien tanto a nivel educativo como emocional de estos alumnos y estas alumnas. Cabe destacar que el profesorado de esta aula fue cuidadosamente escogido atendiendo a las características del alumnado. Entre este alumnado, encontramos alumnado que presenta Trastorno por Déficit de Atención e Hiperactividad (TDAH) y un elevado porcentaje que presenta un cierto retraso académico, lo que les dificulta seguir las clases. Hay también una niña con un retraso psíquico notable y que presenta un nivel curricular de 1º de primaria y que, por lo tanto, trabaja con las profesoras de Pedagogía Terapéutica (PT) del servicio de Orientación dos veces a la semana. Otro alumno que presenta un retraso a nivel curricular recibe el apoyo de otra PT en el aula, también dos veces a la semana. Además, el pasado noviembre se incorporó a la clase una niña



extranjera que no hablaba nada de español lo cual hacía casi imposible que pudiera seguir el curso. En circunstancias normales, esta alumna habría sido escolarizada en el IES Pando, que dispone de un aula de inmersión lingüística, pero debido a la situación sanitaria no ha sido posible este curso. Es por ello por lo que el objetivo que se planteó para este curso fue que alcanzara un nivel de español suficiente para que el curso siguiente pueda seguir sin problemas las clases. Para ello, el servicio de Orientación colabora con la participación de una PT durante las clases de Matemáticas, tres veces a la semana, para enseñarle el idioma y ayudarla a seguir los contenidos en la medida de lo posible. No obstante, y al margen de las dificultades del idioma, esta alumna muestra un nivel curricular adecuado a su edad.

En relación con los otros dos grupos de 2º de ESO a los que acudí, el perfil del alumnado era muy parecido, con un comportamiento similar, si bien el grupo B presentaba un mejor rendimiento académico que el grupo A. No presentaban, en general, ningún tipo de problema ni de conflictos internos, si bien alguna vez estaban más revoltosos y revoltosas y solía ser un alumnado bastante participativo en ambos grupos. Hay que destacar que el 2ºA hay también un alumno diagnosticado con TDAH, que se caracteriza por ser algo inquieto en clase y desordenado en las tareas las cuales muchas veces no termina, si bien su nivel curricular es adecuado y es trabajador. Este alumno recibe apoyo de una PT quien acude dos veces a la semana a la clase de Matemáticas para ayudarle principalmente con la organización y presentación de los ejercicios, libreta, etc.

Durante el periodo de prácticas, los estudiantes de máster debemos desarrollar al menos dos unidades didácticas, una en cada etapa de Secundaria e impartirlas en el centro. En mi caso particular, desarrollé e impartí las unidades didácticas “Derivadas. Aplicaciones” de 2º de Bachillerato de la modalidad de Ciencias Sociales y Humanidades y “Ecuaciones de primer y segundo grado” de 2º de ESO. El desarrollo de esta segunda unidad didáctica se encuentra en el ANEXO I. Esta ha sido una de las partes más interesantes desde mi punto de vista y que me ha permitido darme cuenta de aspectos que hasta ahora no había considerado, así como aprender las metodologías más adecuadas en función del alumnado y corregir errores de los que no era consciente. Las indicaciones dadas tanto por mi tutora como por mi compañero de prácticas han sido cruciales en este último aspecto.



Considero que la realización de las prácticas es una parte fundamental dentro del desarrollo del máster ya que nos permite experimentar in situ todo aquello que estudiamos previamente en las asignaturas del primer semestre y que, sin duda, por mucho que estudiemos teóricamente es imprescindible poder experimentarlo de forma práctica. Creo que, además, las prácticas permiten a los estudiantes del máster confirmar o no, si la docencia es el futuro profesional que desean seguir pues es donde realmente vemos la realidad de los y las docentes, con sus pros y sus contras, todo a lo que se enfrentan día a día. En mi caso, la realización de las prácticas me ha servido para confirmar que sí es el camino profesional que quiero seguir. No obstante, y manteniendo mi opinión de que las prácticas deben mantenerse como parte fundamental del máster, sí que quizás cambiaría aspectos de su planteamiento, como el hecho de que los estudiantes de máster sólo puedan acudir a los grupos de su tutor o tutora del centro. En mi caso, mi tutora tenía tres grupos de 2º de ESO y al final, eso se convirtió en monótono y aburrido, pues acudía tres veces al día a clases muy similares, donde los contenidos eran los mismos. Creo que si el estudiante de máster acudiera con diversos docentes se aprovecharía muchísimo más la experiencia, pues a mí me hubiera gustado haber acudido a diversas clases de 3º y 4º de ESO y de 1º de Bachillerato, a las que sólo fui una vez como algo excepcional. Además, el hecho de poder acudir con distintos profesores y profesoras y observar sus diferentes metodologías no haría sino hacer más provechosa esta experiencia para el estudiantado del máster.



PARTE II. PROGRAMACIÓN DOCENTE PARA 2º de ESO

2.1. PRESENTACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

La programación presentada en este trabajo se corresponde con la asignatura de Matemáticas de segundo de ESO. El marco legal por el que se rige esta programación didáctica es la siguiente:

- La Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato.
- Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias.

2.2. CONTEXTO

2.2.1. Contexto de centro

La programación presentada en este trabajo fin de máster está destinada a los alumnos de 2º de ESO de un centro situado en un concejo próximo a la capital que se inauguró hace 40 años como instituto de Bachillerato. Actualmente se imparte la Educación Secundaria (ESO) en su totalidad y el primer y segundo curso de Bachillerato, tanto en la modalidad de Ciencias como en la de Humanidades y Ciencias Sociales. Además, se oferta el Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR) en el curso de 3º de ESO.

Desde el punto de vista didáctico, el centro dispone de una buena cantidad de material, aunque nunca es suficiente. En cuanto a la disponibilidad de salas de ordenadores, existen cinco aulas dotadas con ellos, además de una zona con ordenadores para uso del alumnado en la biblioteca. La sala de profesores, los departamentos didácticos y los despachos administrativos también disponen de un número de ellos suficiente para el uso del personal correspondiente. Además, todas las aulas disponen de



un ordenador para su uso por parte del o de la docente, así como un cañón de proyección. Algunas de ellas disponen además de pizarras interactivas y otras pizarras de proyección. Todo el centro dispone de red WIFI y además cuenta con algunos ordenadores portátiles provenientes del programa Escuela 2.0.

El centro dispone de varios laboratorios y aulas específicas dotados del material necesario para el desarrollo de sus actividades. Parte de este material se renovó cuando se llevó a cabo la ampliación del centro, pero siempre es necesario realizar una actualización.

En cuanto a la biblioteca, ésta dispone de una buena dotación bibliográfica que se amplía año a año, según las disponibilidades económicas del centro, al mismo tiempo que se ha ido actualizando el material audiovisual. Todo su material está catalogado informáticamente e incluido en el programa de bibliotecas escolares Abies. Hace unos cursos se llevó a cabo a una gran labor de expurgo de libros antiguos, de dotación de nuevos fondos y de acomodación a los nuevos tiempos informáticos.

Este IES cuenta además con un polideportivo, en el que se dispone del material necesario para la realización de las actividades deportivas, por ejemplo, cuenta con canastas abatibles para la práctica del baloncesto. Cada año se ha intentado mejorar el material tanto en calidad como en cantidad, gracias a la colaboración de la Asociación de Madres y Padres de Alumnos (AMPA) del centro. Además, se ha instalado un gran telón retráctil que divide el espacio en dos partes, permitiendo llevar a cabo dos actividades distintas al mismo tiempo en cada uno de los espacios.

Sin embargo, este curso, debido a la situación de emergencia sanitaria causada por la pandemia de la COVID-19, ha sido necesario llevar a cabo una reestructuración de los espacios con el fin de garantizar la distancia de seguridad de 1,5 metros entre el alumnado, siguiendo las directrices de la Consejería de Educación.

El centro acoge en la actualidad a 688 alumnos y alumnas divididos en ocho grupos de 1º ESO, ocho de 2º ESO, seis de 3º ESO más un grupo de 11 alumnos de PMAR, cuatro grupos de 4º ESO, dos de 1º Bachillerato (uno de Ciencias y otro de Ciencias Sociales y Humanidades) y tres grupos de 2º Bachillerato (dos de Ciencias y uno de Ciencias Sociales y Humanidades).



En cuanto al profesorado, el centro cuenta actualmente con 78 docentes, de los cuales 55 pertenecen a la plantilla orgánica. De todos ellos, 70 imparten docencia en horario completo y 8 están con media jornada. Estos están repartidos en 15 departamentos de coordinación didáctica, incluido el de religión (en este curso debido a la pandemia se ha suprimido el de extraescolares). En el caso concreto del departamento de matemáticas, cuenta con 8 docentes con plaza fija, y durante este curso académico, contaba también con 3 interinos, 2 para cubrir bajas laborales y un tercero como refuerzo.

2.2.2. Contexto de grupo

La programación aquí presentada está diseñada para un grupo de 2º de ESO, formado por 20 alumnos y alumnas entre los que un elevado número de ellos y ellas presentan unas determinadas características que los harían claros aspirantes a formar parte de un grupo de PMAR. Sin embargo, al no llegar al número suficiente de alumnado que cumple los requisitos establecidos para crear dicho grupo, y dadas las circunstancias actuales que dificultan la movilidad de estos, se creó este grupo adicional (el llamado 2º COVID) donde se agrupó a aquel alumnado que presentaba características que podían causar un cierto atraso curricular. Entre el alumnado de esta clase, destacan dos alumnos que presentan TDAH y una alumna de procedencia extranjera que no habla castellano y se incorporó al centro en noviembre, una vez empezado el curso. Dadas las características especiales de este alumnado, fue fundamental seleccionar cuidadosamente el profesorado de este grupo y aunque en un primer momento este tipo de reagrupamiento pudiera no parecer lo más aconsejable, está obteniendo resultados muy positivos tanto a nivel académico como personal del alumnado de este grupo.

2.3. CONTRIBUCIÓN DE LA MATERIA A LA ADQUISICIÓN DE LAS COMPETENCIAS BÁSICAS

Todas las áreas de conocimiento deben contribuir al desarrollo de las siete competencias básicas, recogidas en el artículo 9 del Decreto 43/2015, de 10 de junio.

Competencia en comunicación lingüística

Las matemáticas son concebidas como una materia que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y exposición de las ideas. Fundamentalmente, en la resolución de problemas adquiere especial importancia la comprensión y la expresión, tanto oral como escrita, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es un vehículo de comunicación de ideas con gran capacidad



para transmitir conjeturas, gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico, de términos precisos y abstractos. La traducción de los distintos lenguajes matemáticos al lenguaje cotidiano, y viceversa, también contribuye a la adquisición de esta competencia.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La propia concepción del currículo de esta materia hace evidente su contribución de al desarrollo de todos los aspectos que la conforman. Por tanto, todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática de la que forma parte la habilidad para interpretar y expresar con claridad informaciones, el manejo de elementos matemáticos básicos en situaciones de la vida cotidiana y la puesta en práctica de procesos de razonamiento y utilización de formas de pensamiento lógico que permitan interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella enfrentándose a situaciones cotidianas. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permitan razonar matemáticamente y comprender una argumentación lógica, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, e integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad.

Competencia digital

La calculadora, el ordenador, y en general, las herramientas tecnológicas permiten abordar nuevas formas de adquirir e integrar conocimientos, empleando estrategias diversas tanto para la resolución de problemas como para el descubrimiento de nuevos conceptos matemáticos. Además, la competencia digital facilita las destrezas para la búsqueda, selección y tratamiento de la información, así como para interpretar la misma de forma crítica, y la evaluación y selección de nuevas fuentes de información. Esta información debe ser además tratada de forma adecuada y contribuir como apoyo a la resolución del problema y comprobación de su solución.

Aprender a aprender

La reflexión sobre los procesos de razonamiento, la contextualización de los resultados obtenidos, la autonomía para abordar situaciones de creciente complejidad, la sistematización, etc., ayudan a la adquisición de la competencia “aprender a aprender”. La toma de conciencia de las propias capacidades, así como de lo que se puede hacer individualmente y de lo que se puede hacer con ayuda de otras personas (aprendizaje



cooperativo), con otros recursos, etc. son elementos sustanciales para aprender a aprender. El desarrollo de estrategias necesarias para la resolución de problemas, la organización y regulación del propio aprendizaje, así como la gestión del propio desarrollo académico también contribuye a aprender a aprender. La motivación y la autoconfianza son decisivas para la adquisición de esta competencia. Además, la competencia de aprender a aprender es fundamental para el aprendizaje permanente que se produce a lo largo de la vida.

Competencias sociales y cívicas

Las matemáticas, aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones en el ámbito social y ciudadano, contribuyendo así a la adquisición de las competencias sociales y cívicas. La utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar la información que aparece en los medios de comunicación. También se adquiere esta competencia analizando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo. La resolución de problemas de forma cooperativa es fundamental para el desarrollo de esta competencia por lo que supone el trabajo en equipo, la aceptación de otras maneras de pensar las cosas y la reflexión sobre las soluciones aportadas por otras personas.

Sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor

Los procesos matemáticos, especialmente los de resolución de problemas, contribuyen a desarrollar el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor. Para trabajar estos procesos es necesario planificar estrategias, asumir retos, valorar resultados y tomar decisiones. También, las técnicas heurísticas que desarrollan constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolidan la adquisición de destrezas tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Conciencia y expresiones culturales

Las matemáticas son parte fundamental de nuestra cultura en todos los ámbitos. La historia de las matemáticas constituye en sí misma una aportación a nuestra cultura y nos sirve de referencia en su aprendizaje; los distintos personajes que con su aportación abrieron nuevos caminos en esta disciplina sirven de ejemplo de los retos que en cada



época asumió la humanidad y de los esfuerzos por conseguir desentrañar la verdad de los distintos procesos.

2.4. OBJETIVOS DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

La Educación Secundaria contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan (Artículo 11 del Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre)

- a) *Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a las demás personas, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.*
- b) *Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.*
- c) *Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos y ellas. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.*
- d) *Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con las demás personas, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.*
- e) *Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.*
- f) *Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.*
- g) *Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su persona, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.*



- h) *Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.*
- i) *Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.*
- j) *Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de otras personas, así como el patrimonio artístico y cultural.*
- k) *Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de otras personas, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.*
- l) *Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.*
- m) *Conocer y valorar los rasgos del patrimonio lingüístico, cultural, histórico y artístico de Asturias, participar en su conservación y mejora y respetar la diversidad lingüística y cultural como derecho de los pueblos e individuos, desarrollando actitudes de interés y respeto hacia el ejercicio de este derecho.*

2.5. DISTRIBUCIÓN TEMPORAL DE LAS UNIDADES DIDÁCTICAS

La distribución temporal de las unidades didácticas del curso de 2º de ESO se ha realizado teniendo en cuenta diferentes variables:

- La carga lectiva de cinco horas semanales (Decreto 43/2015, Anexo IV) y la carga lectiva de cada trimestre.
- La estructura interna de las matemáticas. Ésta es una asignatura muy jerarquizada en la que los contenidos más complejos necesitan del conocimiento de contenidos anteriores más sencillos por lo que es fundamental tener en cuenta que conocimientos incluso se requieren para afrontar cada unidad didáctica.
- Dificultad, importancia y momento del curso. El rendimiento del alumnado varía a lo largo del curso, por lo que es fundamental adaptar el orden de la materia al mismo. Lo



más aconsejable es empezar siempre por contenidos más sencillos y concentrar la materia de mayor dificultad en el segundo trimestre.

- Coordinación con otras materias: las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de otras materias como Física y Química o Tecnología, entre otras, por lo que es fundamental garantizar que el alumnado dispone de los conocimientos de matemáticas necesarios para dichas asignaturas.
- Calendario escolar para el curso 2020/2021, consultado en Educatur.

Atendiendo a estos criterios se recoge en la siguiente tabla la distribución propuesta de las unidades didácticas, considerando, no obstante, que esta distribución temporal es orientativa y puede ser modificada en cualquier momento del curso según las necesidades detectadas en el aula.

Unidades didácticas		
Primer trimestre		Sesiones
1	Números enteros	12
2	Fracciones y números decimales	12
3	Potencias y raíces	15
4	Proporcionalidad numérica	15
5	Lenguaje algebraico. Monomios y Polinomios.	15
Segundo trimestre		
6	Ecuaciones de primer y segundo grado	12
7	Sistemas de ecuaciones	18
8	Funciones	20
Tercer trimestre		
9	Figuras Planas. Razón y semejanza y teorema de Pitágoras.	20
10	Poliedros y cuerpos de revolución. Áreas y volúmenes	20
11	Probabilidad	12

2.6. CRITERIOS DE EVALUACIÓN, INDICADORES, ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE, CONTENIDOS Y COMPETENCIAS CLAVE. UNIDADES DIDÁCTICAS QUE LOS DESARROLLAN

En este apartado se recogen las diferentes unidades didácticas, identificando en cada una de ellas los criterios de evaluación junto con los indicadores que muestran la concreción continuada y gradual de estos criterios, así como los estándares de aprendizaje



evaluables. En el caso del bloque 1, éste se trabajará de forma transversal a lo largo de las 11 unidades didácticas, por lo que se presenta de forma conjunta sin hacer distinción a lo largo de dichas unidades didácticas.

BLOQUE 1: Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Contenidos:

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.
- Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
- Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para la recogida ordenada y la organización de datos; la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas; la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.
- Práctica de los procesos de matematización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Práctica de los procesos de modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

Criterios de evaluación e indicadores

Estándares de aprendizaje evaluables

1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.

- 1.1 Describir verbalmente, de forma razonada, y con la terminología adecuada a su nivel, los pasos seguidos en la resolución de un problema.

- Expresa verbalmente de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema con el rigor y la precisión adecuada.



<p>2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.</p> <p>2.1 Leer comprensivamente el enunciado de un problema, cercano al alumnado, que puede estar expresado mediante texto, tablas o gráficas.</p> <p>2.2 Reflexionar sobre la situación que presenta el problema identificando y explicando las ideas principales del enunciado de un problema.</p> <p>2.3 Organizar la información haciendo un esquema o un dibujo.</p> <p>2.4 Esbozar y estimar las posibles soluciones del problema previamente a iniciar las fases del proceso de resolución de este.</p> <p>2.5 Valorar la adecuación de la solución al contexto del problema.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre datos, contexto del problema).• Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.• Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.• Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.
<p>3. Describir y analizar situaciones de cambio para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones.</p> <p>3.1 Identificar en contextos numéricos y geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos regularidades que le lleven a realizar generalizaciones sencillas.</p> <p>3.2 Utilizar las regularidades y propiedades encontradas para estimar y predecir soluciones de otros problemas similares.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.• Utiliza leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad.
<p>4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.</p> <p>4.1 Reflexionar sobre el modo de resolución de un problema buscando nuevas estrategias de resolución.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución, y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.• Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos,



<p>4.2 Compartir sus ideas con sus compañeros y compañeras.</p> <p>4.3 Valorar la coherencia y la idoneidad de las soluciones.</p> <p>4.4 Plantear problemas similares a otros ya resueltos.</p>	<p>proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre problemas y realidad.</p>
<p>5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.</p> <p>5.1 Buscar información, a través de distintos medios, para realizar una investigación matemática sencilla.</p> <p>5.2 Analizar, seleccionar y clasificar la información recogida.</p> <p>5.3 Elaborar un informe con las conclusiones.</p> <p>5.4 Presentar el informe oralmente o por escrito.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Expone y defiende el proceso seguido de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadístico-probabilístico.
<p>6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>6.1 Reconocer la utilidad de las matemáticas para resolver problemas habituales de la vida diaria, buscando la relación entre realidad y matemáticas.</p> <p>6.2 Interpretar la solución del problema en el contexto de la realidad.</p> <p>6.3 Ejemplificar situaciones cercanas a su realidad que permitan comprender las relaciones matemáticas presentes en una situación problemática valorando el uso de las matemáticas para resolver problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.• Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.• Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.• Interpreta una solución matemática del problema en el contexto de la realidad.• Realiza simulaciones y predicciones en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.
<p>7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana,</p>	<ul style="list-style-type: none">• Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.



<p>evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.</p> <p>7.1 Reconocer las ventajas de reflexionar sobre los procesos de razonamiento seguidos al resolver un problema como ayuda para resolver otros.</p> <p>7.2 Revisar sus propios errores para aprender de los mismos.</p>	
<p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>8.1 Desarrollar actitudes de esfuerzo, perseverancia y aceptación de la crítica necesarias en la actividad matemática.</p> <p>8.2 Distinguir entre lo que supone resolver un problema y un ejercicio.</p> <p>8.3 Sentir curiosidad y hacerse preguntas sobre cuestiones matemáticas relacionadas con su realidad.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.• Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.• Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.• Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.
<p>9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p>9.1 Verbalizar las dificultades que encuentra al desarrollar su quehacer matemático.</p> <p>9.2 Mostrar interés por superar las dificultades sin temer enfrentarse a situaciones nuevas y de creciente complejidad.</p> <p>9.3 Argumentar la toma de decisiones en función de los resultados obtenidos utilizando el lenguaje adecuado.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de estas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.
<p>10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.</p> <p>10.1 Pensar un plan para resolver un problema sencillo.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.



<p>10.2 Proceder sistemáticamente ordenando datos y decidiendo qué pasos va a dar.</p> <p>10.3 Llevar a cabo el plan pensado para resolver el problema.</p> <p>10.4 Comprobar la solución obtenida.</p> <p>10.5 Dar la solución de forma clara y concisa, redactando el proceso seguido para llegar a ella.</p>	
<p>11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.</p> <p>11.1 Utilizar distintas herramientas tecnológicas para realizar cálculos y analizar y comprender propiedades geométricas.</p> <p>11.2 Utilizar aplicaciones informáticas para comprender configuraciones geométricas sencillas.</p> <p>11.3 Emplear diversas herramientas tecnológicas para la interpretación de gráficas sencillas.</p> <p>11.4 Valorar el uso de recursos tecnológicos para realizar conjeturas, contrastar estrategias, buscar datos, realizar cálculos complejos y presentar resultados de forma clara y atractiva.</p> <p>11.5 Utilizar los medios tecnológicos para diseñar representaciones gráficas que expliquen los procesos seguidos en la resolución de un problema.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de estos impide o no aconseja hacerlos manualmente.• Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.• Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.• Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.
<p>12. Utilizar las Tecnologías de la Información y la Comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y</p>	<ul style="list-style-type: none">• Elabora documentos digitales propios (textos, presentación, imagen, video, sonido...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de



<p>seleccionando información relevante en internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de estos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p> <p>12.1 Utilizar diferentes recursos en la búsqueda y selección de informaciones sencillas.</p> <p>12.2 Crear, con ayuda del ordenador, documentos sencillos que presenten los resultados del trabajo realizado.</p> <p>12.3 Utilizar las herramientas tecnológicas de fácil uso para presentar trabajos de forma oral o escrita.</p>	<p>información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión.</p> <ul style="list-style-type: none">• Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.• Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.
--	--



Unidad didáctica 1	Bloque de contenidos 2
Números enteros	Números y Álgebra
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. • Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc. • Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos 	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.</p> <p>1.1 Utilizar el tipo de número más adecuado para intercambiar información de tipo cuantitativo.</p> <p>1.2 Resolver problemas cotidianos en los que aparezcan los distintos tipos de números y de operaciones y presentando los resultados obtenidos de la forma más adecuada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa. • Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones. • Emplea adecuadamente los distintos tipos de números y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos.
<p>2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.</p> <p>2.1 Reconocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números naturales y enteros en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales. • Aplica los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11 para descomponer en factores primos números naturales y los emplea en ejercicios, actividades y problemas contextualizados. • Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica a problemas contextualizados.



	<ul style="list-style-type: none">• Calcula e interpreta adecuadamente el opuesto y el valor absoluto de un número entero comprendiendo su significado y contextualizándolo en problemas de la vida real.
<p>3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.</p> <p>3.1 Realizar con eficacia operaciones combinadas con los distintos tipos de números, respetando la jerarquía de las operaciones y eligiendo la notación y el método de cálculo más adecuado a cada situación.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Realiza operaciones combinadas, entre números naturales y enteros con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.
<p>4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.</p> <p>4.1. Elegir la forma de cálculo más apropiada a cada situación (mental, escrita o con calculadora) para realizar cálculos con números naturales y enteros.</p> <p>4.2. Utilizar la calculadora para el cálculo de expresiones numéricas con operaciones combinadas de números enteros.</p> <p>4.3. Estimar la coherencia y la precisión de los resultados obtenidos.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Desarrolla estrategias de cálculo mental para realizar cálculos exactos o aproximados valorando la precisión exigida en la operación o en el problema.• Realiza cálculos con números naturales y enteros, decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa.



Unidad didáctica 2	Bloque de contenidos 2
Fracciones y números decimales	Números y Álgebra
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones.• Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones.• Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Utilizar números fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. <p>1.1 Utilizar el tipo de número más adecuado para intercambiar información de tipo cuantitativo.</p> <p>1.2 Resolver problemas cotidianos en los que aparezcan los distintos tipos de números y de operaciones y presentando los resultados obtenidos de la forma más adecuada.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Identifica los números fraccionarios y decimales y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa.• Calcula el valor de expresiones numéricas de números fraccionarios y decimales mediante las operaciones elementales, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.• Emplea adecuadamente los números fraccionarios y decimales y sus operaciones, para resolver problemas cotidianos contextualizados, representando e interpretando mediante medios tecnológicos, cuando sea necesario, los resultados obtenidos.
2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. <p>2.1 Aproximar números decimales por redondeo o truncamiento controlando el error cometido en casos concretos.</p> <p>2.2 Ordenar y representar en la recta numérica fracciones sencillas.</p> <p>2.3 Comparar fracciones convirtiéndolas en números decimales.</p> <p>2.4 Relacionar fracciones, números decimales y porcentajes con el mismo valor, utilizando la</p>	<ul style="list-style-type: none">• Realiza operaciones de redondeo y truncamiento de números decimales conociendo el grado de aproximación y lo aplica a casos concretos.• Realiza operaciones de conversión entre números decimales y fraccionarios, halla fracciones equivalentes y simplifica fracciones, para aplicarlo en la resolución de problemas.



expresión más adecuada para realizar operaciones.	
<p>3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.</p> <p>3.1 Realizar con eficacia operaciones combinadas con los distintos tipos de números, respetando la jerarquía de las operaciones y eligiendo la notación y el método de cálculo más adecuado a cada situación.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Realiza operaciones combinadas, entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.
<p>4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.</p> <p>4.1 Elegir la forma de cálculo más apropiada a cada situación (mental, escrita o con calculadora) para realizar cálculos con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales.</p> <p>4.2 Utilizar la calculadora para el cálculo de expresiones numéricas con operaciones combinadas.</p> <p>4.3 Estimar la coherencia y la precisión de los resultados obtenidos.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Desarrolla estrategias de cálculo mental para realizar cálculos exactos o aproximados valorando la precisión exigida en la operación o en el problema.• Realiza cálculos con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales, decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa.



Unidad didáctica 3	Bloque de contenidos 2
Potencias y raíces	Números y Álgebra
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural y entero. Operaciones.• Potencias de base 10. Utilización de la notación científica para representar números grandes y pequeños.• Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas.• Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria. 1.1 Resolver problemas cotidianos en los que aparezcan los distintos tipos de números y de operaciones y presentando los resultados obtenidos de la forma más adecuada.	<ul style="list-style-type: none">• Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente natural aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.
2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números. 2.1 Utilizar las propiedades de las operaciones con potencias cuya base es un número natural, entero o fracción y el exponente un número entero. 2.2 Utilizar la notación científica para expresar números muy grandes o pequeños y operar con ellos.	<ul style="list-style-type: none">• Realiza cálculos en los que intervienen potencias de exponente natural y aplica las reglas básicas de las operaciones con potencias.• Utiliza notación científica, valora su uso para simplificar cálculos y representar números muy grandes.
3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas,	<ul style="list-style-type: none">• Realiza operaciones combinadas, entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos



aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.

- 3.1 Realizar con eficacia operaciones combinadas, incluidas las potencias, con los distintos tipos de números, respetando la jerarquía de las operaciones y eligiendo la notación y el método de cálculo más adecuado a cada situación.

de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones.



Unidad didáctica 4	Bloques de contenidos 2 y 3
Proporcionalidad numérica	Números y Álgebra/Funciones
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales.• Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad.• Resolución de problemas en los que intervengan la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales.</p> <p>1.1 Identificar la existencia de proporcionalidad directa o inversa entre dos magnitudes.</p> <p>1.2 Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se utilicen los porcentajes o las relaciones de proporcionalidad directa o inversa.</p> <p>1.3 Analizar situaciones cotidianas en las que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Identifica y discrimina relaciones de proporcionalidad numérica (como el factor de conversión o cálculo de porcentajes) y las emplea para resolver problemas en situaciones cotidianas.• Analiza situaciones sencillas y reconoce que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales.



Unidad didáctica 5	Bloque de contenidos 2
Lenguaje algebraico. Monomios y Polinomios.	Números y Álgebra
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Iniciación al lenguaje algebraico. • Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano que representen situaciones reales al algebraico y viceversa. • El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basados en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. • Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos. 	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Analizar procesos numéricos cambiantes, identificando los patrones y leyes generales que los rigen, utilizando el lenguaje algebraico para expresarlos, comunicarlos, y realizar predicciones sobre su comportamiento al modificar las variables, y operar con expresiones algebraicas.</p> <p>1.1 Utilizar el lenguaje algebraico para representar propiedades y relaciones entre conjuntos numéricos.</p> <p>1.2 Calcular el valor numérico de expresiones algebraicas con varias variables.</p> <p>1.3 Sumar, restar y multiplicar polinomios con coeficientes racionales.</p> <p>1.4 Desarrollar y simplificar expresiones sencillas en las que aparezcan el cuadrado de un binomio o una suma por una diferencia.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Describe situaciones o enunciados que dependen de cantidades variables o desconocidas, y secuencias lógicas o regularidades, mediante expresiones algebraicas, y opera con ellas. • Identifica propiedades y leyes generales a partir del estudio de procesos numéricos recurrentes o cambiantes, las expresa mediante lenguaje algebraico y las utiliza para hacer predicciones. • Utiliza las identidades algebraicas notables y las propiedades de las operaciones para transformar expresiones algebraicas.



Unidad didáctica 6	Bloque de contenidos 2
Ecuaciones de primer y segundo grado	Números y Álgebra
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de ecuaciones de primer, segundo grado y sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. 1.1 Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores por métodos algebraicos o gráficos. 1.2 Resolver una ecuación de segundo grado interpretando las soluciones obtenidas. 1.3 Plantear ecuaciones de primer grado, segundo grado o sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas de su entorno cercano. 1.4 Interpretar y valorar la coherencia de los resultados obtenidos.	<ul style="list-style-type: none">• Comprueba, dada una ecuación, si un número es solución de esta.• Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer grado, las resuelve e interpreta el resultado.



Unidad didáctica 7	Bloque de contenidos 2
Sistemas de ecuaciones	Números y Álgebra
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Utilizar el lenguaje algebraico para simbolizar y resolver problemas mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones, aplicando para su resolución métodos algebraicos o gráficos y contrastando los resultados obtenidos. 1.1 Resolver sistemas de ecuaciones lineales sencillos con dos incógnitas. 1.2 Plantear sistemas de ecuaciones lineales para resolver problemas de su entorno cercano. 1.3 Interpretar y valorar la coherencia de los resultados obtenidos.	<ul style="list-style-type: none">• Comprueba, dado un sistema, si un par de números es solución de este.• Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.



Unidad didáctica 8	Bloque de contenidos 3
Funciones	Funciones
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Gráficas que corresponden a funciones y gráficas que no.• Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.• Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas y para apreciar la importancia de la selección de ejes, unidades y escalas.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto. 1.1 Encontrar la expresión algebraica que describe la relación funcional entre dos variables cuando su gráfica es una recta.	<ul style="list-style-type: none">• Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.
2. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales. 2.1 Reconocer si una gráfica dada se corresponde o no con una función.	<ul style="list-style-type: none">• Reconoce si una gráfica representa o no una función.• Interpreta una gráfica y la analiza, reconociendo sus propiedades más características.
3. Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas. 3.1 Encontrar la expresión algebraica de la recta a partir de su gráfica o la tabla de valores correspondiente. 3.2 Encontrar la ecuación que expresa la relación lineal de dependencia de dos magnitudes. 3.3 Resolver problemas sencillos que planteen dependencia entre dos magnitudes, utilizando tablas, gráficas o expresiones algebraicas, según convenga al contexto del problema. 3.4 Utilizar calculadoras y aplicaciones informáticas que permitan	<ul style="list-style-type: none">• Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.• Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.• Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.• Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.



<p>representar datos o expresiones algebraicas sencillas para obtener distintos tipos de gráficas y observar los cambios que se producen al modificar la escala.</p>	
--	--



Unidad didáctica 9	Bloques de contenidos 4
Figuras Planas. Razón y semejanza y teorema de Pitágoras.	Geometría
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones. • Proporcionalidad de segmentos. Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. • Razón de semejanza y escala. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. • Utilización de los teoremas de Tales y Pitágoras para resolver problemas y obtener medidas y comprobar relaciones entre figuras. • Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas. 	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico y abordar problemas de la vida cotidiana.</p> <p>1.1 Reconocer los elementos característicos de un triángulo rectángulo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, diagonales, apotema, simetrías, etc. • Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos. • Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales. • Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.
<p>2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado y expresando el procedimiento seguido en la resolución.</p> <p>2.1 Conocer los desarrollos planos de los poliedros y los cuerpos de revolución.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas. • Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco, y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.



<p>2.2 Calcular áreas de los desarrollos planos de los poliedros y los cuerpos de revolución, mediante fórmulas y herramientas tecnológicas sencillas.</p> <p>2.3 Calcular longitudes en los poliedros y los cuerpos de revolución.</p> <p>2.4. Utilizar las unidades y la precisión adecuadas al contexto del problema planteado.</p>	
<p>3. Reconocer el significado aritmético del teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas Pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.</p> <p>3.1 Conocer el enunciado del teorema de Pitágoras.</p> <p>3.2 Identificar ternas pitagóricas y construir triángulos rectángulos cuyos lados sean ternas pitagóricas, reconociendo la hipotenusa y los catetos.</p> <p>3.3 Construir, utilizando programas informáticos sencillos, puzles geométricos que permitan comprobar la veracidad del teorema de Pitágoras.</p> <p>3.4 Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas de cálculo de longitudes y de áreas en polígonos regulares.</p> <p>3.5 Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas geométricos en contextos reales.</p> <p>3.6 Utilizar las unidades y la precisión adecuadas al contexto del problema planteado.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.• Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.
<p>4. Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes.• Utiliza la escala para resolver problemas de la vida cotidiana sobre



<p>4.1 Reconocer, entre un conjunto de figuras, las que son semejantes.</p> <p>4.2 Enunciar las condiciones para que dos figuras sean semejantes.</p> <p>4.3 Dar las condiciones para que dos triángulos rectángulos sean semejantes.</p> <p>4.4 Determinar, dadas dos figuras semejantes, la razón de semejanza.</p> <p>4.5 Calcular la longitud de los lados de una figura que es semejante a una dada, conocida la razón de semejanza.</p> <p>4.6 Construir una figura semejante a una dada, conocida la razón de semejanza.</p> <p>4.7 Calcular la razón entre las superficies de dos figuras semejantes.</p> <p>4.8 Calcular la razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes.</p> <p>4.9 Conocer el concepto de escala.</p> <p>4.10 Aplicar el concepto de escala para interpretar planos y mapas.</p> <p>4.11 Resolver problemas del cálculo de la altura de un objeto conocida su sombra.</p>	<p>planos, mapas y otros contextos de semejanza.</p>
---	--



Unidad didáctica 10	Bloques de contenidos 4
Poliedros y cuerpos de revolución. Áreas y volúmenes	Geometría
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Poliedros y cuerpos de revolución. Desarrollos planos y elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes.• Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros y cuerpos redondos. Cálculo de longitudes y superficies del mundo físico.• Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Analizar distintos cuerpos geométricos (cubos, ortoedros, prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas) e identificar sus elementos característicos (vértices, aristas, caras, desarrollos planos, secciones al cortar con planos, cuerpos obtenidos mediante secciones, simetrías, etc.). <p>1.1 Reconocer, describir, clasificar y representar los cuerpos geométricos presentes en el entorno.</p> <p>1.2 Identificar los principales elementos de los poliedros: vértices, aristas, altura, caras, etc.</p> <p>1.3 Identificar los elementos básicos del cilindro, el cono y la esfera: centro, radio, altura, generatriz, etc.</p> <p>1.4 Representar, dado un cuerpo geométrico, su desarrollo plano.</p> <p>1.5 Construir, a partir de su desarrollo plano, el cuerpo geométrico correspondiente.</p> <p>1.6 Visualizar las secciones obtenidas al cortar los cuerpos geométricos por planos, utilizando materiales manipulativos o herramientas informáticas sencillas.</p>	<ul style="list-style-type: none">• Analiza e identifica las características de distintos cuerpos geométricos, utilizando el lenguaje geométrico adecuado.• Construye secciones sencillas de los cuerpos geométricos, a partir de cortes con planos, mentalmente y utilizando los medios tecnológicos adecuados.• Identifica los cuerpos geométricos a partir de sus desarrollos planos y recíprocamente.
2. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico, utilizando propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.	<ul style="list-style-type: none">• Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos, utilizando los lenguajes geométrico y algebraico adecuados.



<p>2.1 Comprender y diferenciar los conceptos de longitud, superficie y volumen, así como las unidades asociadas a cada una de las magnitudes.</p> <p>2.2 Realizar estimaciones sobre el tamaño de los objetos y las medidas pedidas de los mismos, utilizando las unidades adecuadas.</p> <p>2.3 Utilizar conceptos y estrategias diversas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de figuras sencillas sin aplicar las fórmulas.</p> <p>2.4 Determinar qué datos son necesarios para resolver un problema geométrico.</p> <p>2.5 Calcular volúmenes de poliedros y cuerpos de revolución mediante fórmulas o medidas indirectas.</p> <p>2.6 Resolver problemas cercanos a su entorno en el que aparezcan los elementos estudiados.</p> <p>2.7 Resolver problemas que requieran la estimación o el cálculo de valores de magnitudes referentes a cuerpos en el espacio (poliedros, cuerpos de revolución) o medidas indirectas en las que haya que utilizar la semejanza de figuras geométricas.</p> <p>2.8 Explicar el proceso seguido para resolver problemas geométricos.</p>	
---	--



Unidad didáctica 11	Bloques de contenidos 5
Probabilidad	Estadística
Contenidos: <ul style="list-style-type: none">• Fenómenos deterministas y aleatorios.• Sucesos asociados a distintos fenómenos aleatorios.• Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación.• Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.• Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Lanzamiento de monedas y dados, extracción de cartas de una baraja.• Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos.• Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.	
Criterios de evaluación e indicadores	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, valorando la posibilidad que ofrecen las matemáticas para analizar y hacer predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia aleatoria, o el cálculo de su probabilidad. 1.1 Identificar y proponer ejemplos de experimentos aleatorios y experimentos deterministas. 1.2 Identificar sucesos simples asociados al espacio muestral de un experimento aleatorio. 1.3 Calcular la frecuencia relativa de un suceso mediante experimentación. 1.4 Predecir resultados asociados a un fenómeno aleatorio a partir de la experimentación. 1.5 Predecir resultados asociados a un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de la probabilidad.	<ul style="list-style-type: none">• Identifica los experimentos aleatorios y los distingue de los deterministas.• Calcula la frecuencia relativa de un suceso mediante la experimentación.• Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de esta mediante la experimentación.
2. Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los	<ul style="list-style-type: none">• Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas,



<p>fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación.</p> <p>2.1 Describir experimentos aleatorios sencillos como lanzamiento de dados y monedas o extracción de cartas de una baraja.</p> <p>2.2 Representar el espacio muestral asociado a distintos experimentos aleatorios sencillos utilizando distintas técnicas como tablas, recuentos o diagramas de árbol.</p> <p>2.3 Diferenciar sucesos elementales equiprobables y no equiprobables y proponer ejemplos de ambos tipos de sucesos.</p> <p>2.4 Utilizar la regla de Laplace para calcular probabilidades de sucesos asociados a experimentos sencillos.</p> <p>2.5 Expresar el resultado del cálculo de probabilidades como fracción y como porcentaje.</p>	<p>recuentos o diagramas en árbol sencillos.</p> <ul style="list-style-type: none">• Distingue entre sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.• Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace, y la expresa en forma de fracción y como porcentaje.
---	---

2.7. METODOLOGÍA

El proceso de enseñanza y aprendizaje se centrará en el carácter instrumental y formativo de las matemáticas, fundamental para el desarrollo cognitivo del alumnado. Concretamente, tendrá por objeto el desarrollo de las siguientes capacidades (Anexo I del Decreto 43/2015, de 10 de junio):

- Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos o científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
- Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
- Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis



de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

- Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos y otros) presentes en los medios de comunicación, internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
- Reconocer las formas y relaciones espaciales que se presentan en la vida cotidiana, analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y sensibilizarse a la belleza que generan al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
- Utilizar de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores y otros) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- Actuar ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.
- Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas.
- Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- Valorar las matemáticas como parte integrante de nuestra cultura, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar



las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad de género o la convivencia pacífica.

Para alcanzar estas capacidades de esta etapa, es necesario aplicar una metodología adecuada. En esta programación se van a aplicar dos metodologías: por un lado, el método de la enseñanza expositiva, fundamentado en la teoría del aprendizaje asimilativo de Ausubel (1989), y, por otro lado, el método del aprendizaje por descubrimiento guiado de Bruner (1980).

El **método de la enseñanza expositiva** es un método por el que el o la docente presenta la información, organizada en su forma final, para que el alumnado la pueda aprender con un cierto grado de significatividad, siguiendo la línea establecida por la teoría del aprendizaje asimilativo. Es, por lo tanto, un método adecuado para enseñar objetivos de comprensión y el cómo de algunos procedimientos. Este método consta de las siguientes fases:

- **Motivación:** cuando sea posible, puede presentarse la explicación como solución a alguna pregunta problema motivadora que puede ser un problema lógico, práctico o afectivo. Se puede empezar por las consecuencias prácticas y luego explicar la teoría. A la inversa motiva menos.
- **Organizadores previos:** el alumnado debe relacionar la nueva información con aquellos conceptos que ya conoce, los denominados conceptos inclusores. Con el objetivo de que el alumnado recuerde estos conceptos se llevara a cabo una actividad de repaso mediante preguntas relacionadas con dichos conceptos.
- **Desarrollo de la explicación:** la organización de la información es la variable metodológica fundamental para que el profesorado pueda convertirla en un mensaje coherente que pueda aprenderse significativamente. Por ello, el o la docente deberá tratar de explicar tratando de ir de lo general a lo particular, dando ejemplos y fomentando la participación del alumnado para garantizar que sabe esos conocimientos.
- **Síntesis final:** finalmente el o la docente debe resumir los aspectos más importantes que se hayan visto para que el alumnado afiance esos conocimientos.



El **aprendizaje por descubrimiento** es un modelo de educación más constructivista, dado que se centra en el alumnado pues es éste el que mediante investigaciones y resoluciones de problemas logrará el aprendizaje final. Mediante esta metodología se pretende que el alumnado relacione conceptos, busque los conocimientos y asimile esa información, incorporándola de ese modo a sus aprendizajes previos. De esta forma, el alumnado crea sus propias herramientas para ir adquiriendo sus propios conocimientos mientras que el docente se convierte en un mero guía del proceso. Es un método, por lo tanto, más adecuado para la resolución de problemas.

2.8. ACTIVIDADES TIPO

El diseño de las actividades con las que se va a desarrollar esta programación es flexible, pero un diseño inicial de partida sería el siguiente:

- **Actividades para indagar conocimientos previos.** Estas actividades permiten al profesorado conocer que es lo que realmente recuerda el alumnado, sabe o escuchó sobre la materia que se va a trabajar.
- **Actividades de aprendizaje.** Se trata de actividades en las que se trabajan los distintos tipos de contenidos dentro de cada unidad didáctica.
- **Actividades de comprensión.** Con estas actividades se pretende que el alumnado comprenda realmente la explicación del tema. La principal actividad de este tipo es la resolución de problemas donde el alumnado deberá relacionar todos los contenidos trabajados previamente en la unidad didáctica, de forma que van construyendo de manera autónoma su propio aprendizaje, consiguiendo así trabajar significativamente.
- **Actividades de refuerzo.** Además de las actividades programadas dentro de cada unidad didáctica, se diseñan actividades extra de cara a reforzar los contenidos que el alumnado no haya interiorizado.
- **Actividades de ampliación.** Destinadas a aquel alumnado que ha alcanzado el nivel de los objetivos planteados para la unidad, de forma que pueda aumentar sus conocimientos.
- **Actividades de síntesis.** Estas actividades tienen el objetivo de repasar todos los contenidos de la unidad didáctica.



- **Actividades de evaluación.** Similares a las anteriores, pero con las que se pretende evaluar los contenidos que va interiorizando el alumnado, por ejemplo, mediante pruebas de examen.

2.9. RECURSOS, MEDIOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS

Todas las clases se desarrollarán en el aula de referencia con la utilización de los siguientes recursos de los que dispone el centro:

- Aulas de informática. Este curso dadas las restricciones impuestas por la normativa sanitaria no es posible utilizar las aulas de informática para la asignatura de Matemáticas lo que imposibilita el uso del software informático tal y como se realizaba en cursos anteriores.
- Miniordenadores personales aula 2.0, aunque cada vez se utilizan menos dado que ha disminuido el número de unidades disponibles en el centro.
- Ordenadores y proyectores en todas las aulas, que el profesorado puede utilizar con cualquier recurso informático para el desarrollo de sus clases.
- Pizarras digitales.

Por otro lado, los materiales didácticos que se utilizarán son los siguientes:

- Libro de texto de la editorial Santillana, Proyecto Saber Hacer. Serie Resuelve.
- El cuaderno de trabajo del alumnado donde toma los apuntes de clase y resuelve las tareas propuestas.
- Colecciones de ejercicios suministradas por el o la docente al alumnado para complementar los contenidos del libro de texto.
- Calculadora, la cual no tiene por qué ser necesariamente científica.
- Diferentes útiles de dibujo.

2.10. PROCEDIMIENTOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La evaluación hace referencia al conjunto de actividades programadas para recopilar información sobre la que podamos reflexionar y tomar decisiones con el fin de mejorar las estrategias de enseñanza-aprendizaje. Esta evaluación será continua, formativa e integradora de forma que vayamos orientando de forma oportuna y pertinente



a los estudiantes acerca de sus fortalezas y áreas de mejora y a la vez nos proporcione evidencias e información que nos permitan mejorar la propia práctica y el propio proceso de enseñanza-aprendizaje y lograr así la consecución de los objetivos establecidos para la etapa y del desarrollo las competencias básicas. Además, la evaluación será aditiva de forma que se refleje el progreso del alumnado.

2.10.1. Procedimientos e instrumentos de evaluación

Los procedimientos de evaluación que se utilizarán para hacer el seguimiento del alumnado, así como las incidencias que puedan surgir en torno a la materia, son los siguientes:

- *Observación sistemática*: aquí se incluyen listas de control (registra la ausencia o presencia de un determinado rasgo) y el registro anecdótico (fichas en las que se recogen comportamientos no previsibles de antemano y que aportan información sobre carencias o actitudes positivas).
- *Análisis de producciones del alumnado*: aquí se incluyen los proyectos realizados por el alumnado, el cuaderno de la clase, la resolución de ejercicios y problemas en el aula, producciones orales.
- *Pruebas específicas*: estas pruebas que pueden ser orales o escritas podrán ser objetivas, de interpretación de datos, resolución de ejercicios o problemas, pero sobre todo deberán ser lo más variadas posibles para conseguir una mayor fiabilidad.

2.10.2. Criterios de calificación

Además de los instrumentos de evaluación, son necesarias otras herramientas para llevar a cabo la evaluación, como son los criterios de calificación y los sistemas de recuperación. Además del trabajo regular y autónomo de toda actividad planteada, tanto en clase como en casa, el trabajo del cuaderno y las pruebas escritas, se asigna el siguiente valor a los instrumentos de evaluación en las calificaciones de cada una de las evaluaciones:

- Realización de ejercicios en casa, la actitud hacia la materia y su seguimiento: 20%.
- Trabajos específicos o informes: 20%. Durante las clases, se procurará promover la participación del alumnado asiduamente, mediante la propuesta de ejercicios y



problemas, algunos de los cuales se resolverán en clase y otros se recogerán. También se tendrá en cuenta la realización de proyectos.

- Pruebas escritas: 60%. Con el fin de comprobar el nivel de adquisición de los contenidos impartidos, se realizarán múltiples pruebas a lo largo de cada evaluación, ya sean de una unidad completa o de contenidos puntuales de las mismas. Se procurará que sean variadas y con diferentes formatos de preguntas: respuesta múltiple, de respuesta corta, ejercicios y problemas.

Aquel alumno o alumna que alcance en una evaluación una nota media de 5 o superior habrá superado dicha evaluación. El alumnado que tenga pendiente alguna evaluación llevará a cabo su recuperación mediante la realización de actividades extra de recuperación en los plazos establecidos. La entrega dentro de estos plazos y en la forma establecida, contará un 20 % de la nota de recuperación, su actitud hacia la materia otro 20 % de la nota y finalmente, el 60 % restante será la nota obtenida en una prueba objetiva. Al final de la tercera evaluación, se llevará a cabo también una prueba de recuperación de los criterios no alcanzados en evaluaciones anteriores. La media aritmética de las notas obtenidas en cada una de las evaluaciones será la nota final de junio.

En el caso de aquel alumnado al que le quede pendiente la asignatura para la convocatoria extraordinaria de septiembre, éste deberá realizar una serie de actividades de refuerzo, que se les entregarán en el mes de junio y que supondrán el 20 % de la nota final. El 80 % restante corresponderá a la prueba escrita global que deberán realizar de los criterios de evaluación no alcanzados. La nota final de esta convocatoria de septiembre será la suma de las notas alcanzadas en ambos apartados.

2.11. MEDIDAS DE REFUERZO Y DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Según el Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principio de Asturias, se entiende por atención a la diversidad al conjunto de actuaciones educativas dirigidas a dar respuesta a las diferentes capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, motivaciones e intereses, situaciones sociales, culturales, lingüísticas y de salud del alumnado. La atención a la diversidad del alumnado tenderá a alcanzar los objetivos y las competencias establecidas para la Educación Secundaria Obligatoria y se regirá por los principios de calidad, equidad e igualdad de oportunidades, normalización, integración e inclusión



escolar, igualdad entre mujeres y hombres, no discriminación, flexibilidad, accesibilidad y diseño universal y cooperación de la comunidad educativa.

Luego el centro deberá desarrollar medidas de atención a la diversidad para dar respuesta a las necesidades educativas del alumnado. Es imprescindible tener en cuenta los distintos ritmos de aprendizaje de forma que al planificar las actividades que desarrollaremos en el aula, tenemos que pensar en la totalidad del alumnado, los que avanzan bien y los que tienen dificultades, intentando que cada uno desarrolle al máximo sus capacidades, en función de sus posibilidades, facilitar el aprendizaje de forma autónoma, y trabajar a niveles diferentes según las capacidades del alumnado.

Las medidas que se van a desarrollar para dar respuesta a esta diversidad se pueden agrupar en:

Adaptaciones significativas: estrategias educativas que se basan en la modificación, eliminación o ampliación de algunos de los componentes elementales del currículo. El departamento de orientación realizará un seguimiento de las evaluaciones psicopedagógicas, de forma que los resultados obtenidos determinarán la necesidad de aplicar adaptaciones significativas a un alumnado determinado que presente dificultades significativas en su aprendizaje.

Adaptaciones no significativas: se trata de medidas que no modifican los elementos principales y descriptivos del currículo y de la programación, es decir, objetivos, contenidos y criterios de evaluación mínimos. Dentro de éstas, las medidas que se desarrollarán son:

- Actividades de refuerzo y ampliación. Las actividades de refuerzo se basan en presentar un planteamiento más sencillo y distinto enfoque que el resto de las actividades, de forma que el alumnado que no pueda seguir el ritmo de la clase interiorice los contenidos. Por el contrario, las actividades de ampliación van destinadas a aquel alumnado que habiendo realizado satisfactoriamente las actividades ordinarias, siga aprendiendo con conocimientos nuevos.
- Agrupamientos flexibles. Consisten en agrupar al alumnado según sus diferentes ritmos de trabajo y de asimilación de contenidos, de forma que se pueda profundizar en las necesidades reales de cada grupo y ofrecer a cada grupo contenidos al nivel de complejidad más adecuado para sus componentes.



- Alumnado repetidor. En el caso de este alumnado, se establecerá un programa específico, haciendo más hincapié en aquellos aspectos en los que el alumno o la alumna tuvo más problemas el curso anterior.
- Otras medidas. De igual manera y de forma no significativa se podrá llevar a cabo todo tipo de cambios que beneficien el trabajo del o de la docente, como, por ejemplo, cambios en la metodología, cambios en el mobiliario, introducir materiales que faciliten el entendimiento de los contenidos, etc.

En nuestras aulas, tal y como se describió en el apartado “Contexto de aula” tenemos varios alumnos con trastorno por déficit de atención y una alumna extranjera que se ha incorporado tarde al curso. Las medidas a tomar para atender a las necesidades de estos alumnos y esta alumna serán las siguientes:

Alumnado con trastorno por déficit de atención con o sin hiperactividad. Las principales dificultades que presenta el alumnado con TDAH en la materia son: pobre comprensión de enunciados, debido a la escasa comprensión lectora y a las dificultades de aprendizaje propias del TDAH; errores y descuidos con los signos; errores de cálculo y lentitud, en ocasiones extrema en la ejecución de los cálculos.

Para tratar de sobrellevar dichas dificultades se tratará de:

- Controlar su trabajo en espacios cortos, dejándole trabajar de forma autónoma, pero estando atento a posibles bloqueos.
- Reafirmar los conceptos básicos aritméticos: significado de los números, comprensión de los símbolos y propiedades asociadas a cada operación y estimación.
- No obligarle a copiar los enunciados de los problemas, permitiendo que dedique ese tiempo a razonar y comenzar la resolución.
- Evitar los enunciados largos, y si son necesarios, simplificar su complejidad.
- En cuanto a la evaluación de dicho alumnado las medidas posibles a tomar son:
 - Se plantearán preguntas cortas con enunciados directos.
 - Situarle cerca del o de la docente durante el examen para supervisar la concentración y evitar posibles distracciones
 - Adaptar el tiempo necesario para la resolución del examen.



- Se será flexible con los errores de despiste, la presentación y ortografía en la corrección de las pruebas escritas.

Alumnado de incorporación tardía. De manera general se debería realizar una prueba al alumno o la alumna para determinar su nivel inicial. Sin embargo, en el caso de esta alumna extranjera que se incorporó tarde al centro, esto no fue posible debido a su desconocimiento del castellano. Luego lo que se hará es elaborar, en colaboración con el departamento de orientación, una serie de fichas individualizadas con el fin de vaya adquiriendo el conocimiento necesario del castellano para poder seguir las asignaturas. Para ello contará con la colaboración de una PT en el aula 3 de las 5 clases semanales, que se centrará en la realización de estas fichas. Durante el resto de las clases, el o la docente de la asignatura tratará de dar una atención más individualizada a esta alumna para conseguir que al menos sea capaz de seguir la clase y alcance unos conocimientos mínimos de la misma.

Programa de refuerzo para recuperar los aprendizajes no adquiridos cuando se promoció con evaluación negativa en la asignatura. Tal y como establece la legislación vigente, a aquel alumnado que, habiendo promocionado de curso, tenga pendiente la asignatura de Matemáticas del curso anterior, se les diseñará un plan de trabajo personalizado siguiendo las siguientes pautas:

- Se fijarán una serie de actividades relacionadas con los contenidos correspondientes a esa evaluación, que el alumno o la alumna deberá realizar y entregar en los plazos estipulados y que serán corregidas por el o la docente responsable. La entrega de todas estas actividades será obligatoria, pero no suficiente para aprobar la asignatura. En cualquier caso, si el alumno o alumna tiene dudas, siempre podrá resolverlas con el o la docente responsable de la asignatura, quien comprobará a lo largo de cada trimestre los progresos realizados por este.
- Además de la entrega de todas estas actividades propuestas, al final de cada evaluación el alumno o la alumna realizará una prueba escrita cuyos ejercicios serán elegidos de entre las actividades propuestas con el objetivo de comprobar que dichas actividades fueron realmente realizadas por él.



- La calificación de cada evaluación será la obtenida en la prueba escrita, siempre y cuando haya entregado todas las actividades requeridas. En el caso de que no las haya entregado se le penalizará en la nota final.
- El alumnado que obtenga una calificación negativa podrá realizar al finalizar la evaluación una recuperación que consistirá según los casos en:
 - Entrega de las actividades no realizadas.
 - Realización de otra prueba escrita.
 - Entrega de actividades y realización de la prueba escrita.
- La calificación final del curso será la media aritmética de las tres notas de las evaluaciones, una vez hechas las recuperaciones correspondientes si fueran necesarias.
- El alumnado con calificación negativa en la convocatoria ordinaria, tendrán que llevar a cabo en la extraordinaria según el caso:
 - Entregar las actividades propuestas y no realizadas.
 - Realizar una prueba escrita de los aprendizajes no alcanzados.
 - Entregar las actividades no realizadas y realizar una prueba escrita de los aprendizajes no alcanzados.

2.12. PLAN DE LECTURA, ESCRITURA E INVESTIGACIÓN (PLEI)

El Decreto del Principado de Asturias 43/2015 por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria prevé que los centros docentes, en el ejercicio de su autonomía pedagógica, incluirán en su proyecto educativo el plan de lectura, escritura e investigación, el cual deberá ser concretado en las programaciones docentes de cada departamento (art. 34.h, y art. 35.2.h). Establece además que, con el fin de fomentar el hábito y el gusto por la lectura, se dedicará un tiempo a la misma en la práctica docente de todas las materias no inferior a una hora semanal en cada grupo. Es por ello, que, con esta programación, el departamento de matemáticas pretende responder a este fomento de la lectura y desarrollo de la escritura mediante las siguientes estrategias didácticas:



- Durante el desarrollo de las clases el profesorado deberá conseguir que el alumnado no solamente comprenda los conceptos y procedimientos utilizados, sino que sea capaz de expresarlos tanto oralmente como por escrito con corrección.
- Se exigirá al alumnado, y se valorará a la hora de evaluarlo, que tenga en su libreta de trabajo correctamente escritas aquellas anotaciones que sean pertinentes para trabajar con ella: definiciones de los conceptos utilizados (en un lenguaje asequible para la edad del alumnado), explicaciones necesarias para la comprensión de los ejercicios realizados, enunciados de los problemas y respuestas a las preguntas que éstos plantean, etc.
- Se exigirá al alumnado, y se valorará, la corrección tanto sintáctica como ortográfica en su libreta, en las actividades realizadas en clase y en las pruebas escritas.

Además, en cada unidad didáctica se llevará a cabo la lectura en clase de una lectura relacionada con las matemáticas y en concreto con los conceptos que se hayan trabajado en esa unidad didáctica. En este sentido, la biblioteca del centro dispone distintas lecturas, tanto de divulgación científica, como novelas que enriquecerán su punto de vista sobre distintos aspectos de las matemáticas. Algunos ejemplos de lecturas propuestas al alumnado durante este curso son:

- **El señor del Cero.** Historia desarrollada en el siglo X, en un momento en el que el Califato de Córdoba irradia un gran esplendor cultural, que narra como José, un joven mozárabe que posee una sorprendente capacidad para el cálculo, se ve obligado a abandonar su tierra. Permite al alumnado, entre otras, comprender los modos históricos en que se desarrollaron las matemáticas como ciencia.
- **El asesinato del profesor de matemáticas.** Tres alumnos que odian las matemáticas tienen que investigar el asesinato de su profesor, para ello tendrán que resolver varios problemas y descubrirán que no son tan difíciles. Se trata de un libro que es un juego de forma que hace que el alumnado se ría al mismo tiempo que se ven obligados a involucrarse en la historia para ir resolviendo los problemas que los llevarán a resolver el misterio.
- **Póngame un kilo de matemáticas.** Las matemáticas han sido durante mucho tiempo sinónimo de dificultad y aburrimiento y no es justo, más cuando las matemáticas están presentes en todo lo que nos rodea. Es por ello por lo que este libro pretende cambiar



este concepto de las matemáticas entre el alumnado. Para ello mediante diversas actividades, este libro permitirá a sus lectores y lectoras describir la cara divertida y curiosa de las matemáticas.

2.13. ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS Y EXTRAESCOLARES

Durante el mes de septiembre se programan tanto las actividades complementarias como las extraescolares que se planean desarrollar a lo largo del curso escolar, incluyéndolas por lo tanto en la Programación General. Sin embargo, en este curso atípico condicionado por la situación sanitaria, el desarrollo de estas actividades dependerá de la situación existente en cada momento luego pueden sufrir todo tipo de modificaciones para adaptarse a dicha situación.

Entre las actividades complementarias planteadas para este curso escolar está la realización un “Concurso de cálculo mental” cada semana el cual permitirá a los estudiantes explorar diferentes vías para calcular y operar con los números además de favorecer su adquisición de habilidades de concentración y atención. Este concurso se hará siempre durante la última clase de la semana, cuando el alumnado está más cansado de forma que se consiga mantener su atención. Cada concurso estará relacionado con los contenidos que se hayan dado en la semana anterior, por ejemplo, cuando se hayan dado los monomios, dicho concurso constará de 20 cuestiones en las que el alumnado tiene que resolver 20 monomios en un tiempo de 2 minutos. Se sumará el número de aciertos de todos los alumnos y las alumnas de ese grupo en las pruebas semanales de forma que se establezca una competición entre todos los grupos de 2º de ESO. Al final de curso aquella clase que haya sumado mayor número de aciertos semana a semana será la ganadora por lo que obtendrá un premio. En el caso de que la situación sanitaria no permita realizarlo de manera presencial se podría adaptar y llevarlo a cabo de forma telemática.

Otra de las actividades propuestas es un “Ciclo de cine matemático”, cuyo objetivo es fomentar en el alumnado su gusto por el cine y su relación con las matemáticas. En función de la película escogida, el profesorado puede con esta actividad motivar al alumnado, enseñarles situaciones de uso real de las matemáticas, una visión histórica de las mismas, etc. Se puede realizar mediante el visionado de escenas o fragmentos cortos, lo que permitirá abordar más conceptos durante la clase y dejar el visionado de películas enteras para los días previos a las vacaciones. Como herramienta para llevar a cabo esta



actividad está la página web *Mathematical Fiction* (<http://kasmana.people.cofc.edu/MATHFICT/>), donde se pueden encontrar más de 1000 referencias matemáticas en distintos medios, incluyendo cine y televisión. Esta actividad se podrá llevar a cabo siempre y cuando se mantenga la presencialidad en el centro, manteniendo las distancias y resto de medidas de prevención. En caso de no poderse llevar a cabo de manera presencial, se podría facilitar su acceso a través de alguna plataforma online.

Por último, otra actividad que sí que se puede llevar a cabo salvo empeoramiento muy grave de la situación, es el concurso de “Fotografía matemática” con el que se pretende familiarizar al alumnado con la fotografía y su relación con las matemáticas.

En cuanto a las actividades extraescolares, se propone la asistencia a la “Olimpiada Matemática Asturiana” (<http://www.pedrayes.com/index.php>) siempre y cuando sea posible su celebración, en el tercer semestre. Desde el centro, se propone además la celebración del concurso “Logicón” con el que se pretende fomentar la lógica y el ingenio del alumnado. Se trata de un concurso en el que el alumnado en grupos de 4 o 5 miembros, deben resolver tres problemas (de lógica o ingenio y uno de habilidad) en cada fase. El concurso consta de tres fases eliminatorias siendo el equipo ganador aquel que gane la fase final del concurso.

2.14. INDICADORES DE LOGRO Y PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN DE LA APLICACIÓN Y EL DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN DOCENTE

Al igual que se debe evaluar el proceso de aprendizaje del alumnado, es necesario evaluar el proceso de enseñanza. Ambos procesos de evaluación son complementarios e interdependientes. Para evaluar los procesos de enseñanza y de la práctica de los y las docentes se tendrá en cuenta la estimación, tanto de aspectos relacionados con la programación (adecuación de sus elementos al contexto, identificación de los elementos, etc.), de los recursos utilizados, así como los relacionados con su aplicación (actividades desarrolladas, respuesta a los intereses del alumnado, selección de materiales, distribución de espacios, de tiempo, agrupación de alumnado, etc.).

Para aplicar este planteamiento en cada una de las unidades didácticas se llevará a cabo el seguimiento de una serie de indicadores de evaluación sobre la labor docente, con



el objetivo de valorar y mejorar toda actuación. A continuación, se muestra alguno de los indicadores de logro que se tendrán en cuenta para llevar a cabo esta valoración:

- Adecuación de la secuencia y distribución temporal de las unidades didácticas y, en ellas, de los objetivos, contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables.
- Validez de los perfiles competenciales y de su integración con los contenidos de la materia.
- Evaluación del tratamiento de los temas transversales.
- Pertinencia de las medidas de atención a la diversidad y las adaptaciones curriculares aplicadas.
- Valoración de las estrategias e instrumentos de evaluación de los aprendizajes del alumnado.
- Pertinencia de los criterios de calificación.
- Evaluación de los procedimientos e instrumentos de evaluación
- Idoneidad de los materiales y recursos didácticos utilizados.
- Adecuación de las actividades extraescolares y complementarias programadas.
- Detección de los aspectos mejorables e indicación de los ajustes que se realizarán en consecuencia.

Además, el alumnado realizará también una evaluación del proceso de enseñanza. Para ello se facilitará al alumnado al finalizar cada unidad didáctica, unos cuestionarios en los que evaluarán el proceso de enseñanza en esa unidad didáctica.

Esta evaluación del proceso de enseñanza tendrá un carácter meramente formativo, orientado a facilitar la toma de decisiones para introducir aquellas modificaciones oportunas que permitan llevar a cabo una mejora del proceso de manera continua. De esta manera, se pretende que la evaluación contribuya a garantizar la calidad y eficacia del proceso educativo.



PARTE III. PROYECTO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

3.1. PROBLEMA PLANTEADO

La propuesta de investigación educativa que se desarrolla a continuación se centra en el análisis de errores que comete el alumnado en un ejercicio del examen de Evaluación de Bachillerato para Acceso a la Universidad de Oviedo (EBAU), así como la configuración de los problemas que se plantean desde el punto de vista del Enfoque Ontosemiótico. En concreto, este trabajo se centra en un ejercicio de inferencia estadística de la fase de acceso del curso 2019/2020 de la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, de la modalidad del Bachillerato de Ciencias Sociales y Humanidades.

El análisis de errores en didáctica de las Matemáticas es una herramienta muy importante para obtener información sobre las dificultades del alumnado a la hora de afrontar el aprendizaje y su análisis sirve para ayudar al docente a organizar estrategias para una mejor enseñanza/aprendizaje.

3.2. INTRODUCCIÓN

Según Socas (1997), el error, aunque con diferentes procedencias, debe ser siempre considerado como la presencia en el alumnado de un esquema cognitivo inadecuado y no debido a la ausencia de conocimiento o por algún tipo de despiste.

El hecho de conocer los errores más comunes que comete el alumnado a la hora de afrontar determinados contenidos matemáticos no hace sino ayudar al o a la docente a llevar a cabo una enseñanza más adecuada que garantice el correcto aprendizaje de los contenidos por parte del alumnado (Socas, 1997). De ahí que la investigación de los errores en matemáticas haya sido muy frecuente en los últimos años, y se haya caracterizado por aproximaciones y distintos intereses, estando determinada por los objetivos y las diversas formas de organización de los currículos de matemáticas, así como por ciertas corrientes predominantes de la psicología y la pedagogía (Socas, 2007).

Si bien el análisis de errores era más habitual en aritmética y álgebra (por ejemplo, Engler *et al.*, 2004; González-García *et al.*, 2018; Rico y Castro, 1994; Rodríguez-Muñiz y Candás, 2017; Ruano *et al.*, 2008), durante las últimas décadas son varios los trabajos que se han centrado en el análisis de errores en el campo de la estadística (Batanero, 2020;



Batanero *et al.*, 2020; Castro-Sotos *et al.*, 2007; de la Fuente y Díaz-Batanero, 2004; Harradine *et al.*, 2011). Dentro de la estadística, la inferencia es el campo donde existe un mayor número de estudios de errores, probablemente debido a que no sólo interesa a expertos en didáctica sino también a estadísticos y psicólogos (López-Martín, 2020). Entre los trabajos publicados destacan los estudios llevados a cabo por Espinel *et al.* (2006; 2007) y García y García (2005) y las investigaciones realizadas en este campo por el Grupo de Investigación sobre Educación Estadística de la Universidad de Granada quienes han desarrollado una intensa investigación centrada en el análisis de los problemas de probabilidad de las pruebas de acceso a la universidad en Andalucía en el periodo 2003-2014 (Carretero *et al.*, 2015; Contreras *et al.*, 2015; López-Martín *et al.*, 2015; López-Martín *et al.*, 2016). Siguiendo esta línea, más recientemente, López-Martín (2020) ha complementado estos trabajos a través de su estudio de los problemas de inferencia estadística planteados en las Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) de la modalidad del Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales en la Comunidad Autónoma Andaluza, desde el curso 2002-2003 hasta el curso 2013-2014, en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.

En cuanto a la naturaleza de los errores más habituales, tal y como ha publicado Espinel *et al.* (2007), la hipótesis nula y alternativa, los intervalos de confianza, los estadísticos del contraste y las distribuciones muestrales son los principales conocimientos que resultan más difíciles de entender al alumnado, ya que son conceptos abstractos, algunos basados en fórmulas y que se alejan del lenguaje al que está acostumbrado dicho alumnado. Además, en muchas ocasiones el escaso conocimiento de álgebra y cálculo que tiene el alumnado cuando estudia estadística hace que su comprensión sea más limitada (Artigue *et al.*, 2007)

Según Espinel *et al.* (2007) los principales errores que comete el alumnado a la hora de afrontar un problema de inferencia estadística son:

- Dificultad para entender la noción de probabilidad.
- Tipificación errónea de la distribución normal.
- Uso incorrecto de la tabla de probabilidades de la normal.
- Fallo en la aproximación de la binomial a la normal.



- Confusión entre muestra y población.
- Descuido ante cambios del tamaño muestral.
- Dificultad para discernir entre parámetro, estimador y estimación.
- Identificación y formulación confusa de los contrastes unilaterales y bilaterales.
- Intercambio del valor empírico con el valor muestral.
- Asignación incorrecta del nivel de confianza (1-a).
- Asociación errónea del nivel α y la probabilidad buscada.
- Interpretación errónea de las conclusiones en los contrastes.

En los últimos años, varios estudios se han centrado en el análisis de los errores más comunes en la comprensión y aplicación de la inferencia estadística, siendo el foco de interés de este trabajo aquellos que se centran en el alumnado de Bachillerato y, por lo tanto, en las pruebas de acceso a la universidad. Si bien la estadística y la probabilidad han estado presentes en el currículo de matemáticas durante décadas, el alumnado sigue cometiendo errores tanto en su comprensión como en su aplicación (Batanero, 2020; Batanero *et al.*, 2020; Castro-Sotos *et al.*, 2007) y la enseñanza se sigue centrando en conceptos, reglas y procedimientos que nada tienen que ver con la actividad estadística (Bakker y Derry, 2011). De ahí que con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje exista una mayor tendencia en los últimos años a introducir la estadística y la probabilidad a edades más tempranas y de una forma más experimental (Batanero *et al.*, 2012), lo que refleja el mayor impacto que éstas han ido adquiriendo. En el caso del alumnado de Bachillerato, quienes elijan la rama de Ciencias Sociales y Humanidades deben adquirir una buena formación en estadística y probabilidad, pues la mayoría estudiará un grado de ciencias sociales, como economía, administración y dirección de empresas, periodismo o comunicación, donde una buena base en inferencia estadística es fundamental.

Luego este trabajo se centra en los problemas de inferencia estadística, con el principal objetivo de complementar el estudio llevado a cabo por López-Martín (2020) en lo que a estos problemas de las pruebas de acceso a la Universidad se refiere.

3.3. JUSTIFICACIÓN Y FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para llevar a cabo este estudio se partirá del mismo marco teórico tomado como punto de partida por López-Martín (2020), donde tanto el significado como la comprensión de un objeto matemático son considerados más allá de la simple definición de este, y que además tiene en cuenta un modelo de los diferentes componentes del conocimiento del profesor de matemáticas.

Ese marco se basa en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática, desarrollado por Godino y sus colaboradores (Godino, 1996; 2002; 2017; Godino y Batanero, 1994; 1998; Godino *et al.*, 2007; 2020), quienes han proporcionado las herramientas para analizar los componentes de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el campo de la didáctica de las matemáticas. El EOS se caracteriza por la distinción que hace entre significado personal, como aquel que adquiere un individuo, y significado institucional, como aquel que es compartido dentro de una institución (Godino *et al.*, 2007).

En la figura 1 se muestra el esquema de la configuración ontosemiótica de prácticas, de los objetos que se consideran más importantes en la actividad de las matemáticas así como las dualidades desde las que considerar dichas ideas para llevar a cabo ese análisis institucional y personal de dicha actividad.

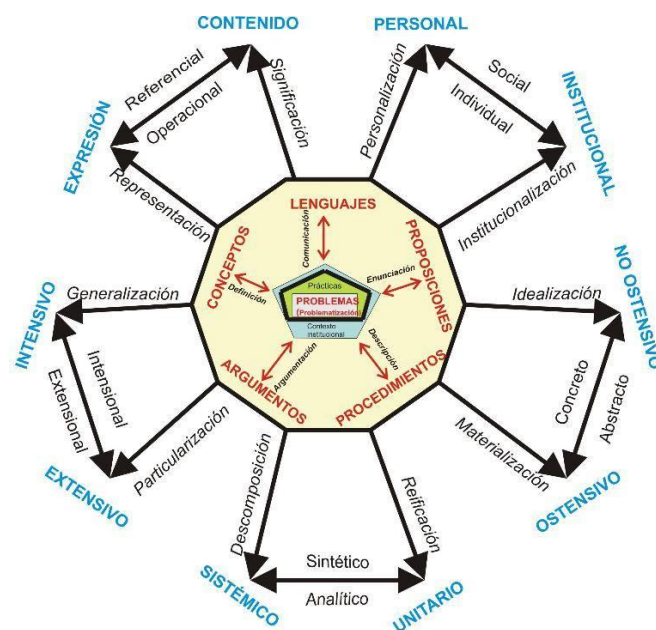


Figura 1. Configuración de prácticas, objetos y procesos (Godino, 2020).



En este trabajo se llevará a cabo un análisis basado en el EOS de un ejercicio de inferencia estadística del examen EBAU del curso 2019-2020 en la Universidad de Oviedo de la convocatoria ordinaria. Dicho problema (ejercicio 4B) cuyo enunciado y resolución se incluyen a continuación, evalúa el conocimiento de los estudiantes sobre el intervalo de confianza y la relación entre el error y el tamaño muestral.

Problema evaluado

Ejercicio 4B

En una determinada comunidad autónoma se ha seleccionado una muestra aleatoria de 500 personas, de las que 190 leen el periódico habitualmente*.

- Halla, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para estimar la proporción de personas que leen el periódico habitualmente en esa comunidad autónoma.
- En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? ¿Qué le ocurriría al error de estimación si, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, hubiese disminuido el tamaño muestral?

*Algunos valores de la función de distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$ y $F(2,58) = 0,995$.

Solución

Si representamos por p la proporción poblacional de personas que leen el periódico habitualmente y por \hat{p} la proporción de personas que lo leen de las $n = 500$ en la muestra, se tiene que p es desconocido y $\hat{p} = \frac{190}{500} = 0,38$.

- El intervalo de confianza, al nivel de confianza $(1-\alpha)$, 100%, para una proporción poblacional en muestras grandes es:

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

donde:

- \hat{p} representa la proporción muestral, en este caso $\hat{p} = 0,38$,
- n representa el tamaño de la muestra, en este caso $n = 500$ y
- $z_{\alpha/2}$ el valor que cumple $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha = 0,95$, para una variable Z con distribución $N(0,1)$ o, lo que es lo mismo, $P(Z < z_{\alpha/2}) = F(z_{\alpha/2}) = 0,975$, con lo cual $z_{\alpha/2} = 1,96$.

Así pues, con los datos de este ejercicio se tiene que un intervalo de confianza para la proporción, al 95% de confianza es:

$$\left(0,38 - 1,96 \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{500}}, 0,38 + 1,96 \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{500}} \right) = (0,337, 0,423),$$



es decir, tenemos una confianza del 95% de que el porcentaje de personas que leen habitualmente el periódico en esa comunidad está entre el 33,7% y el 42,3%.

b) En el intervalo anterior el error de estimación es

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1,96 \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{500}} = 0,043$$

Con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, si disminuye el tamaño muestral, aumenta el error de estimación, como se puede observar en la fórmula anterior, puesto que al disminuir n manteniendo el resto de los valores constantes, aumenta ε .

Para llevar a cabo el análisis de las respuestas dadas por los y las estudiantes, se ha descompuesto dicha respuesta en varios apartados. En primer lugar, se tienen en cuenta tres puntos para el apartado a), donde se pide construir el intervalo de confianza:

1. Planteamiento inicial para la construcción del intervalo, es decir, forma en que se propone dicha construcción.
2. Cálculo del intervalo. Operaciones realizadas para obtener los extremos y su corrección.
3. Interpretación del intervalo de confianza obtenido.

Por otro lado, el apartado b) que consiste en determinar el error de estimación se ha dividido en dos puntos:

1. Cálculo del error de estimación. Operaciones realizadas para obtener dicho valor.
2. Interpretación de la relación entre dicho error y el tamaño de la muestra.

3.4. OBJETIVOS E HIPÓTESIS

Para llevar a cabo este trabajo partimos del hecho de que esperamos encontrar ciertos conflictos semióticos entre el estudiantado, sobre todo en lo que se refiere a interpretación de los conceptos implicados en la inferencia estadística, así como un aprendizaje mecánico sin apenas comprensión de lo que están realizando.

Teniendo en cuenta esta hipótesis de partida, el objetivo de este trabajo es profundizar en las investigaciones realizadas por López-Martín (2020) en su análisis sobre las dificultades en la comprensión y aplicación de la inferencia estadística mediante



el análisis de los problemas propuestos en las pruebas de acceso a la universidad. Para ello, tomando como referencia la clasificación basada en el enfoque ontosemiótico que esta autora incluye en su tesis (López-Martín, 2020) sobre los errores que el profesorado cree que pueden cometer sus estudiantes al realizar problemas sobre intervalos de confianza, se establece la siguiente relación de errores para clasificar los encontrados en los exámenes revisados. A continuación, se detallan los errores considerados tanto para el apartado a) como para el apartado b) del ejercicio, diferenciando entre errores conceptuales, procedimentales y de interpretación en ambos apartados.

Apartado a)

Errores en el planteamiento del intervalo

Conceptual

- 1.1 No identificar el parámetro muestral
- 1.2 Confundir estadístico y parámetro
- 1.3 Otros errores conceptuales

Procedimental

- 2.1 Error al calcular la proporción de la muestra
- 2.2 No recordar la expresión del intervalo de confianza
- 2.3 Error en la fórmula del cálculo de los extremos del intervalo de confianza

Errores en el cálculo del intervalo

Procedimental

- 3.1 Uso incorrecto de la tabla de la normal
- 3.2 Errores de cálculo
- 3.3 Dificultad en trabajo con desigualdades
- 3.4 Dificultad en identificar los datos



Errores en la interpretación de los resultados

Interpretación

4.1 Aceptar como correcto un intervalo de confianza que no contiene a la proporción de la muestra o un intervalo mayor que 1

Apartado b)

Errores en el cálculo del error de estimación

Conceptual

5.1 Confundir error y tamaño muestral

5.2 No saber lo que es el error o expresarlo de forma porcentual

Procedimental

6.1 Error en la fórmula del cálculo del error

6.2 Error de cálculo

Errores en la interpretación de la relación entre el error y el tamaño de la muestra

Interpretación

7.1 No contextualizar el resultado

7.2 Interpretación incorrecta del resultado

3.5. DISEÑO METODOLÓGICO

Para llevar a cabo una primera fase de recogida de información, se solicitó a la Comisión Organizadora de las EBAU de Asturias el acceso a los exámenes archivados correspondientes a la convocatoria ordinaria de la Evaluación de Bachillerato para Acceso a la Universidad del curso 2019-2020 y durante cuatro jornadas, se revisaron los exámenes para recopilar todos los errores cometidos por los estudiantes. Se analizaron, por lo tanto, los exámenes correspondientes a la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de la fase de acceso de la prueba. Con el objetivo de tener una muestra lo más representativa posible se seleccionaron al azar los exámenes correspondientes a 9 sedes distintas de la comunidad asturiana. Han sido 601 exámenes los que se han analizado de un total de 1398 exámenes de dicha asignatura realizados en la comunidad asturiana. De los exámenes revisados, fueron un total de 402 exámenes en los que el o la



estudiante había realizado el ejercicio analizado en este trabajo, ya que son cuatro los ejercicios que debían de elegir entre los ocho propuestos correspondientes a cuatro bloques distintos.

El pilotaje de errores se realizó de acuerdo con la clasificación descrita y basada, como ya se ha mencionado previamente, en la establecida por López-Martín (2020) en su tesis. Para llevar a cabo este pilotaje de los errores que pueden darse en dicho ejercicio se toma un sobre de una de las sedes al azar, siendo el resto de los exámenes correspondientes a las otras sedes analizadas la muestra de investigación.

Esta clasificación de los errores detectados fue sin duda la parte más tediosa ya que se tuvo que identificar correctamente cada tipo de error con los de la clasificación y además fueron muchos los casos en los que el o la estudiante cometía más de un error, con lo que ha sido importante analizar con detalle todas las respuestas.

A continuación, se analizaron todos los resultados obtenidos con el fin de sacar conclusiones relacionadas con el trabajo de López-Martín (2020).

3.6. RESULTADOS

Como se ha mencionado anteriormente, para realizar el pilotaje se extrajo un sobre al azar correspondiente a una de las sedes en el que había 43 exámenes, de los cuales 38 habían realizado el problema 4B, objeto de estudio de este trabajo. Cabe destacar que en sólo 5 exámenes de los 38, el o la estudiante realizó el ejercicio de manera perfecta obteniendo así la máxima puntuación en el mismo. A continuación, se recogen en la Tabla 1 la relación de errores y su frecuencia en los exámenes revisados en esta primera fase de pilotaje.

Tabla 1. Resultados del pilotaje

Tipo de error	Frecuencia
E 1.1	10
E 1.2	2
E 1.3	0
E 2.1	1
E 2.2	0
E 2.3	0
E 3.1	0
E 3.2	3



Tipo de error	Frecuencia
E 3.3	2
E 3.4	0
E 4.1	2
E 5.1	2
E 5.2	0
E 6.1	0
E 6.2	0
E 7.1	9
E 7.2	11
Total	42

Teniendo en cuenta los resultados mostrados en la Tabla 1, se observa que los errores E.7.1 y E7.2 que han sido los cometidos con mayor frecuencia están relacionados con la interpretación del resultado en el apartado b) del ejercicio. Además, otro error que ha aparecido con mucha frecuencia entre los exámenes revisados es el E1.1 y es que es numeroso el estudiantado que no distingue entre media muestral y media poblacional y escribe indistintamente ambos a la hora de describir que se trata de una distribución normal de media poblacional μ y desviación típica σ . Por otro lado, están aquellos y aquellas que ni si quiera trataron de identificar el parámetro poblacional.

Además, en este primer ejercicio de pilotaje se observaron algunos errores de cálculo, todos ellos a la hora de calcular el intervalo de confianza (E 3.2), no así en el error de estimación (E 6.2). Y algo que ha resultado curioso es que se ha observado que muchos estudiantes utilizan la notación p y \hat{p} indistintamente, sin diferenciar entre ambos conceptos y algunos pocos utilizan p_r en lugar de \hat{p} para la proporción poblacional. En este sentido, ha sido curioso encontrarnos algún examen en el que el o la estudiante puntualizaba que él o ella usaba esa notación porque era la que habían usado en su instituto a la hora de estudiar estos contenidos.

Finalmente han sido escasos los errores relacionados con la confusión de conceptos. En este sentido, han sido una pequeña proporción de estudiantes la que ha calculado el tamaño muestral en lugar del error de estimación tal y como se pide en el apartado b) del problema (E 5.1) y sólo una persona aceptó como correcto un intervalo de confianza que no contenía la proporción de la muestra y otra aceptó un intervalo mayor que 1 (E 4.1).



A partir de los errores detectados, se consideró que el pilotaje se superó satisfactoriamente, pues no se encontró ningún error que no se pudiera clasificar dentro de la clasificación establecida por López-Martín (2020).

Una vez realizado el pilotaje, se revisaron los exámenes correspondientes a las 8 sedes restantes, un total de 558 exámenes de los que 364 realizaron el ejercicio 4B, objeto de análisis de este trabajo. Tal y como se recoge en la siguiente tabla, se ha comprobado que los resultados muestran el mismo patrón que en el pilotaje y la frecuencia de cada tipo de error es también muy similar.

Tabla 2. Resultados globales

Tipo de error	Frecuencia	%
E 1.1	81	18,08
E 1.2	12	2,68
E 1.3	5	1,12
E 2.1	19	4,24
E 2.2	0	0
E 2.3	11	2,45
E 3.1	8	1,79
E 3.2	20	4,46
E 3.3	0	0
E 3.4	3	0,67
E 4.1	10	2,23
E 5.1	1	0,22
E 5.2	6	1,34
E 6.1	14	3,13
E 6.2	16	3,57
E 7.1	184	41,07
E 7.2	58	12,95
Total	448	

De todos los exámenes revisados sólo 19 de ellos realizaron el ejercicio sin ningún tipo de error y con una explicación correcta y completa de la cuestión del apartado b). Un ejemplo de un ejercicio perfectamente realizado, donde se identifican todos los parámetros y datos del enunciado, se explican y se justifican todos los pasos llevados a

cabo y se responde correctamente a las cuestiones planteadas se muestra en la Figura 2. Además, se debe resaltar que la presentación es muy clara.

4B

a) Para cualquier proporción muestral de muestras grandes ~~se la que~~
~~representa la~~

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) \checkmark$$

donde p representa la proporción poblacional, n el tamaño de la muestra
 \hat{p} la proporción muestral y $z_{\alpha/2}$ el valor equivalente al nivel de
confianza $(1-\alpha)100\%$. \checkmark

Con los datos del ejercicio tenemos que p es desconocida,
 $\hat{p} = 190/500 = 0,38$, el tamaño muestral $n = 500$. Calculamos el valor
del nivel de confianza y completamos la fórmula.

nivel de confianza 95% $\left. \begin{array}{l} 1-\alpha = 0,95 \\ \alpha = 0,05 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 0,95 + \frac{0,05}{2} = 0,975 \end{array} \right. \checkmark$

$F(1,96) = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$. \checkmark

$$\left(0,38 - 1,96 \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{500}}, 0,38 + 1,96 \sqrt{\frac{0,38(1-0,38)}{500}} \right) \approx (0,3374; 0,4225) \checkmark$$

Tenemos un 95% de confianza de que el porcentaje de población
de dicha comunidad autónoma que lee el periódico está entre
el 33,74% y el 42,25%. \checkmark

b) El error de estimación es:

$$E = \left(z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right) \checkmark$$

En este ejercicio:

$$E = \left(1,96 \sqrt{\frac{0,38 \cdot 0,62}{500}} \right) \approx 0,0425 \checkmark$$

Si se mantiene el mismo nivel de confianza y la misma proporción
muestral y disminuye el tamaño de la muestra, el error de estimación
aumenta ya que del denominador de la fracción es menor. \checkmark

Figura 2. Ejemplo de ejercicio perfectamente resuelto

Al margen de estos exámenes con los ejercicios correctos, se encontró un 28,6% de exámenes en los que el alumnado realizó todo el ejercicio de manera correcta, pero la pregunta del apartado b) no la respondió de forma completa. Dicho apartado pide al estudiante que determine cuánto vale el error de estimación y que razone lo que le pasaría a dicho error de estimación si disminuye el tamaño muestral y se mantiene tanto el nivel

de confianza como la proporción muestral. En este sentido, se observó que es numeroso el estudiantado que o bien una vez calculado correctamente el valor del error de estimación, fue capaz de razonar de forma correcta lo que le pasaría a dicho error si disminuye el tamaño muestral, pero no lo justifica, es decir no explica porque pasaría eso. Es decir, responden que el error de estimación aumenta si el tamaño de la muestra disminuye sin ningún tipo de justificación o la que aportan es incorrecta. Se observó también que hubo quien trató de justificarlo mediante un ejemplo, dando un valor mayor al tamaño de la muestra y calculando el valor del error de estimación en ese caso. Se observó que este error se repite en función de la sede, existiendo sedes en las que se repite de manera continuada y otras en las que apenas aparece. Un ejemplo de este tipo de respuesta se muestra en la Figura 3.

b) $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{pq}{n}} = 1.64 \cdot \sqrt{\frac{0.38 \cdot 0.62}{500}} = 0.0356$ 0.25

$z_{\alpha/2} = 1.64$
 $p = 0.38$
 $q = 0.62$

El error de estimación es de 0.0356

Si el tamaño muestral hubiese disminuido, el error de estimación sería mayor. Por ejemplo si el tamaño muestral es 200: $E = 1.64 \cdot \sqrt{\frac{0.38 \cdot 0.62}{200}} = 0.056$ 0.5

Figura 3. Ejemplo de error E 7.1

Relacionado con la cuestión del apartado b), es también destacable que un 7,4% del alumnado realizó el ejercicio correctamente pero no respondió adecuadamente a dicha pregunta, incluso en muchos de los casos respondieron justo al revés, es decir que, si disminuye el tamaño muestral, el error de estimación también disminuye. Este error que se engloba dentro de la categoría E.7.2, hace pensar que realizan el ejercicio porque lo tienen mecanizado y se saben las fórmulas, pero realmente no entienden lo que están haciendo. Un ejemplo de este tipo de respuesta incorrecta se muestra en la foto de la Figura 4.

b) $e < z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$ $\Rightarrow c < 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,38 \cdot 0,62}{500}}$ $\Rightarrow c < 0,042$

El error vale 0,042!

Si se mantiene el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, ~~al disminuir el tamaño muestral, el error disminuiría porque al entrevistar a menos personas, es menos probable que te equivoques.~~

Figura 4. Ejemplo de respuesta incorrecta del apartado b)

Por otro lado, a partir de los resultados mostrados en la Tabla 2 se observa que es muy numeroso el alumnado que no identifica correctamente el parámetro muestral (E 1.1). En este caso y al igual que ocurría con el anterior error se ha observado que la frecuencia de aparición en los exámenes está vinculado a las sedes. Su alta frecuencia se debe probablemente a que al dar los contenidos en clase los y las docentes no inciden lo suficiente o nada en la importancia de identificar el parámetro muestral independientemente de que el enunciado lo pida directamente o no. Un ejemplo de este tipo de error se muestra en la Figura 5.

S. B a) $(\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}})$ ✓

$\frac{190}{500} = 0,38$ \rightarrow No identifica bien elementos -0,25

$N = 0,38$

$z_{\alpha/2} = 1,96$ ✓

Figura 5. Ejemplo de error E 1.1

Otro error menos frecuente (3% de los exámenes revisados) pero que no se ha clasificado como tal, aunque se ha observado en un alto número pruebas es el uso de una notación diferente a la usual (uso por ejemplo de p_r y q_r para referirse a \hat{p} y a \hat{q}). También en este caso se observó que es una tendencia que se ha reproducido en determinadas sedes lo que lleva a pensar que se trataba de alumnado procedente de los mismos centros a los y las que se les había explicado dicha notación ya que como ya se ha mencionado anteriormente, algún alumno o alumna consciente de que no es la notación habitual

especificó en el ejercicio que usaba ésta porque era la que le habían explicado en el centro. En relación con esto, un 8,5% del alumnado hace referencia a estos términos como p y q , pero no parece que sea debido a un error conceptual sino más bien de vagancia a la hora de escribir la notación pues luego sustituyen adecuadamente estos valores en las fórmulas. Además, están aquellos y aquellas que confundieron conceptos y escribieron por ejemplo que la proporción poblacional \hat{p} era igual a 190, valor que se corresponde con el número de eventos observados, en lugar de $190/500=0,38$ que es el valor correcto, es decir el número de eventos observados entre el tamaño de la muestra (E 1.2). Se encontraron también otros casos en los que calcularon la proporción muestral de forma inversa, es decir, como $500/190$.

Con menos frecuencia se han detectado errores en las expresiones tanto del intervalo de confianza como del error (E 2.3 y E 6.1). En el caso del intervalo de confianza se han observado varios tipos de errores. Hay alumnado que escribe las fórmulas al revés, es decir la del primer término del intervalo la intercambia con la del segundo con lo que al realizar los cálculos obtuvieron un intervalo cuyo primer término es mayor que el segundo. Otros sustituyeron valores incorrectos para los parámetros de las fórmulas, como en el ejemplo mostrado en la Figura 6 donde el alumno o la alumna toma de forma incorrecta un valor de 0,5 para \hat{p} siendo el valor correcto 0,38. En todos los casos el alumnado acepta como válido un intervalo que no contiene la proporción muestral o un intervalo que es mayor que 1, luego no fue capaz de detectar que había cometido fallos al calcular dicho intervalo (E 4.1).

The image shows a handwritten formula for a confidence interval:
$$\left(0,5 - 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{N}} \quad 0,5 + 1,96 \sqrt{\frac{0,5(1-0,5)}{N}} \right)$$
 Below the formula, the calculated interval is written as $(-1,3235, 2,3235)$. Two parts of the formula are circled in red: the $0,5$ in the first term and the entire second term. A red arrow points from the second term to a handwritten note: "No sustituye bien en la fórmula los elementos".

Figura 6. Ejemplo de errores E 2.3 y E 4.1

Por otro lado, un 10% del alumnado cometió errores en los cálculos (E 3.2 y E 6.2), sólo un 2,2% en la lectura de las tablas estadísticas (E 6.1) y únicamente dos personas se equivocaron en la transcripción de los datos del enunciado (E 3.4)



Por último, se observaron errores conceptuales de distinto tipo, que van desde aquellos que interpretan de manera incorrecta el intervalo de confianza, definiendo este como la probabilidad de que el valor poblacional esté en él hasta otros que confundieron la proporción muestral \hat{p} con la media muestral \bar{x} . Y en contados casos, se observó que el alumnado no sabe lo que es el error de estimación y lo identifica con la longitud del intervalo de confianza. Finalmente, solo se encontraron tres casos en los que se detectó que claramente el alumno o la alumna no entendía o no sabía lo que le pide el enunciado e intentó hacer algo aplicando fórmulas que le sonaban, pero sin sentido.

3.7. DISCUSIÓN

El análisis de los resultados obtenidos muestra como la mayoría de los errores cometidos por el alumnado son errores de carácter conceptual principalmente relacionados con la interpretación del enunciado y el razonamiento de los resultados. Hemos visto que por lo general el estudiantado sabe cómo resolver el problema, pero no argumenta lo que hace, se limita a utilizar las fórmulas adecuadas para resolver el ejercicio, pero no incluye ningún tipo de planteamiento ni de conclusión razonada. En el caso del apartado a) la mayoría del alumnado conoce la fórmula del intervalo de confianza, la aplica y realiza los cálculos correctamente, pero no incluye ni la definición de dicho intervalo ni realiza ningún tipo de reflexión sobre lo que está haciendo o sobre los valores obtenidos. Son muy escasos los casos en los que el problema incluye un planteamiento que refleja que el o la estudiante sabía lo que estaba haciendo, razonando cada paso que daba y analizando los resultados obtenidos. Esto es un claro reflejo de que, de forma general, el alumnado aprende a reproducir una receta sin ningún tipo de comprensión, es decir que no queda reflejado si realmente entienden o no lo que están haciendo. Se ha observado además que este tipo de respuesta se repite en función de la sede y por lo tanto del centro de procedencia del alumnado, pues al revisar los exámenes ha sido habitual que exámenes de una misma sede presenten este mismo tipo de resolución sin ningún tipo de razonamiento. Esto lleva a pensar que esto se debe a que en esos centros el profesorado se limitó a enseñar al alumnado a resolver este tipo de problemas, pero sin ir más allá desde el punto de vista conceptual, probablemente debido a la falta de tiempo. Lo más probable es que cuando estudiaron la materia en las clases en ningún momento se les explicó que debían justificar sus respuestas y de ahí que no lo



hagan. Luego sería importante que los docentes a la hora de explicar estos contenidos insistieran en la importancia de justificar cualquier razonamiento.

De igual forma que ocurría con el cálculo del intervalo de confianza en el apartado a), son muchos los estudiantes que a la hora de calcular el error de estimación en el apartado b) conocen que fórmula deben aplicar, pero no razonan por qué la aplican en la resolución de ese apartado. En este apartado deben además interpretar los resultados obtenidos y entender las fórmulas utilizadas para responder a la pregunta planteada. Sin embargo, el análisis de las respuestas confirma que un elevado número de alumnado no sabe realmente lo que está haciendo, sino que se limita a aplicar una fórmula que se memorizó pero que en el fondo no entiende. De ahí que no sean capaces de realizar una interpretación completa cuando se les pregunta cómo se vería afectado el error de estimación si el tamaño muestral disminuye ya que en la mayoría de los casos no explican porque el error aumenta. Este es nuevamente una muestra de que el alumnado se ha memorizado de forma mecánica las fórmulas, pero sin ningún tipo de comprensión ni razonamiento de cómo y porque tienen que aplicar dichas fórmulas.

3.8. CONCLUSIONES

A partir de los resultados obtenidos, se puede decir que los errores cometidos por el alumnado en los ejercicios de inferencia estadística del examen de la EBAU son debidos principalmente a la falta de conocimiento conceptual que presentan. Tanto en el cálculo del intervalo de confianza como del error de estimación, se observa como la mayoría del estudiantado sabe cómo llevar a cabo un planteamiento adecuado y calcular correctamente ambos, pero, sin embargo, es elevado el porcentaje de alumnado que se limita a realizar los cálculos sin incluir ninguna definición ni una interpretación de los resultados obtenidos.

Esto podría estar relacionado en parte con el hecho de que tal y como reflejan investigaciones publicadas por otros autores (López-Martín, 2020; Espinel et al, 2007), un elevado porcentaje del profesorado presenta conflictos conceptuales no así procedimentales en lo que a inferencia estadística se refiere. Estudios anteriores (López-Martín, 2020) concluyeron que el profesorado en su mayoría no es consciente de la dificultad conceptual que presentan los intervalos de confianza y esto podría justificar los consecuentes errores que cometen tanto ellos como los estudiantes.



En base a los resultados obtenidos, se puede concluir que es necesario que a la hora de explicar esta materia el profesorado sea más consciente de este tipo de errores que comete el alumnado para así evitarlos y conseguir que comprenda todo lo que hace. Para ello, sería aconsejable sin duda que el profesorado se inclinara hacia una enseñanza que incluya la simulación y el uso de otros recursos que faciliten una docencia más conceptual y no tan mecánica.



ANEXO I: DESARROLLO DE UNA DE LAS UNIDADES DIDÁCTICAS

Título: Ecuaciones de primer y segundo grado

Curso: 2º ESO

Número de sesiones/Ubicación en la programación: 12

Área/Materia: Matemáticas

U.D. vinculada/as: Lenguaje algebraico. Monomios y Polinomios.

1. ASPECTOS DE COMPETENCIA QUE DESARROLLAR

Competencia en comunicación lingüística

Las Matemáticas son concebidas como una materia que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y exposición de las ideas. Fundamentalmente, en la resolución de problemas adquiere especial importancia la comprensión y la expresión, tanto oral como escrita, puesto que ayudan a formalizar el pensamiento. El propio lenguaje matemático es un vehículo de comunicación de ideas con gran capacidad para transmitir conjeturas, gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico, de términos precisos y abstractos. La traducción de los distintos lenguajes matemáticos al lenguaje cotidiano, y viceversa, también contribuye a la adquisición de esta competencia.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología

La propia concepción del currículo de esta materia hace evidente la contribución de esta al desarrollo de todos los aspectos que la conforman. Por tanto, todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática de la que forma parte la habilidad para interpretar y expresar con claridad informaciones, el manejo de elementos matemáticos básicos en situaciones de la vida cotidiana y la puesta en práctica de procesos de razonamiento y utilización de formas de pensamiento lógico que permitan interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella enfrentándose a situaciones cotidianas. Todos los bloques de contenidos están orientados a aplicar aquellas destrezas y actitudes que permitan razonar matemáticamente y comprender una argumentación lógica, expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, e integrar el conocimiento



matemático con otros tipos de conocimientos para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad.

Competencia digital

En esta unidad didáctica, esta competencia será desarrollada mediante las proyecciones digitales y la búsqueda y selección de información en formato digital por parte del alumnado.

Aprender a aprender

La reflexión sobre los procesos de razonamiento, la contextualización de los resultados obtenidos, la autonomía para abordar situaciones de creciente complejidad, la sistematización, etc., ayudan a la adquisición de la competencia “aprender a aprender”. La toma de conciencia de las propias capacidades, así como de lo que se puede hacer individualmente y de lo que se puede hacer con ayuda de otras personas (aprendizaje cooperativo), con otros recursos, etc. son elementos sustanciales para aprender a aprender. El desarrollo de estrategias necesarias para la resolución de problemas, la organización y regulación del propio aprendizaje, así como la gestión del propio desarrollo académico también contribuye a aprender a aprender. La motivación y la autoconfianza son decisivas para la adquisición de esta competencia. Además, la competencia de aprender a aprender es fundamental para el aprendizaje permanente que se produce a lo largo de la vida.

Competencias sociales y cívicas

Las Matemáticas, aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones en el ámbito social y ciudadano, contribuyendo así a la adquisición de las competencias sociales y cívicas. La utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar la información que aparece en los medios de comunicación. También se adquiere esta competencia analizando los errores cometidos en los procesos de resolución de problemas con espíritu constructivo. La resolución de problemas de forma cooperativa es fundamental para el desarrollo de esta competencia por lo que supone el trabajo en equipo, la aceptación de otras maneras de pensar las cosas y la reflexión sobre las soluciones aportadas por otras personas.



Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

Los procesos matemáticos, especialmente los de resolución de problemas, contribuyen a desarrollar el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor. Para trabajar estos procesos es necesario planificar estrategias, asumir retos, valorar resultados y tomar decisiones. También, las técnicas heurísticas que desarrollan constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolidan la adquisición de destrezas tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.

Conciencia y expresiones culturales

Las Matemáticas son parte fundamental de nuestra cultura en todos los ámbitos. La historia de las Matemáticas constituye en sí misma una aportación a nuestra cultura y nos sirve de referencia en su aprendizaje; los distintos personajes que con su aportación abrieron nuevos caminos en esta disciplina sirven de ejemplo de los retos que en cada época asumió la humanidad y de los esfuerzos por conseguir desentrañar la verdad de los distintos procesos.

2. OBJETIVOS

Esta unidad didáctica sirve para desarrollar principalmente las siguientes unidades expuestas en los objetivos de la etapa:

- b) Desarrollar y consolidar los hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
- e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
- g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en su personal, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, tomar decisiones y asumir responsabilidades.



- h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, en su caso, en la lengua asturiana, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y asumir responsabilidades.

3. CONTENIDOS

Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.

4. ACTIVIDADES QUE DESARROLLAR POR SESIONES

1ª sesión

- Realización de una actividad introductoria: reflexión colectiva sobre la presencia de las ecuaciones en la vida diaria. Investigación de los conocimientos previos del alumnado y pequeña prueba de evaluación inicial. Se establecen los objetivos de la unidad y de los criterios de evaluación.

2ª sesión

- Explicación de la diferencia entre identidad y ecuación. Vocabulario de ecuaciones: incógnita, grado, término, miembro, solución, resolver.
- Se definen las ecuaciones equivalentes y se desarrollan las reglas para obtenerlas.
- Realización por parte del alumnado de problemas para practicar, que luego son corregidos en la pizarra.

3ª sesión

- Realización de ejercicios de ecuaciones de primer grado, primero los realizan el alumnado y luego se corrigen en la pizarra.
- Concurso de cálculo mental (actividad semanal en la que en un periodo de 2 minutos tienen que resolver hasta 20 operaciones relacionadas con los contenidos que se están dando en ese momento, sin ayuda de calculadora). Dentro de esta unidad didáctica, esta actividad se centró en la resolución de monomio.

4ª sesión

- Explicación de la prioridad de operaciones y realización de ejercicios en la pizarra para trabajar la prioridad de operaciones.



5ª sesión

- Planteamiento de ecuaciones de primer grado con paréntesis y fracciones para que el propio alumnado deduzca como deben resolverlas en función de sus conocimientos previos en la resolución de monomios con paréntesis y fracciones. De esta manera el alumnado deduce por sí mismo el orden de pasos a seguir para resolver este tipo de ecuaciones.
- Realización de ejercicios de ecuaciones de primer grado con paréntesis y fracciones que luego son corregidos en la pizarra. Actividades similares como deberes para casa.

6ª sesión

- Corrección de las actividades que el alumnado debía haber realizado en casa.
- Desarrollo de cómo llevar a cabo el planteamiento y la resolución de problemas de ecuaciones de primer grado (libro de texto).

7ª sesión

- Repaso de las ecuaciones de primer grado y resolución de ejercicios similares a los de la prueba escrita de ecuaciones de primer grado.

8ª sesión

- Prueba escrita de evaluación de ecuaciones de primer grado.

9ª sesión

- Introducción a las ecuaciones de segundo grado completas: definición de la ecuación general de resolución de ecuaciones de segundo grado, identificación de los términos a, b y c en las ecuaciones a resolver y aplicación de la fórmula general de resolución de este tipo de ecuaciones. Identificar cuantas soluciones pueden tener y comprobación de esas soluciones.
- Realización en la pizarra de ejercicios del libro de texto de ecuaciones de segundo grado completas.

10ª sesión

- Explicación de los diferentes tipos de ecuaciones de segundo grado incompletas en función de los valores de los términos a, b y c y cómo se resuelven, estableciendo las fórmulas generales de resolución para cada uno de los tipos de ecuaciones incompletas.



- Realización de ejercicios de ecuaciones de segundo grado incompletas.

11ª sesión

- Realización de ejercicios donde las ecuaciones de segundo grado completas aparecen mezcladas con las incompletas para que el alumnado sepa identificar cada tipo de ecuación y llevar a cabo su resolución en función del tipo de ecuación.
- Resolución de problemas sencillos con ecuaciones de segundo grado.

12ª sesión

- Prueba escrita de evaluación de ecuaciones de 2º grado.
- Dos semanas después de la realización de cada una de las pruebas escritas se realizan las pruebas de recuperación para aquel alumnado que no la haya superado. En el caso de este grupo, no es necesario aplicar ninguna medida de adaptación, ampliación ni de atención a la diversidad.

5. METODOLOGÍA Y RECURSOS

La metodología empleada ha tenido en cuenta el hecho de que en todos los grupos hay alumnado de capacidades, intereses y estudios futuros muy diferentes, y en consecuencia habrá de estar encaminada a conseguir dos objetivos generales de toda la ESO que habrán de compatibilizarse en lo posible:

- Que aquel alumnado que una vez que acaben la ESO no vayan a continuar sus estudios, o vayan a hacerlo de manera que sus estudios futuros no tengan relación ninguna con las Matemáticas, puedan alcanzar el dominio de las Matemáticas necesario y suficiente para desenvolverse en la vida.
- Que los que una vez terminada la ESO vayan a continuar profundizando en las Matemáticas acaben esta etapa educativa en las mejores condiciones posibles para hacerlo.

No es fácil compatibilizar estos dos objetivos, salvo a base de importantes medidas de atención a la diversidad que requieren una amplia dotación de horas lectivas en el Departamento. No obstante, para conseguirlo en la medida de lo posible se siguieron las siguientes instrucciones metodológicas:

- El punto de partida para la configuración de los propios aprendizajes tiene que ser su funcionalidad.



- Al introducir los conceptos comprobamos que el alumnado lo comprendieran, reconocieran y distinguieran con claridad mediante la realización de actividades que nos garantizaran que los habían entendido.
- Procuramos que el alumnado adquiriera la destreza en el manejo de los procedimientos de la forma más comprensiva posible. Para ello se realizaron un número suficiente de ejercicios, en clase y en casa.
- Le entregamos al alumnado material para trabajar tanto en clase como en casa procurando que ese material contuviera ejercicios de niveles de dificultad variados para que cada uno de ellos pudiera trabajar y profundizar en el cumplimiento de los objetivos según sus capacidades lo permitieran.
- Intentamos definir los conceptos con corrección para que el alumnado usara el lenguaje matemático correctamente, sin que esto supusiera en ningún momento la introducción de un rigor matemático excesivo para alumnado de esta etapa educativa.
- Insistimos al alumnado en que se acostumbrara a traducir enunciados de ejercicios a operaciones matemáticas haciendo esa traducción detenidamente y de la forma más comprensiva posible.
- Insistimos al alumnado en el orden y la claridad a la hora de tomar los apuntes de Matemáticas para que les resultara más fácil trabajar luego en casa, explicando los cálculos que se llevaran a cabo y que no se limitaran a copiar lo que el o la docente ponía en la pizarra.
- En el caso de esta unidad didáctica insistimos de manera constante en que no utilizaran la calculadora para que trabajaran el cálculo mental de operaciones sencillas.

Los recursos de los que dispone el aula son:

- Ordenador
- Cañón
- Pizarra.

No obstante, para esta unidad didáctica sólo se empleó la pizarra.

Los materiales que se utilizaron en esta unidad didáctica fueron:

- El libro de texto, que es el de la editorial Santillana, Proyecto Saber Hacer. Serie Resuelve.
- El cuaderno de trabajo del alumnado.



6. EVALUACIÓN

Tipo: evaluación continua

Agentes: heteroevaluación, la evaluación es llevada a cabo siempre por el o la docente.

Instrumentos

- Pruebas de autoevaluación con ejercicios y problemas similares a los de las pruebas de evaluación.
- Pruebas de evaluación con ejercicios y problemas que permitan evaluar los conocimientos de los contenidos.
- Seguimiento de la evaluación continua de cada alumno y alumna con los diferentes ejercicios que tengan que realizar en casa y en clase, así como la actitud e interés demostrados en el aula.

Criterios de evaluación

- Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores por métodos algebraicos o gráficos.
- Resolver una ecuación de segundo grado interpretando las soluciones obtenidas.
- Plantear ecuaciones de primer y segundo grado para resolver problemas de su entorno cercano.

Interpretar y valorar la coherencia de los resultados obtenidos.

Estándares de aprendizaje evaluables

- Comprueba, dada una ecuación, si un número (o números) es (son) solución de esta.
- Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.

Porcentajes y criterios de calificación

- 80%: pruebas escritas.
- 20%: este porcentaje de la nota de cada evaluación se pondrá teniendo en cuenta:
 - Realización de las tareas diarias para casa.
 - Trabajo, esfuerzo e interés por el aprendizaje por parte del alumnado. Este punto contempla la atención en clase, la realización de las tareas durante la misma, así como los ejercicios realizados en la pizarra.



- Cuaderno. El cuaderno de clase tiene una gran importancia y es fundamental incidir en el orden, el cuidado y la limpieza de este.



BIBLIOGRAFÍA

Artigue, M., Batanero, C., y Kent, P. (2007). Mathematics thinking and learning at post-secondary level. En F. Lestee (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 1011-1049). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Ausubel, D. (1989), *Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México trillas.

Bakker, A., y Derry, J. (2011). Lessons from inferentialism for statistics education. *Mathematical thinking and learning*, 13(1-2), 5-26.

Batanero, C. (2020). Treinta años de investigación didáctica sobre el análisis inferencial de datos. En A. Ávila (ed), *Rutas de la educación matemática*, (pp. 186-199). México, D.F.: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática.

Batanero, C., Arteaga, P. y Gea, M.M. (2012). El currículo de estadística: reflexiones desde una perspectiva internacional, *UNO*, 59, 9-17.

Batanero, C., Díaz-Batanero, C., López-Martín, M.M. y Roldán, A. (2020). Estimación por intervalos, aproximaciones metodológicas y dificultades de comprensión. *Boletín de Estadística e Investigación Operativa*, 36(3), 1-23.

Bruner, J. (1980). *Investigación sobre el desarrollo cognitivo*. España: Pablo del Río.

Carretero, M., López-Martín, M. M. y Arteaga, P. (2015). Contenido matemático de los problemas de probabilidad en las pruebas de acceso de Andalucía. *Probabilidad Condicionada. Actas de las II Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria*. Granada: SEIEM. Disponible en: <http://www.jvdiesproyco.es/>

Castro-Sotos, A.E., Vanhoof, S., Noortgate, W y Onghena, P. (2007). Students' misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113.

Contreras, J. M., López-Martín, M. M., Arteaga, P. y Carretero, M. (2015). Probability content in the entrance to university tests in Andalusia. Presentado en



International Conference. Turning data into knowledge: new opportunities for Statistics Education. Lisboa: Instituto de Educação.

de la Fuente, E. I. y Díaz-Batanero, (2004). Controversias en el uso de la inferencia en la investigación experimental. *Metodología de las Ciencias del Comportamiento, Volumen especial 2004*, 161-167.

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D. Vrancken, S. y Hecklein, M. (2004). “Los errores en el aprendizaje de matemática”. *Revista Premisas*, 6(23), 23-32

Espinel, M. C., Ramos, C. E. y Ramos. R. M. (2006, Septiembre). La inferencia estadística en la PAU. *Actas del XXIX Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, SEIO (pp. 223-224). Tenerife.

Espinel, M. C., Ramos, R. M. y Ramos, C. E. (2007). Algunas alternativas para la mejora de la enseñanza de la inferencia estadística en Secundaria. *Números*, 67, 15-23.

García, I. y García, J.A. (2005). Algunos resultados sobre la actuación de los alumnos en las cuestiones de estadística en la PAU. *Actas de las XI Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* (pp.733-738). La Laguna: Consejería de Educación, Cultura de Deportes.

Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (Vol. 2, pp. 417-424). Universidad de Valencia.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(1), 111-132.

Godino, J. D. (2017). Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Granada: Grupo FQM12. Disponible en: enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html



Godino, J. D., y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in Mathematics Education. En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The Onto-Semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 27-135. doi: 10.1007/s11858-006-0004-1.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El Enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 47-59. doi: 10.46219/rechiem.v12i2.25 recht: Kluwer.

González-García, A., Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2018). Un estudio exploratorio sobre los errores y las dificultades del alumnado de Bachillerato respecto al concepto de derivada. *Aula abierta*, 47(4), 449-462.

Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burril y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education* (pp. 235-246). Springer Netherlands.

López-Martín, M.M., (2020). La inferencia estadística en bachillerato: análisis de las pruebas de acceso a la universidad y de los conocimientos de futuros profesores. *Tesis doctoral*. Universidad de Granada.

López-Martín, M. M., Contreras, J. M., Batanero, C. y Carretero, M. (2015). Los problemas de probabilidad propuestos en las Pruebas de Acceso a la Universidad en Andalucía. *Areté*, 1(1), 39-60.

López-Martín, M.M., Contreras, J.M., Carretero, M. y Serrano, L. (2016). Análisis de los problemas de probabilidad propuestos en las pruebas de acceso a la Universidad en Andalucía. *AIEM: Avances de Investigación en Educación Matemática*, 9, 65 - 84.



Ministerio de Educación, cultura y deporte (2013). Ley Orgánica 8/2013, 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, núm. 295, p. 97858- 97921.

Ministerio de Educación, cultura y deporte (2014). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 3 de enero de 2015, núm. 3, p. 169-546.

Ministerio de Educación, cultura y deporte. Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato. *Boletín Oficial del Estado*, 29 de enero de 2015, núm. 25, p. 6986-7003.

Principado de Asturias (Comunidad Autónoma). Consejería de Educación, Cultura y Deporte (2015). Decreto 43/2015, de 10 de junio, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en el Principado de Asturias. *Boletín Oficial del Principado de Asturias*, de 30 de junio de 2015, núm. 149, p. 1-521.

Rico, L., y Castro, E. (1994). Errores y dificultades en el desarrollo del pensamiento numérico. Granada: Universidad de Granada.

Rodríguez-Muñiz, L.J., y Candás, P. (2017). Análisis de los errores cometidos al resolver un límite en exámenes de PAU. En FESPM (ed.), *Libro de Actas. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, CB-361 (pp. 309-317). FESPM

Ruano, R. M., Socas, M. M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA* 2(2), 61-74.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. En Rico, L y otros (Eds). *La Educación Matemáticas en la Enseñanza Secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Ed. Horsori.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En Camacho, M., Flores, P., Bolea, M. (Eds)



Investigación en educación matemática (pp. 19-52). San Cristobal de la Laguna, Tenerife:
Sociedad Española de investigación en Educación Matemática, SEIEM.