

# Modalidades de Aprendizaje para la Innovación Educativa





Reconocimiento-No Comercial-Sin Obra Derivada (by-nc-nd): No se permite un uso comercial de la obra original ni la generación de obras derivadas.



Usted es libre de copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra, bajo las condiciones siguientes:



Reconocimiento – Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el licenciadore:

Edición: Lourdes Villalustre Martínez y Marisol Fernández Cueli. Universidad de Oviedo. Vicerrectorado de Políticas de Profesorado. Instituto de Investigación e Innovación Educativa. (2023).  
Modalidades de aprendizaje para la innovación educativa. Universidad de Oviedo

La autoría de cualquier artículo o texto utilizado del libro deberá ser reconocida complementariamente.



No comercial – No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



Sin obras derivadas – No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

© 2023 Universidad de Oviedo

© Los autores

Algunos derechos reservados. Esta obra ha sido editada bajo una licencia Reconocimiento-No comercial-Sin Obra Derivada 4.0 Internacional de Creative Commons.

Se requiere autorización expresa de los titulares de los derechos para cualquier uso no expresamente previsto en dicha licencia. La ausencia de dicha autorización puede ser constitutiva de delito y está sujeta a responsabilidad.

Consulte las condiciones de la licencia en: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.es>

Servicio de Publicaciones de la Universidad de Oviedo

Edificio de Servicios - Campus de Humanidades

33011 Oviedo - Asturias

985 10 95 03 / 985 10 59 56

[servipub@uniovi.es](mailto:servipub@uniovi.es)

[www.publicaciones.uniovi.es](http://www.publicaciones.uniovi.es)

ISBN: 978-84-18482-94-6

## Indice

### DESARROLLO DE COMPETENCIAS TRANSVERSALES.

**La necesidad de educación en bioética como competencia transversal de los futuros investigadores: una prueba de concepto en el grado de biología** ..... 13

*Ana María Navarro Incio y Laura Tolvía Navarro*

**La historia de la educación de las mujeres como espacio de reflexión para fomentar la igualdad de género en la docencia y la investigación universitaria**..... 19

*Victoria E. Alvarez Jiménez*

**Prevención de la violencia de género en el grado en educación primaria a través de los cuentos de Emilia Pardo Bazán** ..... 25

*María Luz Bort-Caballero y Manuel Gil-Mediavilla*

**Adopta una superficie: una aproximación visual a la geometría diferencial clásica** ..... 31

*Esther Cabezas Rivas y María García Monera*

**Blackboard blogging in the classroom: uso de la herramienta de los blogs en asignaturas de grado** ..... 39

*Lourdes Bosch Juan, Carolina Galiana Roselló, Verónica Veses Jiménez y Marta Marín Vázquez*

**Proyecto IMPULSO(R: orientación inicial y profesional del alumnado del Grado de Logopedia en la era digital** ..... 45

*Eliseo Díez-Itza, Paz Suárez-Coalla, Maite Iglesias y Verónica Martínez*

**Ingeniería y filosofía (IF 5.0): hacia la hibridación disciplinaria en clave dialógica** ..... 53

*Natalia Fernández Jimeno, Beatriz Rayón Viña, Pablo Revuelta Sanz, Enrique Álvarez Villanueva, Carla García Cárdenas, Jorge Coque Martínez, Marta Isabel González García y Ramón Rubio García*

### DESARROLLO DE LOS ODS.

**La integración del aprendizaje-servicio y ODS en la formación inicial del profesorado**..... 59

*Eider Chaves Gallastegui y José Miguel Correa Gorospe*

**Salud y bienestar en los centros educativos. Propuesta de un programa de prevención de trastornos de la conducta alimentaria y obesidad** ..... 65

*Beatriz Alonso-Tena, Amparo Calatayud Salom, Angel Joaquin Lucas Calatayud y Carles Ruiz-Tomás*

**El uso de *Bancos de Tiempo* como estrategia didáctica transdisciplinaria** ..... 73

*Gonzalo Llamedo-Pandiella*

<b>#NOesunJUEGO. Un videojuego de novela visual sobre la problemática del trabajo infantil .....</b>	<b>81</b>
<i>Pablo Garmen, Noemí Rodríguez, Eva García-Vázquez, Eduardo Dopico, Aida Dopico, Beatriz Cimadevilla y Carmen Blanco-Fernández.</i>	
<b>Estereotipos en libros de L1 y L2: revisión para la mejora educativa .....</b>	<b>89</b>
<i>María Muñoz Carrión y Jaime Puig Guisado</i>	
<b>El proceso de inclusión de un alumno con Síndrome de Prader-Willi. Un estudio de caso.....</b>	<b>109</b>
<i>Dainury Vázquez Coll, Juan Jorge Muntaner Guasp y Antonio Rodríguez Fuentes</i>	
NUEVAS METODOLOGÍAS DOCENTES.	
<b>La enseñanza de la filosofía mediante metodologías Activas .....</b>	<b>117</b>
<i>Javier Suárez</i>	
<b>Estrategias basadas en el juego y en el estudio de casos para la mejora de la comprensión de las prácticas de neuroanatomía en estudiantes del grado de psicología.....</b>	<b>125</b>
<i>Patricia Sampedro Piquero y Helena González Vaquerizo</i>	
<b>Metodología activa para mejorar la destreza de comunicación oral en inglés jurídico .....</b>	<b>133</b>
<i>María José Álvarez Faedo, Sergio Martínez López, y Alfonso Carlos Rodríguez Fernández-Peña</i>	
<b>Coevaluación de la escritura de noticias en el aula de educación primaria a través del uso de google forms .....</b>	<b>141</b>
<i>Lucas Javier Santiago Barrado, Daniel Lázaro Martín y María Jesús Fernández Sánchez</i>	
<b>Aprender a enseñar valores: preparando una unidad didáctica con contenido filosófico.....</b>	<b>149</b>
<i>Guillermo Moreno Tirado, Isabel Argüelles, Belén Laspra y Javier Suárez</i>	
<b>Innovación docente en el aprendizaje de la historia económica a través del uso de fuentes históricas .....</b>	<b>155</b>
<i>Damián Copena Rodríguez y Gabriel Pruneda</i>	
<b>La percepción del profesorado sobre las metodologías innovadoras en el aula .....</b>	<b>165</b>
<i>Joseba Delgado-Parada, María-Carmen Ricoy y María del Pino Díaz-Pereira</i>	
<b>Docencia práctica inclusiva en ciencias morfológicas: la visión del profesorado .....</b>	<b>171</b>
<i>Eva María del Valle Suárez, Montserrat García Díaz, y Ana María Navarro Incio</i>	
<b>“Flipped Classroom” en inglés: invirtiendo los roles estudiante-docente en un aula de Ingeniería .....</b>	<b>177</b>
<i>María Elena de Cos Gómez y Silvia Gregorio Sainz</i>	
<b>Investigación de problemas urbanos con alumnos de educación básica .....</b>	<b>185</b>
<i>Solange Francieli Vieira</i>	
<b>El uso de productos culturales audiovisuales para asimilar la asignatura de historia económica .....</b>	<b>191</b>
<i>María Gómez Martín</i>	
<b>Aprendizaje basado en proyectos en el ámbito universitario: geografía de los paisajes y el medio físico de España .....</b>	<b>201</b>
<i>Salvador Beato Bergua</i>	

<b>Edpuzzle como potenciador del aprendizaje a través de vídeos en ciencias de la salud .....</b>	<b>209</b>
<i>María Del Mar Fernández Álvarez, Rubén Martín Payo y Judit Cachero Rodríguez</i>	
<b>Coaprendizaje y competencia discursiva.....</b>	<b>217</b>
<i>Rosabel San Segundo Cachero</i>	
<b>Profesionales con Impacto .....</b>	<b>225</b>
<i>Aitana Sánchez-González, Andrés Meana-Fernández, Deva Menéndez-Teleña, Luis Alfonso Díaz-Secades, Verónica Soto-López, Ramón Rubio-García, Cristina Rocés y Marco Sernaglia</i>	
<b>El aula de lengua española y su didáctica como espacio de buenas prácticas educativas para la formación de futuros docente de educación primaria .....</b>	<b>233</b>
<i>Sabina Reyes de las Casas</i>	
<b>Gamificación analógica vs digital en el entorno de la expresión gráfica en ingeniería .....</b>	<b>239</b>
<i>Diego-José Guerrero-Miguel, María-Belén Prendes-Gero, Martina-Inmaculada Álvarez-Fernández, Celestino González-Nicieza</i>	
<b>Gamificación en humanidades a través del juego <i>Timeline</i>: presentación del proyecto y primeras valoraciones.....</b>	<b>245</b>
<i>Enrique Meléndez Galán, Pedro D. Conesa Navarro, Carla Fernández Martínez, Antonio Ledesma González y Fuensanta Murcia Nicolás</i>	
<b>Empoderando a la infancia desde la Universidad. Una experiencia de aprendizaje y servicio a través de la metodología de Design for Change .....</b>	<b>253</b>
<i>Benjamín Castro-Martín</i>	
<b>Como actores de doblaje en educación primaria: una experiencia de doblaje para mejorar la expresión oral en inglés.....</b>	<b>259</b>
<i>Leticia Álvarez santamaría</i>	
<b>Escape Room en la asignatura de “enfermería de urgencias y cuidados críticos” en el grado de enfermería .....</b>	<b>267</b>
<i>Andrea Rodríguez Alonso, Sofía Osorio Álvarez, José Antonio Cernuda Martínez y Eva González López</i>	
<b>Lesson Study: aplicación del método de estudio en educación secundaria obligatoria .....</b>	<b>273</b>
<i>Celia Márquez López y M.ª Elena Gómez Parra</i>	
<b>De congreso en el aula sobre los últimos avances de la investigación en plantas .....</b>	<b>281</b>
<i>José Manuel Álvarez, Candela Cuesta, Ricardo Ordás y Elena Mª Fernández</i>	
<b>Reajuste de la metodología docente en educación superior a entornos virtuales: diseño y valoración .....</b>	<b>289</b>
<i>Mª Isabel López Rodríguez y Maja Barac</i>	
<b>Los videojuegos en las aulas del futuro. un enfoque pedagógico lúdico en educación superior .....</b>	<b>299</b>
<i>María Rosa Fernández-Sánchez, Noelia Durán-Rodríguez y Mario Cerezo-Pizarro</i>	
<b>Diseño Instruccional de sistemas gamificados en la formación inicial del profesorado. Una experiencia ambientada en el Universo Marve .....</b>	<b>307</b>
<i>Alberto González-Fernández, Isabel Porras-Masero y Alain Presentación-Muñoz</i>	

**Elementos narrativos y cómic con El hombre que mató a Lucky Luke. Una propuesta didáctica** ..... 315

*Carlos Flores Martínez y Miguel López-Verdejo*

**Metodología de aprendizaje colaborativo y basado en proyectos orientada a la aplicación de conocimientos teórico-prácticos en el desarrollo de un prototipo de motocicleta eléctrica para una competición interuniversitaria** ..... 321

*Ángel Navarro Rodríguez, Ramy Georgious Zaher, Álvaro Noriega González, Pablo García y Juan Manuel Guerrero*

#### TRANSFERENCIA DE LA INNOVACIÓN

**La Educación Inclusiva basada en los videojuegos** ..... 333

*Daniel Zarzuelo Prieto y Sergio Suárez González*

**Nacimiento y desarrollo de un ecosistema de aprendizaje creativo, emprendedor y sostenible: despertando vocaciones** ..... 341

*Emilio Álvarez-Arregui, Covadonga Rodríguez-Fernández, Lara González Díaz, María Covadonga Juez Siesto, Jesús Vera Berdasco y Tatiana Suárez Rodríguez*

#### TUTORÍA Y SEGUIMIENTO DEL PROCESO DE APRENDIZAJE.

**La tutoría como factor clave para alcanzar el incremento escolar. Caso: Universidad Politécnica de Tulancingo Hidalgo**.....351

*María del Rosario López Torres, Ángel Alejandro Pastrana López, Claudia Vega Hernández y Angélica Elizalde Canale*

**Impacto del plagio en la evaluación del trabajo del estudiantado universitarios**..... 357

*Laura Calzada-Infante, Jorge Coque, María A. García García y Pilar L. González-Torre*

#### USO E INTEGRACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS EN EL ÁMBITO EDUCATIVO

**Corrección de prácticas de laboratorio y ejercicios propuestos en tiempo real**..... 365

*Pelayo Nuño Huergo y Francisco González Bulnes.*

**Impresión 3D. Una experiencia en el aula del futuro para la formación inicial del profesorado de educación primaria.** ..... 375

*Mario Cerezo-Pizarro, Jorge Guerra-Antequera, y Francisco Ignacio Revuelta-Domínguez*

**Opinión y formación sobre las TIC por parte de docentes granadinos de educación primaria que atienden a alumnado con dificultades vinculadas al lenguaje oral y escrito**..... 387

*Carmen del Pilar Gallardo Montes*

**Exploring the potential of video for the improvement of pre-service EFL and bilingual teachers' linguistic competence** ..... 393

*Francisco Javier Palacios-Hidalgo, Cristina Díaz-Martín, María Elena Gómez-Parra y Cristina A. Huertas-Abril*

**Estrategias para fomentar el aprendizaje ubicuo en la docencia práctica en microscopía**.....401

*Beatriz Caballero-García, Eva-Martínez-Pinilla, Yaiza Potes-Ochoa, Ana Coto-Montes y Ignacio Vega-Naredo*

**Desarrollo de una infraestructura de laboratorios informáticos multiplataforma y de bajo coste de recursos para la docencia de cursos de administración de sistemas y seguridad informática** ..... 409

*José Manuel Redondo López y Enrique Juan de Andrés Galiana*

**Infraestructura de código abierto para el soporte de enseñanza síncrona en entornos distribuidos** ..... 419

*Francisco Ortín, Jose Quiroga, Miguel Garcia, Javier Escalada y Oscar Rodriguez-Prieto*

<b>Plataforma para aprendizaje incremental en asignaturas de radar y radiodeterminación .....</b>	<b>426</b>
<i>Yuri Álvarez López, María García Fernández y Fernando Las-Heras Andrés</i>	
<b>I-dentus: manual digital de tratamientos y protocolos asistenciales para el estudiante de odontología.....</b>	<b>434</b>
<i>Matías Ferrán Escobedo Martínez, Luis Manuel Junquera Gutiérrez, Sonsoles Olay García, Sonsoles Junquera Olay y Enrique Barbeito Castro</i>	
<b>Innovación en la enseñanza de los sistemas digitales programables basados en microcontroladores .....</b>	<b>443</b>
<i>Juan Carlos Álvarez Antón, David Anseán González, Cecilio Blanco Viejo y Juan C. Viera Pérez</i>	
<b>Prácticas pedagógicas en un taller de rediseño de moda.....</b>	<b>453</b>
<i>Liliane Gonzaga Sommermeyer, Joana Cunha y Maria Cecilia Loschiavo dos Santos</i>	
<b>Diseño y resultados de un curso MOOC (UNIOVIX) para la elaboración de trabajos fin de estudios sobre adicciones .....</b>	<b>461</b>
<i>Alba González-Roz, Gema Aonso-Diego, y Andrea Krotter</i>	
<b>Aprendizaje del alumnado en las aulas para el uso de las tecnologías desde la perspectiva de género. La experiencia desde la narrativa de una maestra de educación primaria .....</b>	<b>469</b>
<i>Katya Bonelo Morales y Víctor Amar Rodríguez</i>	
<b>Realidad virtual y realidad aumentada como herramientas para la docencia .....</b>	<b>475</b>
<i>Marco Sernaglia, Noelia Rivera-Rellán, Marlene Bartolomé-Sáez, Luis Alfonso Díaz-Secades, Verónica Soto-López, Deva Menéndez-Teleña y Aitana Sánchez-González</i>	
<b>Evaluación del trabajo colaborativo del alumnado a través de machine learning.....</b>	<b>483</b>
<i>Marina Díaz Piloñeta, Joaquín Villanueva Balsera, Gemma Martínez Huerta y Marta Terrados Cristos</i>	
<b>Introducción del fotómetro para microplacas en prácticas de bioquímica .....</b>	<b>492</b>
<i>Álvaro F. Fernández y María Guerra Andrés</i>	

## **Adopta una superficie: una aproximación visual a la geometría diferencial clásica**

Esther Cabezas-Rivas y María García Monera

Universitat de València

Correspondencia: Esther.Cabezas-Rivas@uv.es y Maria.Garcia-Monera@uv.es

### **1. Introducción**

Con la actual ley universitaria del sistema de educación superior español los grados universitarios culminan con la defensa pública de un Trabajo Fin de Grado (TFG). En algunos grados, como ocurre en el grado en matemáticas, no hay una extensa tradición en la presentación oral y escrita de proyectos y a ello se añade una cierta deficiencia formativa en competencias transversales necesarias para superar el TFG.

En el curso 2020/2021 iniciamos un proyecto de innovación docente en la facultad de matemáticas de la Universitat de València enfocado al desarrollo de competencias transversales necesarias para una correcta defensa del trabajo fin de grado (TFG). A lo largo de estos años, a través de diferentes asignaturas por curso académico, hemos propuesto la realización de actividades integradas en las correspondientes asignaturas, coordinadas entre sí, y con una dificultad y un nivel de exposición pública creciente y progresivo.

Dentro de la asignatura Geometría Diferencial Clásica, asignatura troncal de tercer año del grado en matemáticas, hemos llevado a cabo diferentes actividades a lo largo de estos dos últimos cursos académicos con el fin de compararlas y evaluar el interés y la mejor metodología en el proceso de aprendizaje del estudiantado.

La asignatura, en la que hay matriculados 120 alumnos y alumnas distribuidos homogéneamente entre el grupo de castellano y valenciano, está distribuida de la siguiente forma:

**Tabla 1**

*Distribución horaria anual de la asignatura Geometría Diferencial Clásica*

<b>Tipo</b>	<b>Horas lectivas</b>
Teoría	2h/semana
Prácticas	2h/semana
Seminarios	7'5h/cuatrimestre

La evaluación de la asignatura se lleva a cabo de la siguiente forma:

**Tabla 2**

*Evaluación de la asignatura Geometría Diferencial Clásica*

<b>Actividad</b>	<b>% sobre la nota final</b>
Cuestionarios on-line	10%

Seminarios	10%
Examen final	80%

---

Dentro de los seminarios de la asignatura, durante el pasado curso y el presente curso escolar hemos llevado a cabo diferentes actividades que involucraban tanto el manejo de software específico de matemáticas como la resolución de problemas y la realización de un trabajo escrito. El objetivo principal de estas actividades era ayudar al estudiantado en el desarrollo de competencias transversales propias del grado en matemáticas.

Respecto a la **metodología** utilizada, todas las actividades tienen en común el **aprendizaje cooperativo**, fomentando la retroalimentación entre iguales y el desarrollo de habilidades sociales e interpersonales (Guerra, Rodríguez y Artiles, 2019), pues absolutamente todas las tareas están planteadas para su puesta en práctica por equipos de 3 a 4 personas. Adicionalmente, toda la iniciativa se inspira en la idea de **learning by doing**, pues el alumnado debe trabajar de manera autónoma y práctica con los conceptos vistos en clase. En efecto, según (Hansen, 1990), el alumnado retiene el 25% de lo que escucha, el 45% de lo que visualiza y escucha, pero esto aumenta significativamente hasta un 70% con el uso de esta metodología activa, la cual hace hincapié en la participación de los y las estudiantes dentro de un proceso educativo práctico y orientado a las tareas y al análisis crítico (Morris, 2020).

Precisamente por el hecho de que la enseñanza de las matemáticas todavía está muy ligada a la tradicional clase magistral expositiva con tiza y pizarra, metodológicamente ponemos el foco en la **participación activa y colaborativa** del alumnado (Guerra et al., 2019). Además, se promueve la reflexión y el **aprendizaje significativo**, el cual convierte al estudiantado en el constructor de su propio conocimiento, de forma dinámica y autocrítica (Moreira, 2019), a través de ejemplos que favorezcan la asimilación profunda de los conceptos.

~~siendo~~ Esto último es imprescindible para motivar a un nuevo perfil de estudiantado menos vocacional, el cual acude a las facultades de matemáticas ante el atractivo de la alta inserción laboral. Es más, según (Hilbert, 1902) las matemáticas comienzan con el planteamiento de problemas en el contexto de tareas concretas "sugeridas por el mundo de los fenómenos externos". En efecto, la creencia de que el combo contextualización + concretización es un sinónimo apropiado de motivación en lo que se refiere a la educación matemática es el punto de partida de la innovación docente que aquí se recoge.

El contenido del presente artículo se distribuye de la siguiente manera: en la siguiente sección presentamos las actividades realizadas a lo largo del curso 2021/2022. El siguiente apartado está dedicado a la presentación de las actividades llevadas a cabo el presente curso escolar y finalmente, la última sección está dedicada a las conclusiones.

## 2. Curso académico 2021/2022

### 2.1 Contexto de aplicación de la innovación docente

La actividad se llevó a cabo dentro de los seminarios del segundo cuatrimestre del grupo en valenciano de la asignatura Geometría Diferencial Clásica de tercer curso del grado en matemáticas. En total participaron 61 alumnos y alumnas de la facultad de matemáticas de la Universitat de València.

### 2.2 Desarrollo de la actividad

Al estudiantado se le propuso la realización de un trabajo escrito similar al TFG. Para ello, tal y como hemos indicado anteriormente con la metodología que se iba a implementar, distribuimos al

alumnado en parejas y cada una de ellas debía elegir previamente una superficie. Una vez realizada su elección, el alumnado debía estudiar propiedades características de cada una, como son la curvatura media o la curvatura de Gauss, tanto su cálculo analítico como su visualización mediante la elaboración e interpretación de distintas gráficas. Posteriormente debían hacer una composición artística con el software *Mathematica* donde apareciera la superficie. Finalmente, el alumnado debía entregar, además de los cálculos realizados con *Mathematica* un póster donde aparecería la composición artística que habían realizado, así como un código Qr que enlazara con el trabajo escrito, similar al TFG y donde explicaban el trabajo realizado. Una vez recibidos todos los trabajos realizamos a lo largo de una semana una exposición en el hall de la facultad.

Nuestro objetivo con esa actividad era, por un lado, por un lado, que el estudiantado se familiarizara con el programa *Mathematica*, para así agilizar los cálculos que “a mano” serían largos y tediosos, para poder centrarse en la intuición/significado visual de los conceptos vistos en clase de manera abstracta. Por otro lado, la tarea planteada introduce la estructura básica y la redacción de un trabajo académico como es el TFG.

La siguiente imagen muestra el póster realizado por dos estudiantes donde incluyeron la superficie que eligieron, el catenide, como las ruedas del tren.

**Figura 1**

*Ejemplo de póster realizado por el alumnado*



La evaluación de los trabajos se llevó a cabo mediante una rúbrica y representaba 1 punto sobre la nota final distribuido de la siguiente forma:

**Tabla 3**

*Evaluación de la actividad dentro de la asignatura Geometría Diferencial Clásica*

Formato de la tarea	Nota máxima
Trabajo escrito	0,5 puntos
Póster	0,5 puntos

### 3. Curso académico 2022/2023

### 3.1 Cambios organizativos

La única crítica recibida por el alumnado participante en la actividad durante el curso académico 21/22 fue que las tareas de ordenador no servían para practicar “problemas tipo examen”, por tanto, en el presente curso se decidió dedicar 6 de las 8 sesiones de seminarios a que los alumnos y las alumnas trabajen en grupos de hasta 4 personas ejercicios de exámenes de convocatorias anteriores. Eso restringe la actividad con *Mathematica* a 2 sesiones presenciales y, por tanto, supone un incremento del trabajo autónomo no presencial por parte del estudiantado.

Para aliviar esta carga de trabajo, se decidió pasar de un formato por parejas a grupos de 4 integrantes (los mismos que en las sesiones de problemas en clase). Además, la actividad se ha ampliado con contenidos de ambos cuatrimestres, incluyendo ejercicios que necesiten el repaso de gran parte de los conceptos teóricos de la asignatura, como entrenamiento de cara al examen final.

Dentro de la evaluación de los seminarios, la asistencia y participación en las sesiones de resolución de problemas contaba un 10 %, los ejercicios entregados en dichas sesiones un 20 %, mientras que la tarea de adoptar una curva o superficie constituye el grueso de la valoración, contando el 70 % restante, dada su mayor complejidad.

### 3.2 Actividades primer cuatrimestre: curvas en 2D y 3D

A cada grupo se le asigna aleatoriamente una curva en el plano y otra en el espacio (ver Tabla 4) sobre las cuales deben realizar 3 tipos de tareas:

- Búsqueda de información tanto sobre la historia, significado físico, ecuaciones que la describen, aplicaciones en otros campos, como búsqueda iconográfica de dicha curva en representaciones artísticas o en la naturaleza.
- Cálculos concretos realizados con el programa *Mathematica*: longitud, curvatura, torsión, regularidad de la curva, reparametrización por la longitud de arco, curvatura de una curva paralela a ella.
- Visualización: representación gráfica y comentario de lo obtenido sobre el significado de los parámetros que definen la curva, animación del triedro/diedro móvil a lo largo de la curva, gráficas de curvatura y torsión, dibujo de curvas relacionadas (evolutas y paralelas) y de la superficie tubular alrededor de la curva en el espacio (como introducción a la materia del segundo cuatrimestre).

Todas las actividades incluyen explícitamente que se haga un comentario interpretando los resultados obtenidos, por ejemplo, deducir el signo de la curvatura de una curva en el plano a partir del gif animado del movimiento del diedro de Frenet. La entrega de la tarea consiste en subir al aula virtual el código con el que se han realizado los cálculos y realizar un póster o informe que contenga una descripción detallada de los aspectos más importantes de las curvas que les han sido asignadas.

**Tabla 4**

*Listado de curvas para la tarea de cada grupo en el primer cuatrimestre*

Grupo	Curva 2D	Curva 3D
1	Bruja de Agnesi	Curva de Viviani
2	Deltoide	Cardioide Espacial
3	Lemniscata de Bernoulli	Hélice cónica
4	Astroide	Curva de Archytas
5	Cisoide de Diocles	Cicloide Esférica

6	Tractriz	Espiral Cónica
7	Folium de Descartes	Hélice Esférica
8	Cornoide	Hipopede de Eudoxo
9	Trifolium	Horóptero
10	Nefroide	Costura de pelota de tenis
11	Cicloide de Ceva	Nudo de Trébol
12	Curva de Plateau	Loxodroma de la esfera
13	Espiral de Arquímedes	Nudo Tórico

### 3.3 Actividades segundo cuatrimestre: superficies

En este cuatrimestre, dadas las dificultades del anterior, especialmente con el código de *Mathematica*, los grupos contaban con un guion detallado de la actividad que les fuera orientando en cada paso. Como antes, se sortea una superficie para cada equipo (ver Tabla 5).

**Tabla 5**

*Listado de superficies para la tarea en ambos cursos académicos*

Curso 2021/22	Curso 2022/23
Esfera	Helicoide
Paraboloide Elíptico	1ª superficie de Scherk
Paraboloide Hiperbólico	2ª superficie de Scherk
Hiperboloide de 1 hoja	5ª superficie de Scherk
Hiperboloide de 2 hojas	Cono sinusoidal
	Catenoide
	Toro
	Silla de montar de mono
Helicoide	Superficie seno
Cono	Cúpula de Bohemia
Cilindro	“Sacacorchos”
Elipsoide	Superficie de Enneper
<i>Cross-cup</i>	Conoide de Zindler
Superficie de Steiner	Helicoide desarrollable
	Paraguas de Whitney

Las actividades planteadas para cada una de las superficies del listado anterior se dividen en 4 bloques temáticos:

- Geometría (medidas) en superficies: se pide calcular la primera forma fundamental que permitirá obtener el perímetro y área de un triángulo que deben dibujar sobre la superficie. Además, como en el caso de las curvas, deben buscar información histórica, de aplicaciones e iconográfica (o bien buscar imágenes o hacer un montaje propio, como el de la Figura 2).

- **Curvatura:** se ha de calcular las curvaturas de Gauss, media y principales de la superficie asignada. Además de los cálculos se tienen que incluir y comentar tres tipos de representaciones visuales: gráfica como función, curvas de nivel y dibujar la superficie coloreando la misma según el valor de cada curvatura (ver Figura 3). También se incluye en este apartado preguntas sobre el tipo de puntos de la superficie y razonar si puede ser isométrica a una esfera.
- **Geometría intrínseca:** Para que los grupos tengan puntos de control donde ir comprobando que los cálculos son correctos, se pide calcular la curvatura de Gauss usando los símbolos de Christoffel. Además deben resolver numéricamente la ecuación de las geodésicas y dibujar distintas geodésicas sobre su superficie. Finalmente, se pide calcular el transporte paralelo de un vector a lo largo de un lado del triángulo del primer ejercicio; esto se ha de hacer por dos caminos (que obviamente deberán dar el mismo resultado): resolviendo las ecuaciones del transporte paralelo y con el método geométrico (que incluye el cálculo de la curvatura geodésica). Finalmente, han de hacer un gif animado que muestre dicho transporte.
- **Teorema de Gauss-Bonnet:** se trata de uno de los resultados teóricos clave de la asignatura, por tanto se incluyen ejercicios para ponerlo en práctica con la región acotada por el triángulo del primer bloque de actividades.

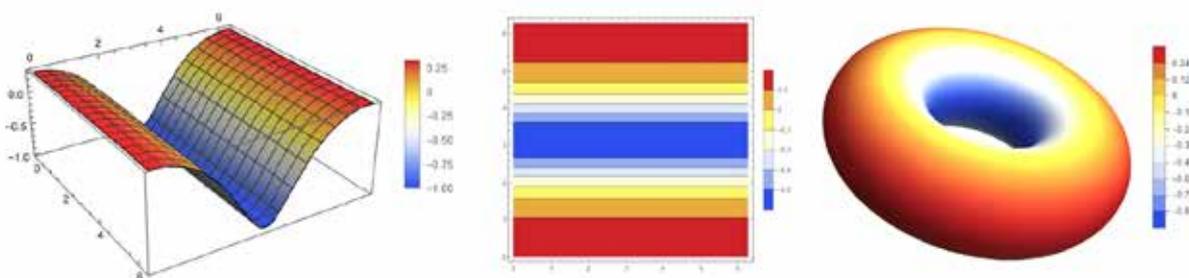
**Figura 2**

*Montaje de jardín formado por superficies de Enneper*



**Figura 3**

*Gráfica, curvas de nivel y toro coloreado con mapa de temperaturas según la curvatura de Gauss*



Para el profesorado interesado en implementar actividades similares, se pueden encontrar

ejercicios en la línea de la presente propuesta en los libros incluidos en la bibliografía; en concreto, recomendamos las monografías (Filipuk y Kozłowski, 2022), (Gray et al, 2006), (Pastor González y Hernández Cifre, 2019) para el trabajo con superficies, mientras que (Tan, 2020) contiene numerosos ejemplos aplicables a la parte de curvas.

Destacamos que en el caso de las superficies se asignó a cada grupo una parametrización concreta, puesto que con las curvas tuvieron la libertad de buscarla por su cuenta, lo cual generó la dificultad adicional de seleccionar unos parámetros adecuados que simplificaran tanto los cálculos realizados como la corrección posterior.

Además, se hizo una cuidada selección de superficies para que la mayoría no coincidieran con el curso anterior (ver Tabla 5), eliminando fundamentalmente la mayoría de las superficies de revolución, puesto que estas se trabajan con detalle en las clases de prácticas de aula. Se intentó buscar superficies minimales o localmente llanas para asegurar que los cálculos no se fueran a complicar hasta hacerlos computacionalmente inviables.

#### 4. Resultados y conclusiones

Una vez finalizadas las actividades docentes llevadas a cabo en el aula, les pasamos al alumnado un cuestionario con el fin de evaluar su interés por las actividades realizadas. De las 25 respuestas realizadas, cerca del 87% opinó que se podría incrementar el interés por este tipo de metodologías si hubiera más asignaturas del grado implicadas. Con respecto al trabajo en parejas el 86,4% opinó que la distribución de trabajo había sido equitativa.

Tras la corrección de las tareas entregadas y los resultados obtenidos de las encuestas de satisfacción rellenas por el alumnado, se extraen las siguientes conclusiones:

- Las actividades de este tipo son útiles para fijar conceptos que solo con la teoría no se asimilan con la suficiente profundidad. Por ejemplo, los grupos se sorprendían cuando no se podía calcular explícitamente la reparametrización por la longitud de arco, lo cual no debía ser considerado una rareza, pues se trata de una herramienta teórica que en la mayoría de los casos no se puede obtener de manera directa.
- Se ha de poner el foco en el análisis crítico de los resultados obtenidos, pues la mayoría de los trabajos tenían todos los cálculos completos, pero sin apenas comentarios que los analicen. Por esta falta de reflexión posterior, no se detectan muchos errores, incluso aquellos que son más llamativos a simple vista (como dibujar una superficie tubular que es errónea porque las secciones no son circunferencias de radio fijo alrededor de la curva, ver Figura 4).
- Conviene incluir actividades de realización de los mismos cálculos mediante dos procedimientos distintos, pues sirven de autoevaluación para el alumnado, ya que de otra manera no realizan comprobaciones adicionales. De hecho, los ejercicios planteados a explicar con dos técnicas diferentes los resuelven de manera correcta casi en su totalidad, mientras que el bloque de Gauss-Bonnet lo realizaron correctamente el 10 % de los grupos.

Los grupos deben entregar no solo el .pdf con el póster o informe sobre el objeto con el que han trabajado, sino también el código en *Mathematica*. De lo contrario, tienden a usar funciones o paquetes que hacen los cálculos “en un par de clics” y no se cumple el objetivo de que programen calculen y visualicen el significado de las fórmulas estudiadas durante las clases teóricas.

En definitiva, sería deseable ampliar la aplicación de metodologías activas y poder dedicar las prácticas de aula a que el alumnado trabaje de manera autónoma y cooperativa los problemas. De esta manera, los seminarios se podrían dedicar íntegramente a estas actividades de visualización y cálculo aplicado, liberando la carga de trabajo autónomo y pudiendo ampliar las actividades con la ventaja de su realización presencial bajo la guía del docente.